# 基于污染分布可靠度分析中分项系数的确定

周　冲[1,2], 寇新建[1]

(1. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院,200240 上海,enqu@ sohu. com;
2. 中国建筑上海设计研究院有限公司,200063 上海)

**摘　要:** 为研究人因误差影响下的结构可靠性设计分项系数,应用污染分布模型来确定随机误差和人因误差作用下的结构参数变量 $X$ 的均值与方差. 并在此定量分析的基础上合理地确定结构可靠度分析中的分项系数值. 研究结果表明:目前的可靠度分项系数研究中没有考虑施工过程中人因误差这一不确定性因素的影响,其研究结果与实际情况存在偏差. 在不确定性因素的影响下,为保证建筑结构可靠度达到即定的安全水平,在相应的目标可靠度指标 $\beta$ 下,必须合理准确地确定其安全分项系数.

**关键词:** 结构可靠度;分项系数;人因误差;污染分布模型

**中图分类号:** TU311. 4　　**文献标志码:** A　　**文章编号:** 0367 - 6234(2011)02 - 0125 - 04

# Determination of partial safety coefficients of structural reliability based on contaminated distribution

ZHOU Chong[1,2], KOU Xin-jian[1]

(1. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, 200240 Shanghai, China;
2. China Shanghai Architectural Design & Research Institute Co., Ltd., 200063 Shanghai, China)

**Abstract:** In order to study the partial safety coefficient concerned the effect of human error in construction. The contaminated distribution model was employed to obtain the realistic mean value and standard variance of variable $X$ of structural parameters which coexisted with random error and human error. The reasonable partial safety coefficient can be calculated based on the realistic value of structural parameters concerned the effects of random error and gross error. The results show that the current studies of partial safety factors do not consider human error in construction for structural reliability. It is not comply with the real situation. Partial safety factors must be evaluated precisely for the given target $\beta$ to ensure the certain level of structural reliability due to uncertain factors.

**Key words:** structural reliability; partial safety factors; human error; contaminated distribution model

应用可靠性理论、推行结构概率设计方法取代传统的安全系数设计法是当今国内外结构设计发展的必然趋势. 我国目前的设计标准及其规范的制定均是以可靠性设计理论为基础. 然而研究者们发现现有的结构可靠度理论对真实结构某些破坏现象的解释存在不足之处. 按现有的结构可靠度理论,在充分考虑结构作用与抗力的偏离均值较小的随机现象后,结构失效应当发生在那些不可预料的非正常荷载作用下. 但事实上,结构失效通常就发生在理论上应该能承担的正常荷载作用下. 通过对大量实例的分析研究表明现实中存在的建筑结构的可靠性没有达到理论上设计所要求的目标可靠度[1-2]. Brown[3] 指出通过理论预测的结构失效概率过小,其值大约是实际值的 1/10 甚至更小. Matousk[4] 的研究表明几乎所有的结构失效都是由人因误差引起的. 而人因误差这一不确定性因素在现行的结构可靠度分析中没有得到系统地考虑,现行的结构可靠度理论计算得到的可靠度要高于实际值. 因此,在结构可靠度分析中

**收稿日期:** 2009 - 09 - 18.
**作者简介:** 周　冲(1981—),男,博士研究生;
寇新建(1953—),男,教授,博士生导师.

有必要对人因误差这一不确定性因素加以考虑,并对基于可靠性设计的计算公式给予相应的修正,使之计算得到的可靠度指标值能够真实准确地反映该结构的可靠性状况.

为了与安全系数[5]设计概念相适应,在可靠性设计中引入分项系数,即将设计表达式中各变量乘以一个系数,得到新的极限状态设计表达式,这些系数即称为分项系数[6]. 分项系数既要反映结构目标可靠指标的要求,又要反映各设计变量的散布情况,因此分项系数的确定非常重要. 分项系数必须准确合理地确定以保证结构可靠性达到所要求的目标可靠度,而现行的结构可靠度理论分析中没有系统地考虑人因误差因素,相应分项系数的确定也不能反映人因误差这一不确定性影响因素. 故而导致设计可靠度与真实的建筑结构可靠度存在偏差. 为了使建筑结构的可靠性达到所要求的设计可靠度,应用污染分布模型分析人因误差对结构参数的影响,并在此基础上对人因误差影响下的分项系数加以修正. 使得修正后的分项系数能够反映人因误差这一不确定性因素在可靠性设计中的影响.

