

航天器的一种无源自适应姿态控制方法

段广仁, 钟震, 姜苍华

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 150001 哈尔滨, zhongzhen_0@163.com)

摘要: 针对惯量矩阵参数无法精确获知的航天器姿态控制问题, 将一般的姿态动力学模型转化为欧拉角形式的动力学方程, 基于无源性理论提出了一种无源自适应控制律. 通过理论分析证明了该控制策略的渐进跟踪性能. 该控制策略可以有效地解决由于各种因素引起的转动惯量未知时的姿态控制问题. 数值仿真表明该方案的有效性.

关键词: 无源; 自适应; 姿态控制; 航天器

中图分类号: 93C40

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)05-0001-07

One scheme of passive adaptive attitude control for spacecraft

DUAN Guang-ren, ZHONG Zhen, JIANG Cang-hua

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, zhongzhen_0@163.com)

Abstract: Based on passive theory, a direct adaptive attitude control scheme for spacecraft is proposed, which can estimate unknown inertia matrix and solve the attitude control problem effectively. Theoretical analysis demonstrates that the closed control system is asymptotically stable, and a numerical simulation illustrates the effect of the proposed scheme.

Key words: passive; adaptive control; attitude control; spacecraft

由于受到燃料的消耗、帆板的展开转动以及有效载荷的释放等因素影响, 在轨道运动的航天器的惯量参数通常会发生变化而且是无法精确获知的, 加之姿态动力学是耦合的和非线性的, 这些原因都使得设计航天器的姿态控制器成为一项很复杂的任务.

目前国内外学者已经采用各种控制策略来解决航天器姿态控制问题. 文献[1-2]采用变结构控制算法研究了航天器的姿控问题. 文献[3-4]利用最优思想解决了航天器最优调节和姿态跟踪问题. 在航天器惯量矩阵精确值已知的前提下, 文献[5]利用非线性 H_∞ 控制策略解决了航天器的姿态跟踪问题. 文献[6]对具有参数不确定的航天器给出了1种非线性鲁棒分散姿态控制设计方

法. 模糊控制方法也被文献[7]用来实现存在惯量矩阵不确定的航天器姿态调节问题. 这些方法各有优势, 但它们或者是基于惯量参数精确已知的假设, 或者是单纯考虑系统的鲁棒性能而没有考虑通过控制器的自适应能力实现控制系统设计.

为保证系统的控制性能指标, 对不确定参数具有良好适应能力的自适应控制算法引起了众多学者的研究兴趣, 并在系统控制设计中得到了广泛的应用. 现今利用自适应方法来解决航天器的姿态控制已经有较多文献. 文献[8]研究了航天器的姿态控制问题, 但所提出的自适应控制律依赖于所构造 Lyapunov 函数所含有的1个足够小的参数以保证系统的全局渐近稳定. 文献[9]提出了一种自适应控制算法, 但需使用周期信号辨识系统的惯量矩阵. 文献[10]综合自适应反步法与非线性阻尼算法, 提出了1种鲁棒自适应控制器. 文献[11]针对分导飞行器分导后带来的惯量

收稿日期: 2009-11-24.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60710002).

作者简介: 段广仁(1962—), 男, 长江学者特聘教授, 博士生导师.

矩阵的突变给出了1种多模型间接自适应控制方法.

与已有方法不同的是,本文通过无源性理论给出1种利用欧拉角偏差信息来进行参数辨识的自适应控制方法.先将航天器的姿态动力学模型转化为欧拉角形式的动力学方程,然后构造自适应控制律,这种控制律较现有方法的优势在于进行参数辨识时既不需要使用周期信号也不需要测量控制力矩的偏差值来更新系统的惯量矩阵,而是利用目标欧拉角和当前欧拉角的偏差信息来更新系统的惯量矩阵,因而应用起来相对简洁.文中在理论上证明了该方案的渐进跟踪收敛特性,最后用1个航天器的姿态跟踪的数值例子验证了自适应控制方案的有效性.

本文中, $\mathbb{R}^n$ 表示 n 维欧氏空间,特别地, $\mathbb{R}$ 表示实数域; $\mathbb{R}^{m \times n}$ 代表 $m \times n$ 维实矩阵, $\mathbf{I}_n$ 代表 $n \times n$ 维的单位阵. L_∞ 、 L_1 和 L_2 分别表示 Lebesgue 意义下的有界函数空间、可积函数空间以及平方可积函数空间. (L_∞) 、 (L_1) 和 (L_2) 表示函数或信号分别具有 L_∞ 、 L_1 和 L_2 的属性.

