

斜交弧齿锥齿轮耦合多转子系统振动分析方法

范叶森, 王三民, 杨 振, 刘海霞

(西北工业大学 机电学院, 710072 西安, fanyesen@126.com)

摘 要:为解决斜交弧齿锥齿轮耦合多转子系统振动分析的问题,提出了一种振动分析建模方法.利用单节点6自由度振动微分方程通式,建立了单转子系统的振动微分方程;采用斜交弧齿锥齿轮副的总体耦合矩阵,将各单转子系统的振动微分方程耦合,得到整个齿轮耦合多转子系统的振动微分方程.求解多转子系统的振动方程,得到多转子系统的固有特性、振动响应和涡动轨迹等.计算结果表明,由于齿轮的耦合作用,多转子系统产生了新的模态;一个转子上的不平衡力可以激起其他的转子响应;轴交角的改变会使各节点的涡动轨迹发生改变;在进行振动分析时,必须考虑轴交角的影响.该振动分析建模方法是可行的,计算结果是可靠的.

关键词:斜交弧齿锥齿轮;多转子系统;振动分析;建模方法

中图分类号: TH113.1;O321

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)03-0111-06

Vibration analysis method for multi-rotor system geared by angular spiral bevel gears

FAN Ye-sen, WANG San-min, YANG Zhen, LIU Hai-xia

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China)

Abstract: A vibration analysis modeling method was presented to analyze the vibration of multi-rotor system geared by angular spiral bevel gear pairs. The vibration equations of a single-rotor system were obtained using the vibration equations formula of each node with six degrees of freedom. The global vibration equations of the entire geared multi-rotor system are established through the whole coupled matrixes of the angular spiral bevel gear pairs. The nature frequencies, critical speeds, amplitude-frequency diagram and whirling orbit etc, were obtained by analyzing the global vibration equations of multi-rotor system. The numerical analysis showed that the system produced some new modes and the exciting forces on a rotor of the system would evoke considerable responses of the other rotors for the gears mesh. The numerical example indicated that the whirling orbits of each node varied with the shaft angle of the spiral bevel gear pairs. The effect of the shaft angle must be taken into account when analyzing the vibration behavior of the geared multi-rotor system. The feasibility and the reliability of the method proposed for vibration analysis of geared multi-rotor system are proved by the numerical example.

Key words: angular spiral bevel gear; multi-rotor system; vibration analysis; modeling method

在直升机、船舶等的核心传动系统中,由于受空间、外形等限制,广泛应用通过斜交弧齿锥齿轮耦合的多转子传动系统,其振动特性是否满足工作要求,直接决定着整个传动系统能否正常工作.目前,与之相关的研究主要集中在轴交角为直角

的单对弧齿锥齿轮副振动特性分析上^[1-3];转子的振动分析则不考虑齿轮的耦合作用,只分析单个转子的振动特性.对齿轮耦合的多转子系统来说,如果忽略齿轮的耦合作用,就无法为转子系统的设计提供完备的信息^[4-5].现在针对齿轮耦合的平行转子系统的建模方法和振动特性的研究已取得一定的成果^[4-8],但把弧齿锥齿轮副和转子作为一个系统进行研究的成果则非常少.在这些少量的研究成果中,普遍假设轴交角为直角,并且

收稿日期: 2009-07-27.

基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2009AA04Z404).

作者简介: 范叶森(1977—),男,博士研究生;

王三民(1961—),男,教授,博士生导师.

假设齿轮的啮合刚度远大于转子的刚度,从而忽略了轮齿的变形^[9-10]. 由于在工程中大量存在齿轮耦合的粗短型转子系统,这样忽略齿轮变形的建模方法就不具有一般性. 另外,由于轴线的非正交,致使斜交弧齿锥齿轮副的作用力分解也相对于轴线垂直时是不同的,齿轮副和整个转子系统的振动特性也会随之改变. 鉴于此,为满足工程上的迫切需求,有必要对斜交弧齿锥齿轮耦合多转子系统振动分析的建模方法进行研究.