## 1　污染分布下的结构参数分析

建筑施工过程中,人因误差的发生会影响其结构参数的实际分布[7],结构设计采用的结构参数值服从一定的分布规律. 而人因误差的发生会影响结构参数的原有分布. 即结构参数的均值漂移和方差膨胀. 本文定义通常结构设计采用的参数分布值与标准值的偏差为随机误差(random error),在实际施工过程中受人因误差影响下的结构参数值与标准值的偏差超过可接受的程度(超出随机误差范围)即称之为粗差(gross error).

由于施工管理上的完善,使得人因误差的发生控制在一定的范围内,如明显的人因误差或者影响严重的人因误差可通过施工检查给予合理的更正,调查研究证实存在于结构中由人因误差引起的粗差服从一定的分布,根据中心极限定理[8]假定由人因误差引起的结构参数粗差服从正态分布.

污染分布模型可以综合考虑误差和粗差对参数的影响[9],其数学表达式为

$$p_{\mathrm{con}}(x) = (1-\varepsilon)f_{\mathrm{ran}}(x) + \varepsilon f_{\mathrm{gro}}(x). \tag{1}$$

其中: $f_{\mathrm{ran}}(x)$ 为结构参数的正常分布密度(仅由于随机误差影响下的参数分布密度); $f_{\mathrm{gro}}(x)$ 为结构参数粗差分布密度(人因误差影响下的参数分布密度); $p_{\mathrm{con}}(x)$ 是结构参数在受"污染"影响下的分布密度(综合考虑误差和粗差影响下的参数分布密度); $\varepsilon$ 为污染率.

设 $X$ 为污染分布下结构参数的随机变量,下面结合污染分布的数学表达式推导污染分布下随机变量 $X$ 的均值 $\mu_{\mathrm{con}}$ 和方差 $\sigma_{\mathrm{con}}$.

$$\mu_{\mathrm{con}} = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} X p_{\mathrm{con}}(X),$$
$$\mathrm{d}X = (1-\varepsilon)\,\mu_{\mathrm{ran}} + \varepsilon\mu_{\mathrm{gro}}. \tag{2}$$

其中: $\mu_{\mathrm{ran}}$ 为随机变量 $X$ 在随机误差影响下正常分布的均值; $\mu_{\mathrm{gro}}$ 为随机变量 $X$ 在粗差分布下的均值. 当污染率 $\varepsilon=0$ 时 $\mu_{\mathrm{con}}=\mu_{\mathrm{ran}}$,表明随机变量分布不受粗差影响,其均值等于随机误差分布下的均值.

污染分布下随机变量 $X$ 的方差

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{con}}^2 &= \mathrm{var}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty}(X-E(X))^2 p_{\mathrm{con}}(X)\mathrm{d}X = \\ &\int_{-\infty}^{+\infty}\{X-[(1-\varepsilon)\mu_{\mathrm{ran}}+\varepsilon\mu_{\mathrm{gro}}]\}^2[(1-\varepsilon)f_{\mathrm{ran}}(X)+\varepsilon f_{\mathrm{gro}}(X)]\mathrm{d}X = \\ &(1-\varepsilon)\int_{-\infty}^{+\infty}[X-E(X)]^2 f_{\mathrm{ran}}(X)\mathrm{d}X + \\ &\varepsilon\int_{-\infty}^{+\infty}[X-E(X)]^2 f_{\mathrm{gro}}(X)\mathrm{d}X.\end{aligned} \tag{3}$$