1 问题描述

如不考虑航天器弹性结构或液体晃动带来的影响,航天器的姿态动力学可用如下刚体模型来描述:

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{so}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{so}} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{\text{so}} = \boldsymbol{\tau}. \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^3$ 为控制力矩; $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为转动惯量矩阵且对称正定; $\boldsymbol{\omega}_{\text{so}} \in \mathbb{R}^3$ 是航天器相对于惯性坐标系的姿态角速度在体坐标系上的分量,且可测量,表示为

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{so}} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T.$$

符号 $\boldsymbol{\omega}_{\text{so} \times}$ 表示向量 $\boldsymbol{\omega}_{\text{so}}$ 组成的如下斜对称阵:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{so} \times} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}.$$

设 $\boldsymbol{\theta}_{\text{so}} = [\varphi \quad \vartheta \quad \psi]^T$ 是航天器当前姿态相对于惯性坐标系的欧拉角,即按 $z(\psi) \rightarrow y(\vartheta) \rightarrow x(\varphi)$ 的顺序将从惯性坐标系旋转到体坐标系的3次旋转角度.因为姿态角速度 $\boldsymbol{\omega}_{\text{so}}$ 、 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{so}}$ 与欧拉角 $\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}$ 的关系为^[12]

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{so}} = \mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}})\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}, \quad (2)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{so}} = \mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}})\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}} + \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}})\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}. \quad (3)$$

其中:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \vartheta \\ 0 & \cos \varphi & \cos \vartheta \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \vartheta \cos \varphi \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\vartheta \cos \vartheta \\ 0 & -\dot{\varphi} \sin \varphi & -\vartheta \sin \vartheta \sin \varphi + \dot{\varphi} \cos \vartheta \cos \varphi \\ 0 & -\dot{\varphi} \cos \varphi & -\vartheta \sin \vartheta \cos \varphi - \dot{\varphi} \cos \vartheta \sin \varphi \end{bmatrix}.$$

将式(2)、(3)代入式(1)中,可以将姿态动力学模型(1)转化为如下欧拉角形式的运动方程:

$$\mathbf{J}\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}})\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}} + \mathbf{N}(\mathbf{J}, \boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}})\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}} = \boldsymbol{\tau}. \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{N}(\mathbf{J}, \boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}) = \mathbf{J}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}) + (\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}})\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}})_{\times} \mathbf{J}\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}).$$

式中: $(\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}})\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}})_{\times}$ 类似于 $\boldsymbol{\omega}_{\text{so} \times}$ 为向量组成的斜对称阵.

假设 $\boldsymbol{\theta}_{\text{do}} = [\varphi_d \quad \vartheta_d \quad \psi_d]^T$ 是航天器期望姿态相对于惯性坐标系的欧拉角.将此转动惯量未知的航天器姿态调整问题描述为如下问题.

问题 对于式(4)表示的航天器姿态运动方程,目的是设计1个连续的控制律

$$\boldsymbol{\tau} = f(\boldsymbol{\theta}_{\text{do}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{do}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{do}}, \boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}),$$

使得姿态跟踪偏差和角速度跟踪偏差渐进收敛.

2 主要结果

2.1 控制律设计

在给出控制律之前,为了简化叙述,先给出一些符号和1个重要引理.

设 $\hat{\mathbf{J}}$ 为转动惯量 $\mathbf{J}$ 的估计值,

$$\mathbf{N}(\hat{\mathbf{J}}, \boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}) = \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}) + (\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}})\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}})_{\times} \hat{\mathbf{J}}\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}),$$

$$\tilde{\mathbf{N}}(\mathbf{J}, \hat{\mathbf{J}}, \boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}) = \mathbf{N}(\mathbf{J}, \boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}) -$$

$$\mathbf{N}(\hat{\mathbf{J}}, \boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}),$$

$$\tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{J} - \hat{\mathbf{J}} = [\tilde{J}_{ij}]_{3 \times 3},$$

$$\mathbf{e} = \boldsymbol{\theta}_{\text{do}} - \boldsymbol{\theta}_{\text{so}} = [e_1 \quad e_2 \quad e_3]^T,$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_r = \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{do}} + \mathbf{K}_D \mathbf{e} = [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3]^T,$$

$$\boldsymbol{\nu} = \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_D \mathbf{e},$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}},$$

其中: $\mathbf{K}_D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为正定增益阵.

引理1 公式 $\tilde{\mathbf{J}}\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}})\ddot{\boldsymbol{\theta}}_r + \tilde{\mathbf{N}}(\mathbf{J}, \hat{\mathbf{J}}, \boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}})\dot{\boldsymbol{\theta}}_r$ 可以化为如下线性参数化形式:

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{\text{so}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{so}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{do}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{do}})\bar{\mathbf{p}}(t).$$

其中

$$\bar{\mathbf{p}} = [\tilde{J}_{11} \quad \tilde{J}_{12} \quad \tilde{J}_{13} \quad \tilde{J}_{22} \quad \tilde{J}_{23} \quad \tilde{J}_{33}]^T, \quad (5)$$

$$H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do}) = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 - \omega_x \rho_1 & \mu_3 + \omega_y \rho_1 & -\omega_x \rho_2 & \omega_y \rho_2 - \omega_x \rho_3 & \omega_y \rho_3 \\ \omega_x \rho_1 & \mu_1 + \omega_x \rho_2 & -\omega_x \rho_1 + \omega_x \rho_3 & \mu_2 & \mu_3 - \omega_x \rho_2 & -\omega_x \rho_3 \\ -\omega_y \rho_1 & \omega_y \rho_1 - \omega_y \rho_2 & \mu_1 - \omega_y \rho_3 & \omega_x \rho_2 & \mu_2 + \omega_x \rho_3 & \mu_3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 - \eta_3 \sin \vartheta \\ \eta_2 \cos \varphi + \eta_3 \cos \vartheta \sin \varphi \\ -\eta_2 \sin \varphi + \eta_3 \cos \vartheta \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 - \eta_3 \sin \vartheta - \eta_3 \dot{\vartheta} \cos \vartheta \\ \eta_2 \cos \varphi + \eta_3 \cos \vartheta \sin \varphi - \eta_2 \dot{\varphi} \sin \varphi + \eta_3 (\dot{\varphi} \cos \vartheta \cos \varphi - \dot{\vartheta} \sin \vartheta \sin \varphi) \\ -\eta_2 \sin \varphi + \eta_3 \cos \vartheta \cos \varphi - \eta_2 \dot{\varphi} \cos \varphi - \eta_3 (\dot{\vartheta} \sin \vartheta \cos \varphi + \dot{\varphi} \cos \vartheta \sin \varphi) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