笔者首先在文献[5]的基础上,给出了既考虑弯扭耦合又考虑轴向振动的单节点 6 自由度振动微分方程通式,利用这一通式,分别建立了系统各单转子系统的振动微分方程;然后通过齿轮副总体耦合矩阵把各单个转子系统振动方程耦合起来,得到了整个系统的振动微分方程. 求解整个系统的振动微分方程,得到了多转子系统的固有频率、振型、临界转速、幅频响应以及各节点的涡动轨迹等.

1 基本原理

1.1 计算模型

不失一般性,假设斜交弧齿锥齿轮耦合转子系统等效计算模型由 2 个单转子系统构成,并通过一对斜交弧齿锥齿轮耦合在一起(见图 1). 以 2 转子的轴线交点为坐标原点,以转子 1 的轴心线为 z 轴,使 x 轴垂直于 2 轴线所在平面,建立系统的总体坐标系 $o-xyz$. 令转子 1 的局部坐标系 $o_1-x_1y_1z_1$ 与总体坐标系 $o-xyz$ 重合;令 z_2 轴与转子 2 轴心线重合,并使 x_2 轴和坐标原点 o_2 与总体坐标重合,建立转子 2 局部坐标系 $o_2-x_2y_2z_2$.

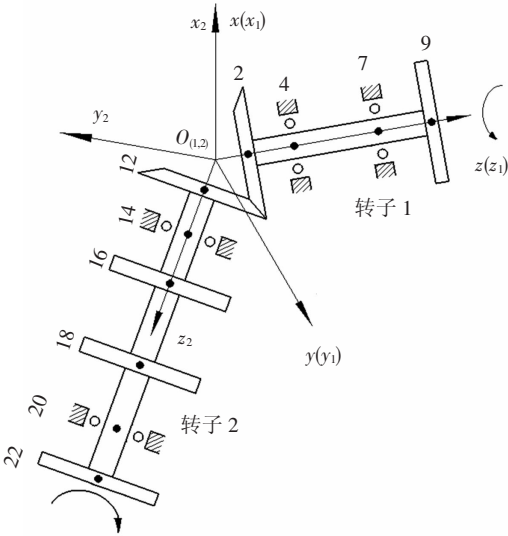


图 1 斜交弧齿锥齿轮耦合转子系统等效计算模型
考虑到描述转子的振动用局部坐标更为方

便,为避免不必要的坐标转换,本文把各转子在其局部坐标下的振动位移作为系统的广义位移. 为了便于建模,首先将转子系统利用集总参数法进行离散,并将整个转子系统各节点按一定次序进行编号. 节点 j 的振动位移统一表示为

$$X_j = \{x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z\}_j^T.$$

其中前 3 项表示节点 j 沿 x, y, z 轴向的振动线位移,后 3 项表示节点 j 沿 x, y, z 轴的振动角位移.

1.2 单转子系统振动微分方程

如图 2 所示,使用集总参数法,可以把连续的单转子 q 离散为由无质量弹性轴段和刚性圆盘所组成的轴盘系统,并以圆盘的中心作为节点. 在图 2 中, l_j, I_j, I_{pj}, A_j 分别为轴段 j 的长度、直径惯性矩、极惯性矩和截面积; m_j 和 $J_{ij} (i = x, y, z)$ 分别为节点 j 处惯性盘的质量和转动惯量; d_{jik}, d_{zj} 和 $k_{jik}, k_{zj} (i, k = x, y)$ 分别为节点 j 处轴承的阻尼和刚度.