经过相应的数学公式推导可得污染分布下随机变量 $X$ 的方差

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{con}}^2 &= \mathrm{var}(X) = (1-\varepsilon)[\sigma_{\mathrm{ran}}^2+\varepsilon^2(\mu_{\mathrm{ran}}-\mu_{\mathrm{ran}})^2] + \varepsilon\{\sigma_{\mathrm{gro}}^2+[\mu_{\mathrm{gro}}-(1-\varepsilon)\mu_{\mathrm{ran}}-\varepsilon\mu_{\mathrm{gro}}]^2\} = \\ &-\varepsilon^2(\mu_{\mathrm{ran}}-\mu_{\mathrm{gro}})^2+\varepsilon[(\sigma_{\mathrm{gro}}^2-\sigma_{\mathrm{ran}}^2)+(\mu_{\mathrm{ran}}-\mu_{\mathrm{gro}})^2]+\sigma_{\mathrm{ran}}^2.\end{aligned} \tag{4}$$

当污染率 $\varepsilon=0$ 时 $\sigma_{\mathrm{con}}^2=\sigma_{\mathrm{ran}}^2$,表明随机变量的方差不受粗差影响.

## 2　可靠性设计分项系数

假定 $X_i(i=1,2,\cdots n)$ 为结构中的设计变量,其分布和统计参数是已知的,结构功能函数为

$$Z = g(X_1,X_2,\cdots X_n).$$

相应的极限状态方程为

$$g(x_{1d},x_{2d},\cdots,x_{nd}) = 0. \tag{5}$$

式中 $x_{id}(i=1,2,\cdots,n)$ 为变量 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$ 的设计值. $x_{id}(i=1,2,\cdots,n)$ 应取为变量 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$ 的验算点值 $x_i^*(i=1,2,\cdots,n)$,确保所取的设计点在失效边界上为失效概率最大的设计点.

对于非正态分布参数可通过下式进行当量正态化[10],得到等效正态分布的均值 $\mu_X$ 和标准差 $\sigma_X$.

$$\mu_{X_i} = x_i^* - \sigma_X[\Phi^{-1}(F_X(x_i^*))]; \tag{6}$$

$$\sigma_X = \frac{1}{f_X(x^*)}\phi\left(\frac{x^*-\mu_X}{\sigma_X}\right) =$$

$$\frac{1}{f_X(x^*)}\phi[\Phi^{-1}(F_X(x^*))]. \tag{7}$$

式中 $F_X(\bullet)$ 为变量 $X$ 的累积概率分布函数；$f_X(\bullet)$ 为变量的概率密度函数；$\Phi^{-1}(\bullet)$ 为标准正态分布函数的反函数；$\phi(\bullet)$ 为标准正态概率密度函数.

令

$$[\boldsymbol{G}] = |G_1 \quad G_2 \quad \cdots \quad G_n|^{\mathrm{T}}. \tag{8}$$

其中 $G_i = -\left.\frac{\partial g}{\partial Z_i}\right|_{P^*}$；式中 $P^*$ 为设计验算点.

则灵敏系数向量为

$$[\boldsymbol{\alpha}] = \frac{[\boldsymbol{\rho}][\boldsymbol{G}]}{\sqrt{[\boldsymbol{G}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\rho}][\boldsymbol{G}]}}. \tag{9}$$

引入变异系数 $V_{X_i} = \frac{\sigma_{X_i}}{\mu_{X_i}}$ 得到设计验算点的计算公式为

$$x_i^* = \mu_{X_i} + z_i^*\sigma_{X_i} = \mu_{X_i} + \alpha_i\beta\sigma_{X_i} = \mu_{X_i}(1 + \alpha_i V_{X_i}\beta). \tag{10}$$

其中 $z_i^*$ 为对应于标准正态分布下的设计验算点. 由于设计验算点与目标可靠度 $\beta$ 及灵敏系数有关，一般需迭代运算，重复式(5)～(10)直到灵敏系数向量$[\boldsymbol{\alpha}]$收敛.

