

刚柔耦合系统的输入成形控制

孔宪仁, 杨正贤, 张锦绣, 兰盛昌

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 150080 哈尔滨, yangzhengxian@hit.edu.cn)

摘要: 为实现对大范围运动刚柔耦合系统的振动抑制, 提出基于一次近似动力学模型的输入成形控制方法. 针对中心刚体-柔性旋臂梁系统, 在变形位移的描述中计及纵向变形的二次耦合项, 建立一次近似动力学模型用于振动控制. 考虑到大范围运动刚柔耦合系统中柔性梁有别于结构动力学中定边界梁的模式特性, 设计抑制柔性振动的鲁棒多模态输入成形器. 仿真结果表明, 该策略在完成大角度机动的同时成功地抑制了柔性梁的振动.

关键词: 输入成形; 大范围运动; 刚柔耦合; 振动抑制; 数值仿真

中图分类号: O313.7

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)03-0007-05

Input shaping control for rigid-flexible coupling systems

KONG Xian-ren, YANG Zheng-xian, ZHANG Jin-xiu, LAN Sheng-chang

(Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, 150080 Harbin, China, yangzhengxian@hit.edu.cn)

Abstract: A input shaping control algorithm is provided for vibration suppression of rigid-flexible coupling systems with large overall motion. For the sake of describing actual dynamics of those rigid-flexible coupling systems, a first-order approximation dynamic model was presented. The second-order coupling terms was included in the longitudinal deformation. The modal characteristics of the flexible beam in rigid-flexible coupling system was different from that of the beams in structural dynamics in large overall motion. Considering the differences, a robust multiple-mode input shaper was designed. Simulation results show that the presented control strategy suppresses the beam's vibration successfully during attitude maneuver.

Key words: input shaping; large overall motions; rigid-flexible coupling; vibration suppression; numerical simulation

随着航天器等机械系统朝着轻质、高速方向发展, 大型柔性结构的振动控制问题引起了广泛的关注. 以往对这类刚柔耦合系统的控制研究多是基于传统零次近似模型, 当系统存在高速大范围运动时, 零次近似模型已不能正确揭示刚柔耦合系统的动力学行为^[1], 由该模型得到的控制仿真即使结果不出现发散, 其真实可靠性也值得商榷^[2]. 近年来, 许多学者^[3-6]从连续介质力学的基本原理出发, 提出了较零次近似动力学模型更为精确的一次近似耦合动力学模型, 并通过实验验证了其正确性, 为控制器设计提供更精细的动力学模型.

输入成形(input shaping)作为一种特殊的简单、高效前馈控制器, 已成功应用于工业吊车^[7]、坐标测量机^[8]等柔性结构的振动抑制. 胡庆雷等^[9]将输入成形方法与变结构控制联合用于柔性航天器的大角度机动控制; 陕晋军等^[10]提出了一种改进型输入成形器, 并应用于柔性机械臂的运动控制. 这类输入成形控制器依据梁的定边界模态特性来设计, 但是当刚柔耦合系统存在大范围旋转运动时, 其动边界模态特性与定边界模态特性是不同的^[5]. 因此在研究这类刚柔耦合系统动力学及输入成形控制的时候, 有必要适当考虑到模态方面的这些差异.

本文针对中心刚体加旋臂梁的系统, 利用哈密尔顿原理、在变形位移场描述中计及纵向变形的二次耦合项建立了连续的一次近似耦合动力学

收稿日期: 2009-12-16.

基金项目: “十一五”预研背景资助项目(113020102); 国家自然科学基金资助项目(60904051)

作者简介: 孔宪仁(1961—), 男, 教授, 博士生导师.

模型. 采用动边界振动频率设计鲁棒多模态输入成形器. 仿真结果表明, 该策略在完成大角度机动的同时成功地抑制了柔性梁的振动.

1 输入成形控制

输入成形是指由一系列的脉冲信号与一定期望的输入指令相卷积所形成的新指令来驱动系统的技术^[11]. 图1为输入成形的简单原理图, 其中脉冲序列称为输入成形器, 先前的指令激起的振动被后面的指令消除, 使系统在完成刚体运动的同时不引起或只引起工程上可接受的残余振动.