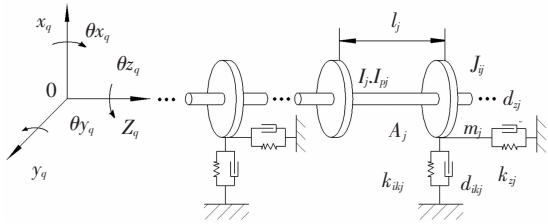


图 2 单转子系统集总参数模型

对于弧齿锥齿轮耦合的转子系统来说,齿轮的轴向分力不能忽略,因而必须考虑转子的轴向振动. 在文献[5]的基础上,综合考虑转子的轴向振动,可以得到在局部坐标系中节点 j 考虑弯扭耦合和轴向振动的 6 自由度自由振动方程:

$$M_j \ddot{X}_j + C_j \dot{X}_j - K_{s1}^{j+1} X_{j+1} - K_{s2}^j X_{j-1} + (K_b^j + K_{s3}^{j+1} + K_{s4}^j) X_j = 0. \quad (1)$$

式中,

$$M_j = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}_j,$$
$$C_j = \begin{bmatrix} d_{xx} & d_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{yx} & d_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_z \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_z \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_j,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_b^j &= \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{yx} & k_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_j, \\ \mathbf{K}_{s1}^j &= \begin{bmatrix} \alpha H & 0 & \beta U & 0 \\ 0 & k_A & 0 & 0 \\ \beta U & 0 & -\gamma H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix}_j, \\ \mathbf{K}_{s2}^j &= \begin{bmatrix} \alpha H & 0 & -\beta U & 0 \\ 0 & k_A & 0 & 0 \\ -\beta U & 0 & -\gamma H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix}_j, \\ \mathbf{K}_{s3}^j &= \begin{bmatrix} \alpha H & 0 & -\beta U & 0 \\ 0 & k_A & 0 & 0 \\ \beta U & 0 & 2\gamma H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix}_j, \\ \mathbf{K}_{s4}^j &= \begin{bmatrix} \alpha H & 0 & \beta U & 0 \\ 0 & k_A & 0 & 0 \\ -\beta U & 0 & 2\gamma H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix}_j. \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \\ \alpha_j &= \frac{12E_j I_j}{l_j^3}, \beta_j = \frac{6E_j I_j}{l_j^2}, \gamma_j = \frac{2E_j I_j}{l_j}; \end{aligned}$$

$\mathbf{M}_j$ 为节点 j 的质量矩阵, $\mathbf{C}_j$ 为等效阻尼矩阵, $\mathbf{K}_b^j$ 为节点 j 处轴承的阻尼矩阵和刚度矩阵, $\mathbf{K}_{si}^j$ ($i = 1, 2, 3, 4$) 为节点 j 与前后节点的耦合关系矩阵. $k_{\theta j} = G_j I_{pj} / l_j$ 为轴段 j 的扭转刚度, $k_{Aj} = E_j A_j / l_j$ 为轴段 j 的拉压刚度, G_j 、 E_j 分别为轴段 j 的剪切模量和弹性模量.

对整个转子系统, 齿轮副的耦合力是内力, 对单个转子系统来说, 齿轮的耦合力是外力.

假设转子 q 被划分为 n 个节点, 在整个系统中的节点编号为 $i + 1$ 到 $i + n$, 则由式(1) 可以得到转子 q 的振动微分方程为:

$$\mathbf{M}^q \ddot{\mathbf{X}}^q + \mathbf{C}^q \dot{\mathbf{X}}^q + \mathbf{K}^q \mathbf{X}^q = \mathbf{F}_e^q - \mathbf{F}_{cou}^q. \quad (2)$$

式(2) 中, $\mathbf{M}^q$ 、 $\mathbf{C}^q$ 和 $\mathbf{K}^q$ 分别为转子 q 的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{F}_e^q$ 和 $\mathbf{F}_{cou}^q$ 分别表示作用在转子 q 上的广义激振力向量和齿轮副的耦合力向量; $\mathbf{X}^q = \{\mathbf{X}_{i+1}^T, \mathbf{X}_{i+2}^T, \dots, \mathbf{X}_{i+n}^T\}^T$ 为转子 q 上所有节点的广义位移向量.