则设计变量分项系数的计算公式为

$$\gamma_i = x_i^*/\mu_{X_i} = (\mu_{X_i} + \alpha_i\beta\sigma_{X_i})/\mu_{X_i} = 1 + \alpha_i\beta V_{X_i}. \tag{11}$$

## 3　算　例

本文以一个单筋梁的正截面为例分析人因误差影响下的结构参数分项系数的确定. 梁正截面弯矩计算的表达式为

$$M = A_s f_y(d - 0.59A_s f_y/f'_c b) = A_s f_y d - 0.59(A_s f_y)^2/f'_c b. \tag{12}$$

其中：$M$ 为该截面的抗弯弯矩；$A_s$ 和 $f_y$ 分别为该截面受力钢筋的截面面积和抗拉强度；$f'_c$ 代表该截面混凝土的受压强度；$b$ 和 $d$ 分别为该截面的宽度和有效高度. 此算例中 $d = 482.6$ mm，$b = 304.8$ mm. 本例中考虑受人因误差影响的结构参数为混凝土梁内受力钢筋的截面面积 $A_s$. 相应的各结构参数在随机误差和粗差作用下的取值及应用式(2)、(4)求得的污染分布下的参数值如下：$A_s$ 的 $\mu_{\mathrm{ran}X}$ 与 $\mu_{\mathrm{gro}X}$ 分别为 2 632.25 mm$^2$ 和 218 7.1 mm$^2$，$A_s$ 的 $\sigma_{\mathrm{ran}X}$ 和 $\sigma_{\mathrm{gro}X}$ 分别为 51.6 mm$^2$ 和 109.7 mm$^2$，$f'_c$ 的 $\mu_{\mathrm{ran}X}$ 与 $\mu_{\mathrm{gro}X}$ 值均为 $197.9\times10^6$ N·mm，$f'_c$ 的 $\sigma_{\mathrm{ran}X}$ 和 $\sigma_{\mathrm{gro}X}$ 值均为 $27.8\times10^6$ N·mm，$\sigma_c$ 的 $\mu_{\mathrm{ran}X}$ 与 $\mu_{\mathrm{gro}X}$ 均为 $303.4\times10^3$ N/mm$^2$，$\sigma_c$ 的 $\sigma_{\mathrm{ran}X}$ 和 $\sigma_{\mathrm{gro}X}$ 均为 31.9 N/mm$^2$.

该受力截面的极限状态方程 $Z = R - S$ 可具体表示为

$$g(A_s, f_y, f'_c, Q) = A_s f_y d - 0.59\frac{(A_s f_y)^2}{f'_c b} - Q. \tag{13}$$

其中 $Q$ 为该截面在外荷载作用下的受弯弯矩，$g(A_s, f_y, f'_c, Q)$ 为该截面的功能函数表达式.

为表述方便，在本例中令 $X_1 = A_s$，$X_2 = f_y$，$X_3 = Q$，则极限状态方程可表示为

$$g(A_s, f_y, f'_c, Q) = A_s f_y d - 0.59\frac{(A_s f_y)^2}{f'_c b} - Q = X_1X_2 d - 0.59\frac{X_1^2X_2^2}{f'_c b} - X_3 = 0. \tag{14}$$