证明

$$\begin{aligned} \tilde{J}T(\theta_{so})\ddot{\theta}_r + \tilde{N}(J, \hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_r &= \tilde{J}T(\theta_{so})\ddot{\theta}_r + \tilde{J}\Phi(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_r + [\omega_{so \times} \tilde{J}T(\theta_{so}) - \omega_{so \times} \tilde{J}T(\theta_{so})]\dot{\theta}_r = \\ &= \tilde{J} \left\{ T(\theta_{so}) \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \dot{\eta}_3 \end{bmatrix} + \Phi(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}) \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} \right\} + \omega_{so \times} \tilde{J}T(\theta_{so})\dot{\theta}_r = \tilde{J} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} + \\ &= \begin{bmatrix} -\omega_{\tilde{J}21} + \omega_{\tilde{J}31} & -\omega_{\tilde{J}22} + \omega_{\tilde{J}32} & -\omega_{\tilde{J}23} + \omega_{\tilde{J}33} \\ \omega_{\tilde{J}11} - \omega_{\tilde{J}31} & \omega_{\tilde{J}12} - \omega_{\tilde{J}32} & \omega_{\tilde{J}13} - \omega_{\tilde{J}33} \\ -\omega_{\tilde{J}11} + \omega_{\tilde{J}21} & -\omega_{\tilde{J}12} + \omega_{\tilde{J}22} & -\omega_{\tilde{J}13} + \omega_{\tilde{J}23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 & \mu_2 & \mu_3 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_1 & 0 & \mu_2 & \mu_3 \end{bmatrix} \tilde{p} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x \rho_1 & \omega_y \rho_1 & -\omega_x \rho_2 & \omega_y \rho_2 - \omega_x \rho_3 & \omega_y \rho_3 \\ \omega_x \rho_1 & \omega_x \rho_2 & -\omega_x \rho_1 + \omega_x \rho_3 & 0 & -\omega_x \rho_2 & -\omega_x \rho_3 \\ -\omega_y \rho_1 & \omega_y \rho_1 - \omega_y \rho_2 & -\omega_y \rho_3 & \omega_x \rho_2 & \omega_x \rho_3 & 0 \end{bmatrix} \tilde{p}. \end{aligned}$$

上式相加很容易得到式(6)右侧的表达式与 $\tilde{p}$ 的乘积。

由式(2)可知 $\omega_{so} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ 可以转化为 $\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}$ 的表达形式,而与 $\ddot{\theta}_{so}$ 无关,而且 $\rho_i, \mu_i, i = 1, 2, 3$ 是 $\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do}$ 的函数,故式(6)右侧的表达式实际上是关于 $\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do}$ 的函数,可以简记为 $H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})$. 于是结论成立。

下面将叙述本文所构造的自适应控制律。

将航天器的转动惯量阵实际值 J 整理成1个含6个元素的向量,即

$$p = [j_{11} \ j_{12} \ j_{13} \ j_{22} \ j_{23} \ j_{33}]^T.$$

其中 j_{ij} 是矩阵 J 的第 ij 元。由引理1得到,可以将

$$\tilde{J}T(\theta_{so})\ddot{\theta}_r + \tilde{N}(J, \hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_r$$

转化为如下线性参数化的形式:

$$H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})\tilde{p}(t).$$

其中 $\tilde{p}(t) := p - \hat{p}(t)$ 表示参数估计偏差, $\hat{p}(t)$ 为在时刻 t 转动惯量参数估计值 $\hat{J}(t)$ 的向量形式, $H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})$ 是关于 $\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do}$ 的回归矩阵,并且不含角加速度项 $\ddot{\theta}_{so}$ 。

构造对应于模型的轨迹跟踪控制律

$$\hat{\tau}(t) := \tilde{J}T(\theta_{so})\ddot{\theta}_r + \tilde{N}(\hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_r +$$

$$K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}v. \quad (9)$$

其中 $K_v \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为正定对角阵, $\ddot{\theta}_r, \dot{\theta}_r$ 和 v 均为时间 t 的函数,为了简化叙述,下文中也这样简记。并且记

$$\tau_0(t) := \tilde{J}T(\theta_{so})\ddot{\theta}_r + \tilde{N}(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_r + K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}v.$$

上式减去式(9)后得到

$$\tilde{\tau}(t) = \tau_0(t) - \hat{\tau}(t) = \tilde{J}T(\theta_{so})\ddot{\theta}_r + \tilde{N}(J, \hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_r - H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})\tilde{p}(t).$$