1.3 齿轮副耦合作用分析

图 3 为斜交弧齿锥齿轮副耦合作用示意图. 不失一般性, 假设主动齿轮 i 在转子 1 的节点 i 上为右旋齿轮, 从大端看逆时针转动; 假设被动齿轮 j 在转子 2 的节点 j 上为左旋齿轮, 从大端看顺时针转动. 局部坐标系和总体坐标系的建立方法与图 1 相同. 图 3 中, k_m 和 c_m 分别表示齿轮副的平均啮合刚度和啮合阻尼, Σ 表示齿轮的轴交角. 给定了轴交角和齿数, 两齿轮的节锥角也就随之确定.

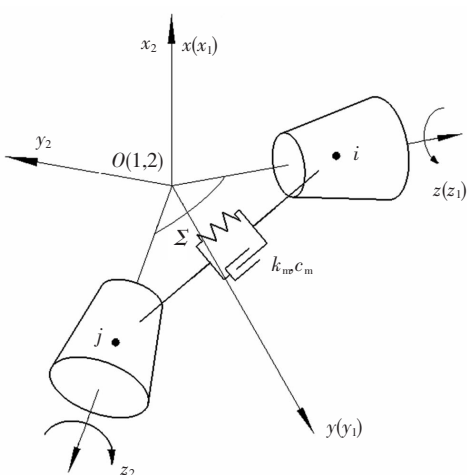


图 3 弧齿锥齿轮副耦合作用

不计轮齿的综合误差, 综合考虑齿轮的扭振和摆振, 则由于齿轮 i 的振动而在啮合线上产生的振动位移为

$$\lambda_i = \mathbf{V}_i \cdot \mathbf{X}_i,$$

其中, $\mathbf{V}_i = \{c_1, c_2, c_3, r_{mi}c_3, 0, -r_{mi}c_1\}$, $c_1 = \cos \alpha_n \cos \beta_m$, $c_2 = \sin \alpha_n \cos \delta_i - \cos \alpha_n \sin \beta_m \sin \delta_i$, $c_3 = \sin \alpha_n \sin \delta_i + \cos \alpha_n \sin \beta_m \cos \delta_i$, r_{mi} 为齿轮 i 的齿宽中点节圆半径, β_m 为轮齿中点螺旋角, α_n 为法面压力角, δ_i 表示齿轮 i 的节锥角.

同理, 由于齿轮 j 的振动而在啮合线上产生的振动位移为

$$\lambda_j = \mathbf{V}_j \cdot \mathbf{X}_j,$$

其中, $\mathbf{V}_j = \{c_1, c_4, c_5, -r_{mj}c_5, 0, r_{mj}c_1\}$, $c_4 = \sin \alpha_n \cos \delta_j + \cos \alpha_n \sin \beta_m \sin \delta_j$, $c_5 = \sin \alpha_n \sin \delta_j - \cos \alpha_n \sin \beta_m \cos \delta_j$, r_{mj} 为齿轮 j 的齿宽中点节圆半径, δ_j 为齿轮 j 的节锥角.

由上可得齿轮副在啮合线上产生的相对振动位移为 $\lambda_n = \lambda_i - \lambda_j$.

则轮齿在法向的啮合力见式(3):

$$f_n = k_m \lambda_n + c_m \dot{\lambda}_n. \quad (3)$$

由于齿轮的耦合而作用在齿轮节点 i 上的广义力向量 $\Delta \mathbf{F}_i$ 为

$$\Delta \mathbf{F}_i = \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{f}_n. \quad (4)$$

式(4)中, $\mathbf{B}_i = \{c_1, -c_2, c_3, r_{mi}c_3, 0, -r_{mi}c_1\}^T, \Delta \mathbf{F}_i = \{F_x, F_y, F_z, N_x, N_y, N_z\}_i^T$. 其中 F_ξ 和 $N_\xi (\xi = x, y, z)$ 为作用在 ξ 方向上的力和扭矩. 同理, 由于齿轮的耦合而作用在齿轮节点 j 上的广义力向量 $\Delta \mathbf{F}_j$ 为

$$\Delta \mathbf{F}_j = \mathbf{B}_j \cdot \mathbf{f}_n. \tag{5}$$

式(5)中, $\mathbf{B}_j = \{-c_1, c_4, c_5, r_{mj}c_5, 0, r_{mj}c_1\}^T$.
当齿轮的旋向和转向发生改变时, 作用力分析过程与上相同.