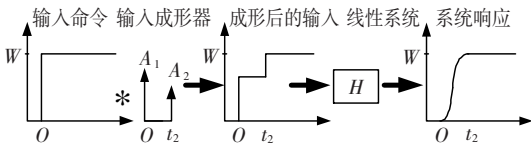


图1 输入成形原理

输入成形器的数学描述为

$$I(t) = \sum_{i=1}^N A_i \delta(t - t_i), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

其中 A_i, t_i 分别为第 i 个脉冲的幅值和作用时刻, 满足如下条件:

$$A_i = \frac{C_{N-1}^{i-1} K^i}{\sum_{i=1}^N C_{N-1}^{i-1} K^i}, \quad (1)$$

$$t_i = \frac{(i-1)\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}. \quad (2)$$

其中 $K = \exp(-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2})$, 而 ω_n, ξ 分别为系统自然振动频率及阻尼比. 满足公式(1), (2)的2, 3, 4 脉冲成形器分别称为 ZV、ZVD、ZVDD 成形器. 为实现 5% 的残余振动比, ZV、ZVD、ZVDD 分别要求频率的误差率在 $\pm 3.2\%$, $\pm 14\%$, $\pm 24\%$ 以内. 对于多模态系统的振动抑制情况, 输入成形器的新脉冲序列采用如下卷积形式:

$$\mathbf{A}_{\text{mult}} = \mathbf{A}_{1\text{IS}} * \mathbf{A}_{2\text{IS}} * \dots * \mathbf{A}_{N\text{IS}}.$$

其中 $\mathbf{A}_{\text{IS}}$ 为抑制第 i 个系统模态的输入成形器脉冲序列, “*” 表示卷积.

2 一次近似刚柔耦合动力学模型

图2为典型刚柔耦合系统模型, 假设梁为小变形下等截面 Euler-Bernoulli 梁, 材料均匀且各向同性. 图中 $\mathbf{e}^o = (N_1 \ N_2)$, $\mathbf{e}^b = (B_1 \ B_2)$ 分别为惯性坐标系和固结在未变形柔性梁中轴线上的浮动坐标系, θ 为其夹角. 未变形梁上任意点 Q_0 变形后为 Q , $\vec{u}_q$ 为其变形矢量. b 和 J_h 分别为中心刚体的半径和转动惯量, T 为作用在其上的力

矩; E, A, l, ρ 分别为柔性梁的弹性模量、截面积、自然长度和体积密度.

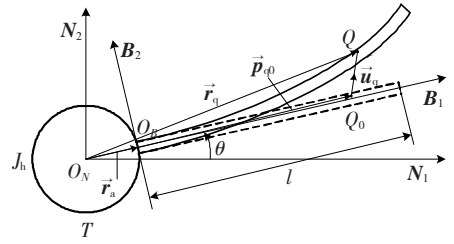


图2 刚柔耦合系统动力学模型

2.1 梁变形描述

图3中柔性梁中轴线上任意点 P_0 变形后为 P , 其变形矢量 $\vec{u}_p$; 梁上非中轴线上点 Q_0 变形后为 Q , 其变形矢量 $\vec{u}_q$; φ 为梁变形后中轴面转过的角度. $\vec{u}_p$ 在浮动坐标系 $\mathbf{e}^b$ 下表示为^[3,5]

$$\mathbf{u}_p^b = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_s + u_f \\ v \end{bmatrix}.$$

其中 u_s, v 分别为柔性梁轴向拉伸量和横向弯曲挠度, $u_f = -1/2 \int_0^x (\partial v / \partial x)^2 dx$ 为横向弯曲引起的纵向的位移. 考虑梁的几何变形关系及小变形假设, 变形矢量 $\vec{u}_q$ 在浮动坐标系 $\mathbf{e}^b$ 下表示为

$$\mathbf{u}_q^b = \begin{bmatrix} u - y \sin \varphi \\ v + y \cos \varphi - y \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} u_s + u_f - y(\partial v / \partial x) \\ v \end{bmatrix}.$$

其中 $-y(\partial v / \partial x)$ 项为梁轴截面转动引起的纵向位移, 而轴向拉伸量 u_s 为微小量可以忽略.