于是给出如下参数辨识律:

$$\dot{\tilde{p}}(t) = -\Gamma^{-1}H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})^T T(\theta_{so})v. \quad (10)$$

其中 Γ 为1个6阶对称正定阵。这样就得到了航天器转动惯量参数的1个在线辨识律,它与角加速度无关,而且与采用的控制律也是无关的,仅仅与当前的 $\theta_{do}, \dot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so}$ 有关。

注1 从式(10)右侧的 v 可以看出,在进行参数更新时导数项与欧拉角偏差项 e 和 $\dot{e}$ 有关,因而本文的方法应用起来简单直接。

2.2 稳定性分析

下面证明式(9)~(10)给出的自适应控制律可以使航天器实现渐进跟踪。为此,引入下面2

个引理.

引理 2^[13] 考虑微分方程

$$M(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + K_v r = \Psi,$$

其中 $M(q)$ 和 $C(q, \dot{q})$ 分别表示惯性矩阵和交叉动态项, K_v 为正定对称矩阵, $r = F^{-1}(s)e$, $F(s)$ 为严格适定的稳定滤波, 并且映射 $\Omega: -r \rightarrow \Psi$ 为无源的 (即积分公式 $\int_0^T -r^T(t)\Psi(t)dt \geq -\beta$ 对所有的 T 和一些 $\beta \geq 0$ 均成立). 于是有 $e \in L_\infty \cap L_2$ 和 $\dot{e} \in L_2$. 而且 e 是连续的并渐进趋于零. 如果 Ψ 也是有界的, 则 r 渐进趋于零, 这也表明 $\dot{e}$ 也趋于零.

引理 3^[14] 假设 F 是 1 个线性严格真指数稳定的传递函数, $\zeta(t)$ 满足

$$\dot{\zeta}(t) = F[\zeta(t)(f_1 + f_2) + g_1 + g_2 + g_\infty],$$

且 $\zeta(t) = \zeta_\infty + \zeta_2$, 其中 $f_1, f_2, g_1, g_2, g_\infty, \zeta_2, \zeta_\infty$ 皆为关于时间的函数, 并且有 $f_1, g_1 \in L_1, f_2, g_2, \zeta_2 \in L_2, g_\infty, \zeta_\infty \in L_\infty$, 则 $\zeta(t) \in L_\infty$.

基于上述引理给出本文的主要结果.

定理 1 设航天器转动惯量参数未知有界, 将自适应控制律 (9) ~ (10) 应用于航天器式 (4) (或者式 (1)) 姿态跟踪调节, 且要求参数辨识律式 (10) 保证 $\hat{J}$ 正定且

$$\vartheta \neq \left[\frac{(2k+1)}{2} \right] \pi,$$

则在期望运动轨迹有界 ($\ddot{\theta}_{do}, \dot{\theta}_{do}, \theta_{do} \in L_\infty$) 的条件下, 自适应控制律 (9) ~ (10) 是渐进跟踪的, 即

1) 欧拉角度 $\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{so} \in L_\infty$, 并且控制力矩 $\tau \in L_\infty$;

2) 跟踪偏差 $e \in L_\infty \cap L_2, \dot{e} \in L_\infty \cap L_2, e, \dot{e} \rightarrow 0$.

证明 将控制器带入式 (4) 中得到

$$JT(\theta_{so})\ddot{\theta}_{so} + N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_{so} = \hat{J}T(\theta_{so})\ddot{\theta}_r + N(\hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_r + K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}\nu.$$

将公式展开后, 得到

$$JT(\theta_{so})\ddot{\theta}_{so} + N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_{so} = \hat{J}T(\theta_{so})(\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) + N(\hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})(\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) + K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}\nu, \quad (11)$$

则两边同时减去 $JT(\theta_{so})(\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) + N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})(\dot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) + K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}\nu$ 得到

$$JT(\theta_{so})[\ddot{\theta}_{so} - \ddot{\theta}_{do} - K_D\dot{e}] + N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})[\dot{\theta}_{so} - \dot{\theta}_{do} - K_D\dot{e}] - K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}\nu = -(J - \hat{J})T(\theta_{so})(\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) - [N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so}) - N(\hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})](\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}).$$

即为

$$JT(\theta_{so})\dot{\nu} + N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\nu + K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}\nu = \hat{J}T(\theta_{so})\ddot{\theta}_r + \tilde{N}(J, \hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_r.$$

利用引理 1 中的参数化后的公式, 可以得到

$$JT(\theta_{so})\dot{\nu} + N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\nu + K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}\nu = H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})\bar{p}(t). \quad (12)$$

将式 (12) 左乘 $T(\theta_{so})^T$ 得到

$$T(\theta_{so})^T JT(\theta_{so})\dot{\nu} + T(\theta_{so})^T N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\nu + (T(\theta_{so})^T)^{-1}K_v\nu = T(\theta_{so})^T H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})\bar{p}(t),$$

其中 $H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})\bar{p}(t)$ 即为 $\tilde{\tau}(t)$.