1.4 系统的振动微分方程

由图 1 可知, 整个转子系统由 2 个单转子系统组成, 并通过一对斜交弧齿锥齿轮耦合在一起. 2 个齿轮所在位置以及主被动关系与 1.3 节相同. 根据式(2)可分别获得转子 1 和转子 2 的振动方程. 将这 2 个转子振动方程合并, 可得扩展后的双转子系统的振动方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}_{\text{mid}}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_{\text{mid}}\mathbf{X} = \mathbf{F}_e - \mathbf{F}_{\text{cou}}. \tag{6}$$

式(6)中, $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^1 \\ \mathbf{X}^2 \end{bmatrix}, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}^2 \end{bmatrix},$

$$\mathbf{C}_{\text{mid}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}^2 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_{\text{mid}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}^2 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{F}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_e^1 \\ \mathbf{F}_e^2 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{\text{cou}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{cou}}^1 \\ \mathbf{F}_{\text{cou}}^2 \end{bmatrix},$$

其中, $\mathbf{X}$ 为整个双转子系统的广义振动位移, $\mathbf{M}$ 双转子系统的质量矩阵, $\mathbf{C}_{\text{mid}}$ 和 $\mathbf{K}_{\text{mid}}$ 为中间过度矩阵, $\mathbf{F}_e$ 为作用在双转子系统上的广义激振力向量; $\mathbf{F}_{\text{cou}}$ 为两转子间的耦合力向量.

由以上论述可知:

$$\mathbf{F}_{\text{cou}}^1 = \{\mathbf{0}^T, \cdots, \mathbf{0}^T, \Delta \mathbf{F}_i^T, \mathbf{0}^T, \cdots, \mathbf{0}^T\}^T,$$
$$\mathbf{F}_{\text{cou}}^2 = \{\mathbf{0}^T, \cdots, \mathbf{0}^T, \Delta \mathbf{F}_j^T, \mathbf{0}^T, \cdots, \mathbf{0}^T\}^T,$$

则 $\mathbf{F}_{\text{cou}}$ 可表示为

$$\mathbf{F}_{\text{cou}} = \mathbf{K}_{\text{cou}}\mathbf{X} + \mathbf{C}_{\text{cou}}\dot{\mathbf{X}}. \tag{7}$$

式(7)中, $\mathbf{K}_{\text{cou}} = k_m \mathbf{S}, \mathbf{C}_{\text{cou}} = c_m \mathbf{S}, \mathbf{S}$ 为系数矩阵.
 $\mathbf{K}_{\text{cou}}$ 和 $\mathbf{C}_{\text{cou}}$ 就是斜交弧齿锥齿轮副的总体耦合刚度矩阵和总体耦合阻尼矩阵.

将式(7)代入式(6)并整理得

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}_e. \tag{8}$$

式(8)中, $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{\text{mid}} + \mathbf{C}_{\text{cou}}, \mathbf{K} = \mathbf{K}_{\text{mid}} + \mathbf{K}_{\text{cou}}$.
式(8)就是通过斜交弧齿锥齿轮副耦合的双转子系统不平衡响应振动微分方程. 令广义激励力 $\mathbf{F}_e = 0$, 就可以得到双转子系统的自由振动方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = 0. \tag{9}$$

求解式(8)可得系统的不平衡响应和涡动轨迹等, 而求解式(9)可得系统的固有频率、振型并可以进行临界转速的搜索.