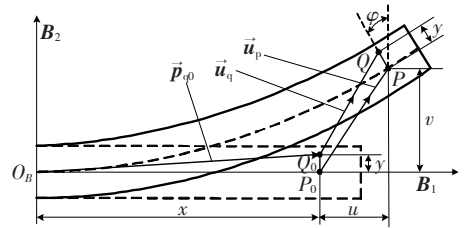


图3 梁变形描述

2.2 连续动力学模型

利用哈密顿原理建立如下连续的一次近似耦合动力学模型:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T_{\text{sys}} - \delta U_{\text{sys}} + \delta W_f) dt = 0. \quad (3)$$

其中 $\delta U_{\text{sys}}, \delta T_{\text{sys}}, \delta W_f = T \delta \theta$ 为系统势能、动能、外力做功变分. 系统动能 T_{sys} 见公式(4), $\dot{\mathbf{r}}_q^n$ 为柔性梁上任意点 Q 在惯性 $\mathbf{e}^o$ 下的速度表示

$$T_{\text{sys}} = J_h \dot{\theta}^2 / 2 + \int_v \rho (\dot{\mathbf{r}}_q^n)^T (\dot{\mathbf{r}}_q^n) dV / 2, \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_q^n = \mathbf{A}_\theta \dot{\mathbf{u}}_q^b + \mathbf{A}_\theta \omega^\times (\mathbf{r}_a^b + \mathbf{p}_{q0}^b + \mathbf{u}_q^b). \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{A}_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \boldsymbol{\omega}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta} \\ \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{r}_a^b = [b \ 0]^T, \mathbf{p}_{q0}^b = [x \ y]^T.$$

梁的变形梯度 $\mathbf{J}$ 和拉格朗日应变张量 $\boldsymbol{\varepsilon}^{[12]}$ 的表达式如下:

$$\mathbf{J} = \partial(\mathbf{p}_{q0}^b + \mathbf{u}_q^b)/\partial \mathbf{p}_{q0}^b,$$
$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} - \mathbf{I})/2.$$

其中 $\mathbf{I}$ 为单位阵. 那么考虑小变形小应变的假设, $\boldsymbol{\varepsilon}_{xx}$ 应变为 $\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \approx -y(\partial^2 v/\partial x^2)$, 柔性梁的势能为

$$U_{\text{sys}} = \int_v E \boldsymbol{\varepsilon}_{xx}^2 dV/2 = \int_0^l EI (\partial^2 v/\partial x^2)^2 dx/2. \quad (6)$$

其中 $I = \int_A y^2 dA$ 为梁截面惯性矩. 将公式(4)、(6)代入公式(3), 得刚柔耦合系统的一次近似动力学方程为

$$J_h \ddot{\theta} + \dot{\theta} \rho A \int_0^l ((b+x)^2 + 2(b+x)u_f + v^2) dx +$$
$$2\dot{\theta} \rho A \int_0^l ((b+x)\dot{u}_f + v\dot{v}) \delta \theta dx +$$
$$\rho A \int_0^l \ddot{v}(b+x) dx = T. \quad (7)$$

$$\rho A (\ddot{v} + \ddot{\theta}(b+x) - \dot{\theta}^2 v) + EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} -$$
$$\rho A \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \dot{\theta}^2 \left(b(1-x) + \frac{1}{2}(l^2 - x^2) \right) \right) = 0. \quad (8)$$

及边界条件

$$\begin{cases} v(0, t) = \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{(0, t)} = 0, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{(l, t)} = \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \Big|_{(l, t)} = 0. \end{cases}$$

2.3 离散动力学模型

为避免假设模态法在模态选择上的随意性影响动力学模型的精度, 采用有限元法^[13]对动力学模型离散化. 将总长为 l 的柔性梁等分 n 个长度为 $l_e = l/n$ 的两节点单元段, $\bar{x}$ 为梁上中线点在单元段内的纵向坐标, $L_i = l(i-1)/n$. 定义有限元总体节点坐标阵 $\mathbf{p}$ 及梁的单元形函数 $\mathbf{N}^{[12]}$ 为

$$\mathbf{p} = [v^1(t) \ \varphi^1(t) \ \cdots \ v^{n+1}(t) \ \varphi^{n+1}(t)] \in \mathbf{R}^{1 \times 2(n+1)},$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ l_e(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\ 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ l_e(-\xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^{1 \times 4}.$$

其中 $\xi = \bar{x}/l_e$, $v^i(t)$ 为第 i 节点在 $\mathbf{e}^b$ 下的横向平移量, $\varphi^i(t) = (\partial v^i/\partial \bar{x})|_{l_e}$. 单元变形矩阵为 $\mathbf{W}_i = \mathbf{N} \mathbf{B}_i \in \mathbf{R}^{1 \times 2(n+1)}$, $\mathbf{B}_i$ 为单元编号决定的布尔阵,

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & I_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I_2 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{4 \times 2(n+1)}.$$