如果定义 $-\nu \rightarrow T(\theta_{so})^T \tilde{\tau}(t)$ 为 1 个映射, 由构造的自适应算法 (10) 得到

$$\begin{aligned} \int_0^t -\nu^T(s)T(\theta_{so})^T \tilde{\tau}(s)ds &= \\ \int_0^t -\nu^T(s)T(\theta_{so})^T H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})\bar{p}(s)ds &= \\ \int_0^t -\nu^T(s)T(\theta_{so})^T H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})\Gamma^{-1}I\bar{p}(s)ds &= \\ \int_0^t \dot{\bar{p}}(s)^T I\bar{p}(s)ds = 0.5 \int_0^t \frac{d(\bar{p}(s)^T I\bar{p}(s))}{ds} ds &= \\ 0.5\bar{p}(t)^T I\bar{p}(t) - 0.5\bar{p}(0)^T I\bar{p}(0) &\geq \\ -0.5\bar{p}(0)^T I\bar{p}(0). \end{aligned}$$

取 $\beta = 0.5\bar{p}(0)^T I\bar{p}(0)$, 根据无源性定义, 可以得到 $-\nu \rightarrow T(\theta_{so})^T \tilde{\tau}(t)$ 为 1 个无源映射.

因为 $\nu = \dot{e} + K_D e$ 可化为如下传递函数形式:

$$\nu = (sI + K_D)e.$$

因为 K_D 为正定阵, 所以 $F(s) = (sI + K_D)^{-1}$ 为严格适定的稳定滤波.

根据引理 2, 得到 $e \in L_\infty \cap L_2$ 和 $\dot{e} \in L_2$. 而且跟踪误差 e 是连续的并渐进趋于零. 由 $e = \theta_{do} - \theta_{so}$ 及其 $\theta_{do} \in L_\infty$ 得到, $\theta_{so} \in L_\infty, \theta_{so}$ 渐进趋于 θ_{do} .

下面证明 $\dot{\theta}_{so} \in L_\infty$. 由 $\vartheta \neq [(2k+1)/2]\pi$ 可知, $T(\theta_{so}) \in L_\infty, T^{-1}(\theta_{so}) \in L_\infty$, 每次估计的 $\hat{J}$ 有界, 即 $\hat{J}T(\theta_{so}) \in L_\infty$. 由 J 为真实的惯性矩阵可知 $J \in L_\infty, J^{-1} \in L_\infty$, 于是 $T^{-1}(\theta_{so})J^{-1} \in L_\infty$. 将式 (11) 两边同时从乘以 $T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}$ 得到

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_{so} + T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_{so} &= \\ T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}\hat{J}T(\theta_{so})(\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) &+ \\ T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}N(\hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})(\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) &+ \\ T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}K_v T(\theta_{so})^T)^{-1}\nu, \end{aligned} \quad (13)$$

分析式 (13) 各项, 容易验证

$$N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so}) = J\Phi(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}) + (T(\theta_{so})\dot{\theta}_{so})_x \cdot JT(\theta_{so}) = (L_2) + (L_\infty)$$

和

$$N(\hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so}) = \hat{J}\Phi(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}) + (T(\theta_{so})\dot{\theta}_{so})_x \cdot \hat{J}T(\theta_{so}) = (L_2) + (L_\infty).$$

于是得到

$$T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_{so} =$$

$$L_{\infty}[(L_2) + (L_{\infty})]\dot{\theta}_{so} = [(L_2) + (L_{\infty})][(L_2) +$$

$$(L_{\infty})] = (L_1) + (L_2) + (L_{\infty}).$$

由于 $\dot{e} \in L_2$, $\ddot{\theta}_{do} \in L_{\infty}$, $\hat{J}$ 和 K_D 正定有界, 得到

$$T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}\hat{J}T(\theta_{so})(\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) =$$

$$(L_{\infty}) + (L_2).$$

因为 $\ddot{\theta}_{do} \in L_{\infty}$, $\dot{\theta}_{so} \in L_{\infty}$, 于是得到

$$T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}N(\hat{J}, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})(\ddot{\theta}_{do} + K_D\dot{e}) =$$

$$(L_{\infty})[(L_2) + (L_{\infty})][(L_2) + (L_{\infty})] =$$

$$(L_1) + (L_2) + (L_{\infty}).$$

再看最后一项, 得到

$$T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}K_v(T(\theta_{so})^T)^{-1}\nu =$$

$$L_{\infty}[(L_2) + (L_{\infty})] = (L_2) + (L_{\infty}).$$

于是将所得的性质带入式(13)化简得到

$$\ddot{\theta}_{so} = (L_{\infty}) + (L_2) + (L_1),$$

两边同时加上 $\dot{\theta}_{so}$, 有

$$\dot{\theta}_{so} = \frac{1}{1+D}\{(L_1) + (L_2) + (L_{\infty})\}. \quad (14)$$

其中

$$D = \frac{d}{dt}.$$

由前面证得的 $\dot{e} \in L_2$ 和已知条件 $\dot{\theta}_{do} \in L_{\infty}$, 得到 $\dot{\theta}_{so} = \dot{\theta}_{do} - \dot{e} \in (L_{\infty}) + (L_2)$. 易知公式(14)为引理3里面的一种特殊情形, 于是得到 $\dot{\theta}_{so} \in L_{\infty}$, 进而 $\dot{e} = \dot{\theta}_{do} - \dot{\theta}_{so} \in L_{\infty}$. 由 $\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do} \in L_{\infty}$ 并且更新参数 $\bar{p}(t) = p - \hat{p} \in L_{\infty}$, 于是得到

$$\tilde{\tau}(t) = H(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do})\bar{p}(t) \in L_{\infty},$$

则由引理2得到 ν 也渐进趋于零, 由前面证明的 e 趋于零可知 $\dot{e} = \nu - K_D e$ 也渐进趋于零.