当转子系统的转子多于 2 个时, 建模方法与双转子系统类似, 所不同的是单转子系统微分方程的数量和耦合副总体耦合矩阵的数量.

2 算 例

2.1 转子系统结构参数

为进一步说明本方法的可行性, 对图 1 所示的转子系统给定一组结构参数, 并对其振动特性进行计算. 转子 1 被划分为 10 个节点, 节点编号从 1~10; 转子 2 被划分为 13 节点, 节点编号从 1~23. 各主要节点的分布和编号见图 1. 转子 1 为主动转子, 齿轮大端看逆时针转动; 转子 2 为从动转子, 顺时针转动.

在表 1 中, l, d_o 和 d_i 分别表示轴段的长度、外径和内径.

表 1 转子结构参数

转子	节点编号	l/m	d_o/m	d_i/m
转子 1	1	0	0	0
	2	0.05	0.06	0.03
	3	0.05	0.06	0.03
	4	0.05	0.07	0.03
	5	0.05	0.07	0.03
	6	0.20	0.09	0.03
	7	0.05	0.07	0.03
	8	0.05	0.07	0.03
	9	0.05	0.06	0.03
	10	0.05	0.06	0.03
转子 2	11	0	0	0.04
	12	0.05	0.07	0.04
	13	0.05	0.07	0.04
	14	0.05	0.09	0.04
	15	0.05	0.09	0.04
	16	0.15	0.01	0.04
	17	0.15	0.01	0.04
	18	0.15	0.01	0.04
	19	0.15	0.01	0.04
	20	0.05	0.09	0.04
	21	0.05	0.09	0.04
	22	0.05	0.07	0.04
	23	0.05	0.07	0.04

整个转子系统的材料为同一种材料, 弹性模量 E 为 $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, 剪切模量 G 为 $8 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 密度为 $7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

节点 2 上齿轮的齿数为 41, 锥角为 47.53° , 右旋; 节点 12 上齿轮的齿数为 53, 锥角为 72.47° , 左旋; 两齿轮的模数为 5 mm, 螺旋角为 35° ; 斜交弧齿锥齿轮副的轴交角为 120° .

齿轮副的平均啮合刚度可采用有限元法计算^[2], 本算例的斜交弧齿锥齿轮副的平均啮合刚度

为 $1.13 \times 10^9 \text{ N/m}$, 相对啮合阻尼系数取为 0.05.

4 节点和 7 节点上轴承的刚度为 $1.0 \times 10^8 \text{ N/m}$, 阻尼为 $9\,000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$; 14 节点和 20 节点上轴承的刚度为 $1.4 \times 10^8 \text{ N/m}$, 阻尼为 $12\,000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$.

节点 9 上的等效圆盘的直径为 0.2 m, 厚度为 0.05 m; 节点 16、节点 18 和节点 22 上的等效圆盘直径为 0.3 m, 厚度为 0.01 m.

2.2 计算结果分析

为研究齿轮的耦合作用对转子系统固有特性的影响, 将各单转子系统的固有频率和耦合的转子系统的固有频率作一对比(见表 2). 转子 1 的转速为 $10\,000 \text{ r/min}$.

表 2 单转子和耦合转子系统固有频率 rad/s			
转子	阶次	固有频率	振型特征
转子 1	1	1 180.6	W
	2	1 341.2	W
	3	1 854.4	W
	4	1 913.1	W
转子 2	1	1 293.0	N
	2	1 457.3	W
	3	1 611.6	W
	4	1 778.0	W
耦合转子系统	1	119.4	N_1, N_2
	2	1 223.2	N_1, N_2
	3	1 311.9	W_1, W_2
	4	1 419.1	W_1, W_2
	5	1 604.4	W_1, W_2
	6	1 775.1	W_2
	7	1 807.1	W_1, W_2
	8	1 892.8	W_1

注: N 和 W 表示单转子振型以扭转和弯曲振型为主; N_i 和 $W_i (i = 1, 2)$ 表示耦合转子系统的振型以转子 i 的扭转和弯曲振型为主.