则应用上述分析计算式(8)～(11)，得到该实例下的结构设计分项系数的计算公式为

$$\gamma = \begin{vmatrix}\gamma_1\\ \gamma_2\\ \gamma_3\end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 + \dfrac{-\left[\mu_{X_2}d - 0.59\dfrac{2\mu_{X_1}\mu_{X_2}^2}{f'_c b}\right]\sigma_{X_1}}{\sqrt{\left[\mu_{X_1}d - 0.59\dfrac{2\mu_{X_1}\mu_{X_2}^2}{f'_c b}\right]^2\sigma_{X_1}^2 + \left[\mu_{X_1}d - 0.59\dfrac{2\mu_{X_1}^2\mu_{X_2}}{f'_c b}\right]^2\sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2}}\beta V_{X_1} \\ 1 + \dfrac{-\left[\mu_{X_1}d - 0.59\dfrac{2\mu_{X_2}\mu_{X_1}^2}{f'_c b}\right]\sigma_{X_1}}{\sqrt{\left[\mu_{X_1}d - 0.59\dfrac{2\mu_{X_1}\mu_{X_2}^2}{f'_c b}\right]^2\sigma_{X_1}^2 + \left[\mu_{X_1}d - 0.59\dfrac{2\mu_{X_1}^2\mu_{X_2}}{f'_c b}\right]^2\sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2}}\beta V_{X_2} \\ 1 + \dfrac{\sigma_{X_3}}{\sqrt{\left[\mu_{X_1}d - 0.59\dfrac{2\mu_{X_1}\mu_{X_2}^2}{f'_c b}\right]^2\sigma_{X_1}^2 + \left[\mu_{X_1}d - 0.59\dfrac{2\mu_{X_1}^2\mu_{X_2}}{f'_c b}\right]^2\sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2}}\beta V_{X_3} \end{vmatrix}. \tag{15}$$

从上述的计算结果可以看出,受人因误差影响的结构参数 $A_s$ 在污染分布下的分项系数值与没有考虑人因误差影响的计算值存在明显偏差.故而,对没有考虑人因误差影响下的分项系数应当进行修正,使之修正后的分项系数能够反映人因误差这一不确定性因素的影响,确保实际结构可靠性能够达到设计所要求的可靠度.

## 4 结 论

1)人因误差是造成结构失效的主要因素,现行的结构参数分项系数理论,分析没有系统地考虑人因误差因素是不完善的,应用合理的数学方法对施工中人因误差影响下的分项系数进行研究是十分必要的.

2)对污染分布模型在可靠性设计分项系数分析中的应用,进行了必要的公式推导,使得导出的计算公式能够合理有效地考虑人因误差对结构参数的影响,并在此影响下对设计分项系数的求解公式进行必要的修正.应用该数学模型可以合理地量化人因误差这一不确定性因素对结构参数的均值及方差的影响,使施工中的人因误差因素能够在设计过程中得到合理的分析和考虑,从而保证实际结构可靠度与设计值的一致.

3)通过数学公式的推导及其工程实例的研究分析,可以看出人因误差是结构可靠性分析中重要的不确定性因素,在目前人因误差的发生及其影响规律的研究不完善、缺乏必要的数学模型的条件下,用本文提出污染分布模型来考虑人因误差影响下的分项系数的确定有着广泛的实用价值和现实意义.

## 参考文献:

[1] 徐茂波,徐峰,刘西拉.施工中人因差错控制效率分析[J].中国安全科学学报,2008,18(8):20-28.

[2] 徐茂波,徐峰,刘西拉.考虑人因差错影响的结构靠度计算方法[J].中国安全科学学报,2008,18(1):56-61.

[3] BROWN C B. A fuzzy safety measure[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, 1979,105: 855-872

[4] MATOUSK M. Outcomings of a survey on 800 construction failures[C]//IABSE colloquium on inspection and quality control institute of structural engineering. Zurich: Swiss Federal Institute of Technology, 1977.

[5] 罗红,梁波.非线性相关条件下可靠指标的改进计算方法[J].工程力学,2000;17(4):99-104.

[6] 贡金鑫,魏巍巍.工程结构可靠性设计原理[M].北京:机械工业出版社,2007.

[7] STEWART M G. Simulation of human error in reinforced concrete beam design[J]. Research in Engineering Design, 1992,4(1):51-60.

[8] 汪荣鑫.数理统计[M].西安:西安交通大学出版社,2006.

[9] 朱建军.污染误差模型下的测量数据处理理论[D].长沙:中南工业大学,1998.

[10] 吴世伟.结构可靠度分析[M].北京:人民交通出版社, 1990.

(**编辑** 魏希柱)