接下来证明 $\tau(t) \in L_{\infty}$, 由前面证得的 $\hat{J} \in L_{\infty}$, $\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do}, e, \dot{e} \in L_{\infty}$, 及其 $\ddot{\theta}_r, \dot{\theta}_r, \nu$ 的定义可知, 根据公式(9)所给出的跟踪控制力矩 Lebesgue 有界, 即 $\tau(t) \in L_{\infty}$.

最后证明 $\ddot{\theta}_{so} \in L_{\infty}$, 由于前面证得 $T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}$ 存在, 所以将公式(4)两边同时左乘 $T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}$ 并移项得到

$$\ddot{\theta}_{so} = T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}\tau - T^{-1}(\theta_{so})J^{-1}$$

$$N(J, \theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_{so},$$

综合 $\tau(t) \in L_{\infty}$, $T^{-1}(\theta_{so})J^{-1} \in L_{\infty}$ 和 $\theta_{so}, \dot{\theta}_{so}, \ddot{\theta}_{do}, \ddot{\theta}_{do} \in L_{\infty}$, 可以得到 $\ddot{\theta}_{so} \in L_{\infty}$. 至此定理中的所有结论成立.

注2 定理中特别要求其中1个欧拉角 $\vartheta \neq [(2k+1)/2]\pi$, 这是为了保证 $T(\theta_{so})$ 的非奇异性和 $T^{-1}(\theta_{so})$ 的存在及其有界, 此时可以保证自适应控制律(9)~(10)应用于航天器式(4)(或者式(1))保证轨迹跟踪偏差闭环渐进收敛.

注3 从控制律式(9)很容易看出, 前2项的系数 $\ddot{\theta}_r$ 和 $\dot{\theta}_r$ 由系统的转动惯量等主要性能决定, 而第3项 ν 的系数 K_v 为自由参数, 仿真表明 K_v 的选取上与系统的转动惯量的量级保持一致而同时又不致于使得控制力矩发生饱和的情况下可以达到更好的跟踪效果.

实际上, 定理1的结果可以转化为航天器姿态动力学方程(1)的结果, 即

$$1) \omega_{so}, \dot{\omega}_{so} \in L_{\infty};$$

$$2) \tau \in L_{\infty} \text{ 且 } \omega_{sd} = (\omega_{do} - \omega_{so}) \rightarrow 0.$$

这个结论可以由 $\omega_{so} = T(\theta_{so})\dot{\theta}_{so}$ 和 $\dot{\omega}_{so} = T(\theta_{so})\ddot{\theta}_{so} + \Phi(\theta_{so}, \dot{\theta}_{so})\dot{\theta}_{so}$ 的关系很容易得出.

3 数值仿真

下面验证本文提出的自适应控制算法, 利用 Matlab 环境下对某航天器姿态控制系统进行了仿真研究.

某航天器真实的转动惯量向量化后的标称值为

$$p = [1 \ 600 \ 12.1 \ 8.6 \ 2 \ 900 \ 1.6 \ 2 \ 350]^T,$$

在转动惯量非精确已知的条件下对航天器实行两次调姿. 第一次调姿阶段从0 s开始到400 s结束, 使航天器由初始姿态 $\varphi_0 = 16.5^\circ$, $\vartheta_0 = -55.8^\circ$, $\psi_0 = -31.5^\circ$ 旋转到 $\varphi_1 = 0^\circ$, $\vartheta_1 = 0^\circ$, $\psi_1 = 0^\circ$; 第2次调姿阶段从400 s开始到800 s结束, 要求由前一次调姿的末姿态调整到 $\varphi_2 = -70^\circ$, $\vartheta_2 = 30^\circ$, $\psi_2 = -20^\circ$; 并要求两次调姿阶段初始和调姿后的角速度均为零. 由于采用动量和反作用飞轮来控制姿态, 要求控制力矩最大值不超过 $1 \text{ N} \cdot \text{m}$.

为了描述动态的跟踪调姿过程, 现将期望的欧拉角运动表示为偏差四元数形式的运动, 即航天器绕1个欧拉轴 ξ 旋转角度为 ϕ_f , 旋转角 $\phi(t)$ 服从指数律变化. 将期望的欧拉角运动表示为

$$\phi(t) = \phi_f - \phi_f \exp(-\beta t^2).$$

其中 $\beta > 0$ 刻画了旋转速度. β 值越大要求姿态调整的时间越短, 调整过程中最大角速度越大, 需要的最大控制力矩也越大. 考虑到航天器有限的控制力矩, 选取了 $\beta = 8.0 \times 10^{-5}$. 根据四元数与欧拉角的关系可以计算得到期望欧拉角 θ_{do} 、期望欧拉角速度 $\dot{\theta}_{do}$ 和期望欧拉角加速度 $\ddot{\theta}_{do}$.