1 2 i i+1 n+1

那么方程组(7)、(8)的有限元离散化模型为

$$(J_h + J_f + \mathbf{p}^T(\mathbf{M}_{pp} - \mathbf{D})\mathbf{p})\ddot{\theta} + \mathbf{U}\ddot{\mathbf{p}} +$$
$$2\dot{\theta}(\mathbf{p}^T(\mathbf{M}_{pp} - \mathbf{D})\dot{\mathbf{p}}) = T, \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_{pp}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{U}^T\ddot{\theta} + (\mathbf{K}_f - \dot{\theta}^2\mathbf{M}_{pp} + \dot{\theta}^2\mathbf{D})\mathbf{p} = 0. \quad (10)$$

其中的常值量表示如下:

$$J_f = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_e} \rho A (b + L_i + \bar{x})^2 d\bar{x},$$
$$\mathbf{M}_{pp} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_e} \rho A \mathbf{W}_i^T \mathbf{W}_i d\bar{x},$$
$$\mathbf{D} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_e} \rho A \left(b(l - L_i - \bar{x}) + 0.5(l^2 - (L_i + \bar{x})^2) \right) \frac{\partial \mathbf{W}_i^T}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{W}_i}{\partial x} d\bar{x},$$
$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_e} \rho A (b + L_i + \bar{x}) \mathbf{W}_i d\bar{x},$$
$$\mathbf{K}_f = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_e} \left(EI \frac{\partial^2 \mathbf{W}_i^T}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}_i}{\partial x^2} \right) d\bar{x}.$$

3 柔性梁频率分析

输入成形器依据柔性梁的模态信息来设计, 有必要对大范围运动柔性梁的频率特性进行分析. 取状态变量 $\mathbf{x} = [\mathbf{p} \ \dot{\mathbf{p}}]^T$, 将公式(9)代入公式(10)替代 $\ddot{\theta}$ 项, 忽略外力及高阶非线性项, 得到大范围运动柔性梁的无阻尼振动方程为,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x}.$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -(\mathbf{M}_{pp} - (\mathbf{J}_h + \mathbf{J}_f)^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} (\mathbf{K}_f - \dot{\theta}^2 \mathbf{M}_{pp} + \dot{\theta}^2 \mathbf{D}) & 0 \end{bmatrix}.$$

系统矩阵 $\mathbf{A}$ 中下划线项来自于柔性梁的大范围转动. 柔性梁的振动频率 ω_n 和阻尼比 ξ 可以由下式求得^[14], 其中 λ_i 为系统矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值,

$$\lambda_i = -\xi \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}.$$

由于 $\mathbf{A}$ 中下划线项的作用, 当这类刚柔耦合系统存在大范围旋转运动时, 梁的动边界模态频率特性不同于定边界情况下的频率特性. 取物理参数: 中心刚体半径 $b = 1 \text{ m}$ 、转动惯量 $J_h = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 梁杨氏弹性模量为 $E = 6.8952 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 截面积 $A = 7.3 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ 、体积密度 $\rho = 2.7667 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、截面惯性矩 $I = 8.2 \times 10^{-9} \text{ m}^4$, 梁长度 l 分别取 3、6、9 m, 对梁频率进行数值分析.

表1为刚柔耦合系统中动边界梁的频率变化表(括号内为定边界频率). 柔性梁的前三阶自然频率与静止悬臂情况下相应的频率均有增加, 并

且频率的增加率也随着梁长度的增加而增加,同时还可以看出梁长度变化对一阶频率的影响比其它阶频率影响要大.

表 1 不同梁长度下柔性梁的频率				
l/m	梁前三阶自然频率/ $(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}$			一阶频率 增加率/%
	第一阶	第二阶	第三阶	
3	21.91(20.67)	130.19(129.54)	363.25(362.80)	6.0
6	6.68(5.17)	33.01(32.39)	91.07(90.70)	29.3
9	3.88(2.30)	15.07(14.39)	40.67(40.31)	68.9

4 数值仿真

传统输入成形器是根据定边界梁的模式信息来设计,本文采用动边界的模式频率设计输入成形器.为对比分析这两种输入成形器的控制效果和适用范围,采用如下 3 种控制策略实现大角度机动:1) bang-bang 控制;2) bang-bang 控制 + 传统三模态输入成形器;3) bang-bang 控制 + 本文三模态输入成形器.梁长度 l 分别取 3、6、9 m,三模态输入成形器设计参数参照频率表 1,阻尼比为零. bang-bang 控制力矩输出规律为

$$T = \begin{cases} 5 \text{ N} \cdot \text{m}, & 0 < t \leq 5 \text{ s}; \\ -5 \text{ N} \cdot \text{m}, & 5 < t \leq 10 \text{ s}; \\ 0 \text{ N} \cdot \text{m}, & t > 10 \text{ s}. \end{cases}$$