表 2 给出了各单转子系统和通过齿轮耦合后的转子系统的 $2\,000 \text{ rad/s}$ 以内的各阶固有频率. 由表 2 可知, 耦合转子系统的固有频率并不等于 2 个单转子系统固有频率之和, 而是产生了一些新的固有频率; 由于齿轮的耦合作用, 有些单转子系统的固有频率消失.

对于弧齿锥齿轮耦合的双转子系统, 2 个转子的转速是不同的, 而任何一个转子都可能激起整个转子系统的共振, 因而必须分别以转子 1 和转子 2 的转速为变量进行临界转速的搜索. 在工程上, 人们更关注输入端转子应该避开哪些转速, 因而还必须把各转子激起的临界转速值向输入端

转子折算. 表 3 所示的就是转子 1 和转子 2 所激起的临界转速向转子 1 折算的值, 在不影响结论的前提下, 这里只给出前 6 阶临界转速.

表 3 转子系统的临界转速		
阶次	临界转速/($\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$)	备注
1	1 139.83	转子 1
2	1 473.44	转子 2
3	11 557.65	转子 1
4	12 388.47	转子 1
5	13 674.24	转子 1
6	14 586.31	转子 2

注: “转子 1” 表示由转子 1 激起的临界转速, “转子 2” 表示由转子 2 激起的临界转速.

研究各节点的幅频响应可以帮助确定转子系统的最佳工作转速区间, 并可以帮助判定转子上的最大振幅位置; 通过对幅频响应的研究还可以帮助了解齿轮耦合对多转子系统振动特性的影响, 因而有必要研究整个系统的幅频响应曲线.

假设节点 18 上的圆盘有不平衡量 $5 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}$, 其他节点上没有不平衡量, 并且除了不平衡激振力以外, 没有其他的激振力. 在转子 1 的转速 ω_1 从 $10\,000 \sim 20\,000 \text{ r/min}$ 变化的过程中, 转速每增加 500 r/min 计算一次. 图 4 为在上述条件下转子系统各节点的幅频响应规律曲线. 从图 4 可以看出, 由于齿轮的耦合作用, 转子 2 上的不平衡量激起了转子 1 上各节点的振动, 在一定条件下, 转子 1 上的最大振幅还大于转子 2 上的最大振幅. 这也就说明, 在计算一个转子的幅频响应时, 不考虑齿轮的耦合作用和其他转子上的激励力作用, 将不能得到正确的解. 结合表 3, 从图 4 可以看出在临界转速附近, 转子系统一些节点的响应明显增大, 这也就说明用本文方法求出的临界转速和响应是正确的.

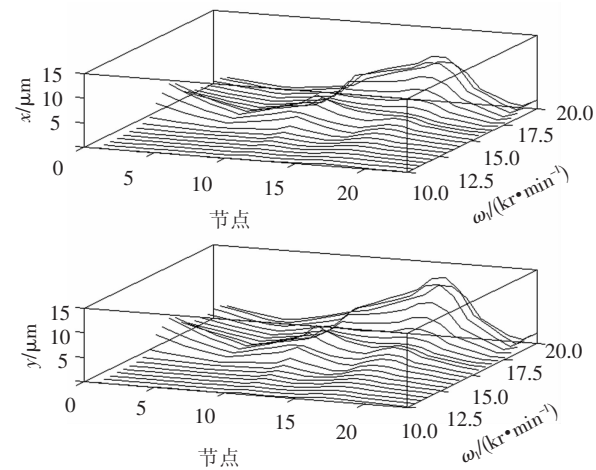


图 4 转子系统各节点的幅频响应

关键节点的涡动轨迹可用于判断转子是否会发生碰摩等现象,特别是研究齿轮的涡动轨迹,还有助于了解齿轮的啮合状况.假设节点2上的齿轮存在不平衡量 $5 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}$,转子1的转速为 $10\,000 \text{ r/min}$,传送功率为 9 kW ,其他参数不变,当轴交角分别取为 80° 、 90° 、 110° 和 120° 时,节点2的涡动轨迹变化如图5所示.