选用惯量矩阵的初始估计值由下述随机产生

$$p_1 = p(I_6 + 0.08R).$$

其中 R 表示的对角元素是零均值和单位方差的正态分布的随机数. 限于篇幅, 本文方法对于初始值对实际惯量矩阵的偏离程度这里不作细致讨论.

选取 $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{I}_6, \boldsymbol{K}_D = \boldsymbol{I}_3$, 因为航天器惯量矩阵二范数近似为 2 500, 在没有使力矩发生饱和的情况下选取 $\boldsymbol{K}_v = 2\,000\boldsymbol{I}_3$, 并且忽略量测输出所带来的干扰因素.

图 1 为模型的参数辨识器给出的转动惯量估计结果. 可以看到, 估计转动惯量虽不能准确的估计实际的转动惯量(这是由于惯量矩阵中 6 个未知量远大于实际的有效观测量的数目所导致的^[8-11]), 但始终保持有界, 这种估计的有界性保证了跟踪效果. 图 2 给出了航天器在 0 ~ 400 s 和

400 ~ 800 s 两次调姿阶段 3 个欧拉角和 3 个角速度的变化情况. 图 3 给出了目标欧拉角和实际欧拉角偏差及其一阶导数的范数值 $\|\boldsymbol{e}\|_2$ 和 $\|\dot{\boldsymbol{e}}\|_2$ 的变化情况, 需要注意的是在第 2 个阶段调姿过程中, 误差及其导数的范数值分别小于 1.0×10^{-3} 和 1.0×10^{-4} , 因此在图 3 中并不明显. 图 4 给出了航天器姿态 3 个控制力矩的情况, 可以看出, 在整个调姿过程中控制力矩的最大值小于 $0.5\text{ N} \cdot \text{m}$, 姿态控制执行机构未达到饱和, 说明选取的参数合理的.

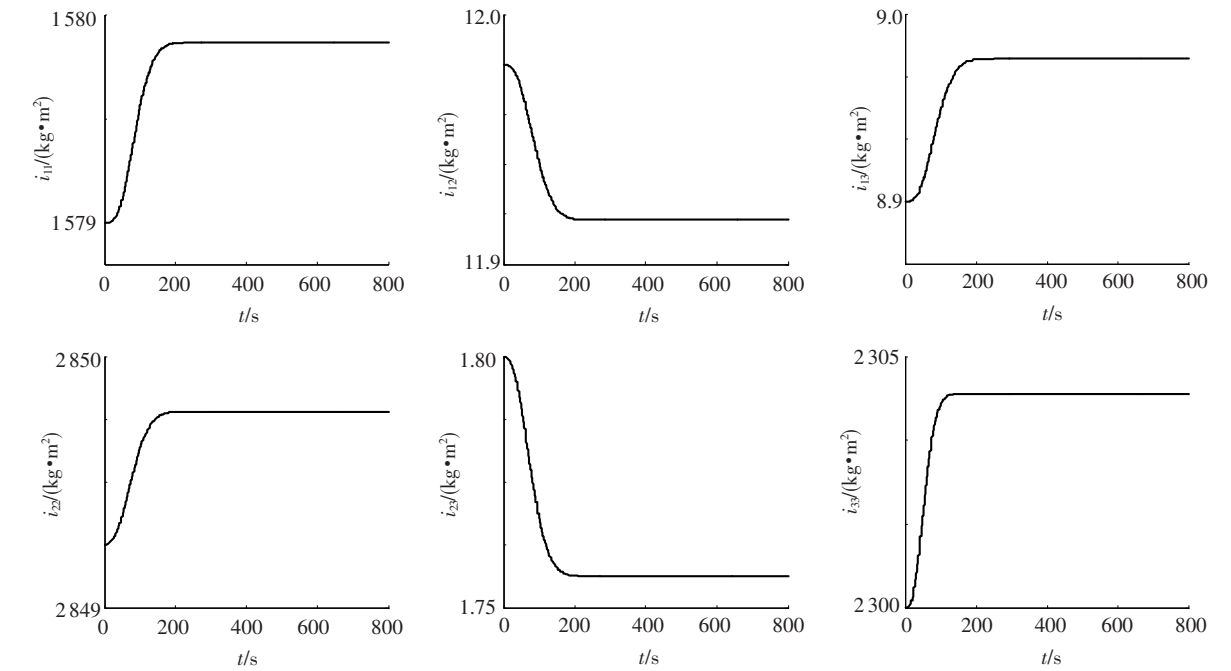


图 1 转动惯量估计

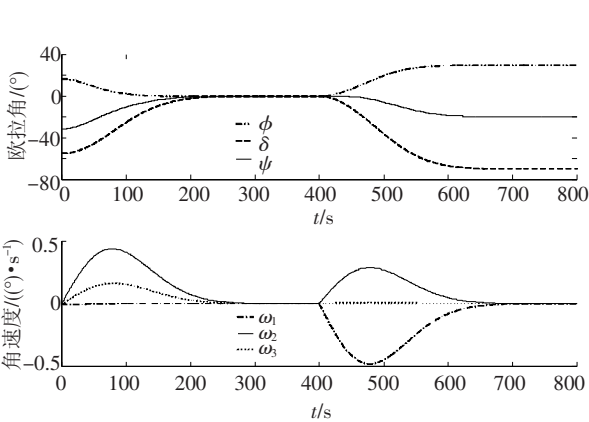


图 2 航天器的欧拉角和角速度

综合分析各图可以看出利用文中给出的基于无源理论的自适应控制律, 航天器完成了要求的姿态调整, 跟踪效果较好.