图 4、图 5 为当梁长 3 m 时梁末端横向位移图及中心刚体角位移图.由图 4 可以看出在仅使用 bang-bang 控制时激发了梁低频振动,频率为 22 rad/s 左右,与表 1 分析一致,当 10 s 控制结束后梁端点的残余振动幅值为 0.007 m 左右;而使用控制策略 2、3 时,梁端点的残余振动幅值分别为 0.5×10^{-4} m、 1.6×10^{-6} m,残余振动比分别为 0.7%、0.02%.由图 6 可以看出控制策略 2、3 分别造成系统角位移响应 0.37 s、0.35 s 的延迟,但是都明显减少了角位移的振动.那么梁长 3 m 时控制策略 2、3 在完成大角度机动时都有效地抑制了系统的振动.

图 6、图 7 为当梁长 6 m 时梁末端中心刚体角位移图及横向位移图.可以看出在控制策略 2 作用下,梁端点与角位移都出现了明显的残余振动,残余振动比为 10% 左右,并且对系统的延迟为 1.47 s,而控制策略 3 在残余振动抑制和系统延迟上(1.20 s)效果仍然很好.当梁长 9 m 时,由图 8、图 9 可以看出,此时控制策略 2 已完全失效,残余振动比达到了 70% 左右,系统的延迟也达到了 3.33 s,而控制策略 3 的振动抑制效果仍然明显,系统延迟为 2.19 s.