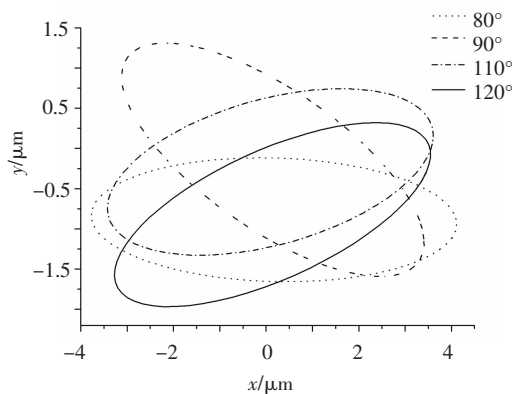


图5 节点2上齿轮中心涡动轨迹

由图5可知,在其他参数不变的情况下,当轴交角取不同值时,节点2的涡动轨迹是不同的,不仅涡动轨迹的长轴方向不同,而且振幅和涡动中心也都发生了很大变化.计算表明,其他节点的涡动轨迹也会随轴交角改变而改变.由此可知,在对斜交弧齿锥齿轮齿轮耦合多转子系统的振动特性进行分析时,必须考虑齿轮副轴交角的影响.

3 结 论

1) 利用单节点6自由度振动微分方程通式,建立了单转子系统的振动微分方程;利用斜交弧齿锥齿轮副的总体耦合矩阵把各单转子系统的振动微分方程耦合,得到整个多转子系统的振动微分方程.

2) 齿轮耦合多转子系统的固有频率不是单转子系统固有频率之和,多转子系统产生了新的固有频率.

3) 一个转子上的不平衡力,会激起系统中其他转子的振动响应;各个转子都能激起整个系统的共振,因而搜索临界转速时必须综合考虑各个转子的转速.

4) 轴交角改变,各节点的涡动轨迹也会随之改变;在进行振动分析时,必须考虑轴交角的影响.

5) 算例表明,本文所论述的建模方法是可行的,计算结果是可靠的.

参考文献:

- [1] 方宗德,高平. 弧齿锥齿轮传动的振动分析[J]. 航空学报,1994, 15(5): 576-581.
- [2] 王立华,李润方,林腾蛟,等. 弧齿锥齿轮传动系统的耦合振动分析[J]. 中国机械工程,2006, 17(14): 1431-1434.
- [3] 杨先勇,周晓军,林勇,等. 螺旋锥齿轮间隙非线性系统的分岔与混沌[J]. 振动与冲击,2008, 27(11): 115-119.
- [4] CHOI S T, MAU S Y. Dynamic analysis of geared rotor-bearing system by the transfer matrix method[J]. Journal of Mechanical Design, 2001, 123: 562-568.
- [5] 虞烈,刘恒. 轴承-转子系统动力学[M]. 西安:西安交通大学出版社,2001.
- [6] SHIAU T N, RAO J S, CHANG J R, et al. Dynamic behavior of geared rotors[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1999, 121:494-503.
- [7] LEEA A S, HA J W. Prediction of maximum unbalance responses of a gear-coupled two-shaft rotor-bearing system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 283: 507-523.
- [8] THEODOSSIADIS J, NATSIAVAS S. On geared rotor dynamic systems with oil journal bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 234(4): 721-745.
- [9] LI M, HU M Y. Dynamic analysis of a spiral bevel-gear rotor-bearing system[J]. Journal of sound and vibration, 2003, 259(3): 605-624.
- [10] 任平珍,杨海燕. 具有SFD及锥齿轮啮合的多转子系统稳态不平衡响应研究[J]. 航空动力学报,1997, 12(1): 43-45.

(编辑 杨 波)