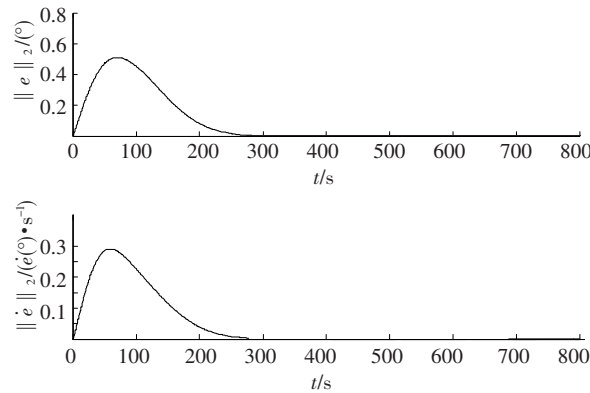


图 3 欧拉角及其导数跟踪偏差

4 结 论

本文基于欧拉角的变换研究了具有非线性运动特性的航天器姿态控制问题, 并基于无源性理论给出了一种自适应控制方案, 成功地解决了转动惯量未知的航天器的姿态跟踪控制问题. 通过

理论分析证明了给出的自适应跟踪控制方法具有闭环渐进收敛性. 通过对某航天器的姿态调整数值仿真表明该方案可以有效地实现航天器的姿态跟踪控制. 1个突出的优点是,更新系统的惯量矩阵时,这种自适应控制方法不需要使用周期信号也无需利用控制力矩的偏差值,而是仅仅依赖当前的欧拉角偏差信息,因而使用起来更方便直接.

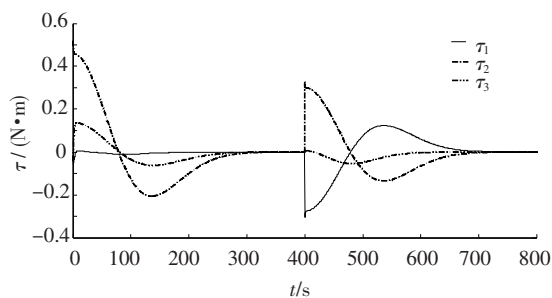


图4 航天器的控制力矩

当然,除了惯性矩阵的不确定性,实际飞行器的姿态运动过程中还面临着如外界干扰,执行器饱和及其失效等问题. 如何将本文给出的无源自适应控制方法推广到能够有针对性地解决这些问题是需要进一步考虑的工作.

参考文献:

- [1] CRASSIDIS J, MARKLEY F. Sliding mode control using modified rodrigues parameters[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(6):1381 - 1383.
- [2] LO S, CHEN Y. Smooth sliding-mode control for spacecraft attitude tracking maneuvers[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(6):1345 - 1349.
- [3] EL-GOHARY A. Optimal control of a rigid spacecraft programmed motion without angular velocity measurements[J]. European Journal of Mechanics A/solids, 2006, 25(5):854 - 866.
- [4] LUO W C, CHUN Y C, LING K V. H_{∞} inverse optimal attitude-tracking control of rigid spacecraft[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(3):481 - 493.
- [5] LI C, MA G, SONG B. Spacecraft attitude tracking control based on nonlinear H_{∞} control[C]//Proceeding of 1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics. Harbin: [s. n.], 2006:395 - 399.
- [6] 陈金莉,李东海,孙先仿. 航天器姿态的非线性鲁棒分散控制器设计[J]. 宇航学报,2006,27(1):6 - 11.
- [7] SONG B, MA G, LI C. Robust fuzzy controller design for a rigid spacecraft attitude regulation system[C]//Proceeding of 1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics. Harbin: [s. n.], 2006:424 - 429.
- [8] WEN J, KREUTZ K. The attitude control problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1991,36(10):1148 - 1162.
- [9] AHMED J, COPPOLA V, BERNSTEIN D. Adaptive asymptotic tracking of spacecraft attitude motion with inertia matrix identification[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998,21(5):684 - 691.
- [10] 宋斌,李传江,马广富. 航天器姿态机动的鲁棒自适应控制器设计[J]. 宇航学报,2008,29(1):121 - 125.
- [11] 丁保春,姜苍华,钟震,等. 分导飞行器多模型自适应控制方法研究[J]. 宇航学报,2009,30(1):171 - 178.
- [12] 刘瞰,赵钧. 空间飞行器动力学[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2003.
- [13] ORTEGA R, SPONG M W. Adaptive motion control of rigid robots [C]//Proceedings IEEE 27th conference Decision and Control. Austin, TX: [s. n.], 1988:1575 - 1584.
- [14] MIDDLETON R H, GOODWIN G C. Adaptive computed torque control for rigid link manipulations[J]. Systems and Control Letters, 1988, 10:9 - 16.

(编辑 张 宏)