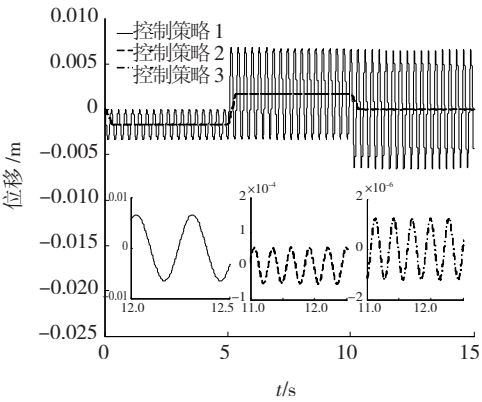


图 4 梁长 3 m 时梁末端横向位移

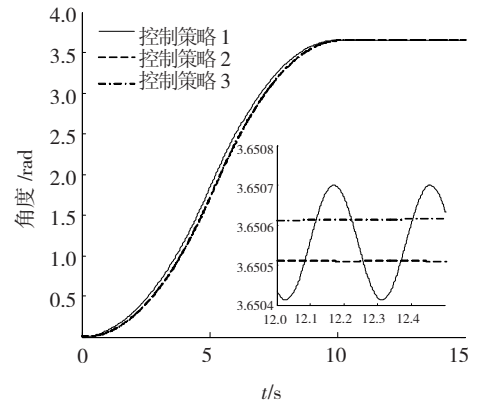


图 5 梁长 3 m 时中心刚体角度位移

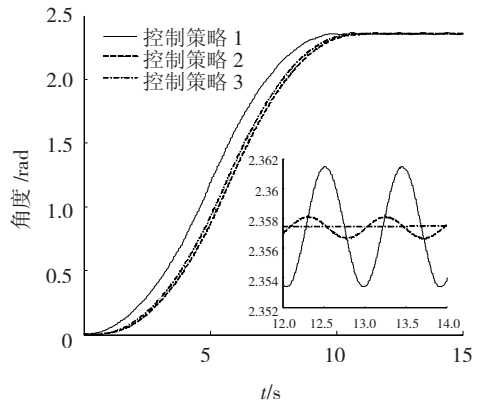


图 6 梁长 6 m 时中心刚体角位移

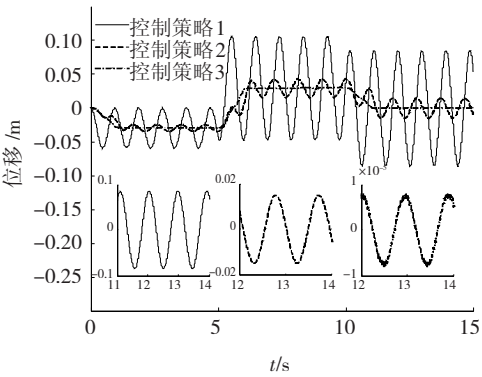


图 7 梁长 6 m 时梁末端横向位移

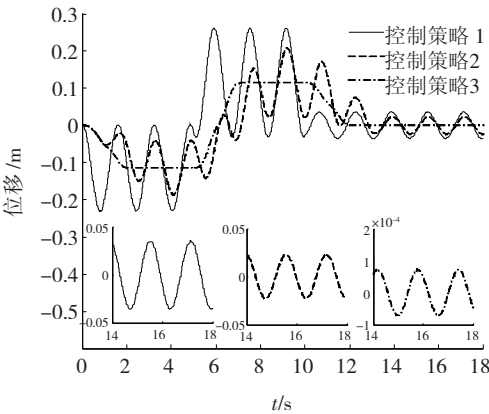


图8 梁长9 m 时梁末端横向位移

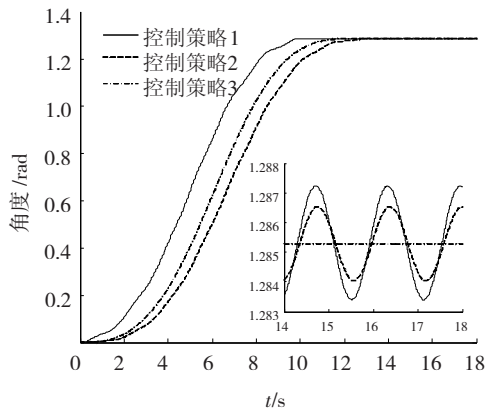


图9 梁长9 m 时中心刚体角位移

5 结 论

1)大范围运动刚柔耦合梁的前三阶自然频率比静止悬臂情况下频率大,并且频率的增加率也随着梁长度的增加而增加;

2)随着梁长度增加,系统柔性增加,基于结构动力学中定边界梁的模式信息设计的传统输入成形器将不再适用于对系统的振动抑制;

3)本文基于动边界梁的模式信息设计的输入成形器,对大范围运动刚柔系统的振动抑制效果明显.如果将本文输入成形器与其他闭环控制结合,将取得更好的控制效果.

参考文献:

[1] KANE T R, RYAN R R, BANERJEE A K. Dynamics of a cantilever beam attached to a moving base [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1987, 10 (2): 139 – 151.

[2] 蔡国平,洪嘉振. 中心刚体 – 柔性悬臂梁系统的位置主动控制[J]. 宇航学报, 2004, 25 (6): 616 – 620.

[3] SHARF I. Geometric stiffening in multibody dynamics formulations [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(4): 882 – 891.

[4] 杨辉,洪嘉振,余征跃. 动力刚化的实验研究[J]. 力学学报, 2004, 36(1): 118 – 124.

[5] 杨辉,洪嘉振,余征跃. 一类刚 – 柔耦合系统的模态特性与实验研究[J]. 宇航学报, 2002, 23(2): 67 – 72.

[6] DENG Fengyan, HE Xingsuo, LIANG Li, et al. Dynamics modeling for a rigid-flexible coupling system with nonlinear deformation field[J]. Multibody System Dynamics, 2007, 18(4): 559 – 578.

[7] SORESENSEN K, SINGHOSE W, DICKERSON S. A controller enabling precise positioning and sway reduction in bridge and gantry cranes[J]. Control Engineering Practice, 2007, 15(7): 825 – 837.

[8] SINGHOSE W E, SINGER N, SEERING W. Improving repeatability of coordinate measuring machines with shaped command signals [J]. Precision Engineering, 1996, 18: 138 – 146.

[9] HU Qinglei, SHI Peng, GAO Huijun. Adaptive variable structure and commanding shaped vibration control of flexible spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(3): 804 – 815.

[10] SHAN Jinjun, LIU Hongtao, SUN Dong. Modified input shaping for a rotating single-link flexible manipulator [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 285: 187 – 207.

[11] SINGER N C, SEERING W P. Preshaping command inputs to reduce system vibration[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1990, 112: 76 – 82.

[12] SHABANA A A. Dynamics of multibody systems[M]. 3nd. New York: Cambridge University Press, 2005: 160 – 172, 286 – 272.

[13] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. The finite element method (Volume 1: The Basis) [M]. 5nd. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000: 36 – 47.

[14] GAWRONSKI W K. Advanced structural dynamics and active control of structures [M]. New York: Springer, 2004: 14 – 22.

(编辑 张 宏)