

正交雅可比 - 傅里叶矩的亚像素边缘定位

崔继文¹, 陈世丽¹, 周彤²

(1. 哈尔滨工业大学 超精密光电仪器工程研究所, 150001 哈尔滨, cuijiwen@hit.edu.cn;

2. 黑龙江省计量检定测试院, 150036 哈尔滨)

摘要: 为了进一步提高图像的亚像素边缘定位精度, 提出了一种基于高阶次正交雅可比 - 傅里叶矩 (OJFM's) 的边缘定位算法. 该算法利用 OJFM's 的幅值旋转不变性和独特的小图像描述能力, 在充分提取图像边缘细节信息的同时抑制图像噪声的影响, 对图像边缘旋转后垂直方向上 3 个不同阶次的 OJFM's 之间关系进行分析, 将图像轮廓定位至亚像素级. 结果表明, 该方法定位精度高, 对标准直线、标准曲线、CCD 采集的实验图像的定位精度分别达到 0.05、0.08、0.13 像素, 可以实现对边缘的高精度定位.

关键词: 图像处理; 边缘模型; 亚像素定位; 高阶正交雅可比 - 傅里叶矩

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)05-0065-06

Edge subpixel location based on orthogonal Jacobi-Fourier moments

CUI Ji-wen¹, CHEN Shi-li¹, ZHOU Tong²

(1. Institute of Ultra-precision on Optoelectronic Instrument Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, cuijiwen@hit.edu.cn; 2. Heilongjiang Metrology Institute of Measurement and Verification, 150036 Harbin, China)

Abstract: To further improve the edge subpixel location accuracy of an image, a algorithm for edge location based on high-order orthogonal Jacobi-Fourier moments (OJFM's) is proposed. The rotation invariance and special features of Orthogonal Jacobi-Fourier moments are used to fully extract the characteristics of an edge, while the noises in image is efficiently diminished. The edge location is accomplished by analyzing the relationships among three moments of the edge with setting the edge in vertical direction. The effectiveness of the proposed algorithm is verified through experiment, and the location accuracy is up to 0.05 pixels, 0.08 pixels and 0.13 pixels for standard line, standard circle image and actual experimental image respectively.

Key words: image processing; edge model; subpixel location; high-order OJFM's

传统的边缘检测算法的定位精度为整像素级, 理论上其边缘定位最大误差为 0.5 像素. 亚像素定位算法的研究起始于 20 世纪 70 年代, 1971 年 Huecker 用拟合参数方程的方法达到了亚像素精度定位^[1]; 1984 年 Tabatabai 等首先提出了用灰度矩的思想来定位边缘到亚像素精度^[2]; 1989 年 Edward 等提出了空间矩的思想并构造了空间矩算子来进行亚像素定位^[3]; 1995 年 Jensen 等采用非线性插值的方法达到亚像素精度^[4]. 上述研究的不足之处在于定位精度不高且噪声对边缘定

位精度的影响较大. 近年来, 基于 Zernike 矩的边缘定位方法, 由于噪声对边缘定位精度的影响小且定位精度更高, 得到了广泛的应用^[5-6]. 但由于 Zernike 矩算子本身的细节描述能力不强, 使得边缘定位精度无法进一步提高.

本文提出一种基于高阶次 ($p = 4, q = 4$) 正交雅可比 - 傅里叶矩的亚像素边缘定位方法, 该方法具备更强的图像细节信息描述能力并同时具备抑制图像噪声影响的能力, 对图像的亚像素边缘定位精度更高.

1 雅可比 - 傅里叶矩 (JFM's)

在极坐标系 (r, θ) 中定义雅可比 - 傅里叶矩

收稿日期: 2010-03-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50705026); 国家高技术研究发展计划资助项目 (2008AA04Z308).

作者简介: 崔继文 (1974—), 男, 博士, 副教授.

$$\phi_{nm} = \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta) J_n(p, q, r) \exp(-jm\theta) r dr d\theta. \quad (1)$$

其中, $J_n(p, q, r)$ 为定义在极坐标系下单位圆内关于 p, q, r 的 n 次多项式, 也称为径向函数, 且

$$J_n(p, q, r) = (-1)^n \sqrt{\frac{w(p, q, r)}{b_n(p, q) \cdot r}} G_n(p, q, r).$$

式中:

$$G_n(p, q, r) = \frac{n!(q-1)!}{(p+n-1)!} \times \sum_{s=0}^n (-1)^s \frac{(p+n+s-1)!}{(n-s)!s!(q+s-1)!} r^s,$$

$$b_n(p, q) = \frac{n![(q-1)!]^2(p-q+n)!}{(q+n-1)!(p+n-1)!(p+2n)},$$

$$w(p, q, r) = (1-r)^{p-q} r^{q-1}, (p-q > -1, q > 0).$$

经验证可知, $J_n(p, q, r)$ 满足正交条件, 将不同的参数代入 $J_n(p, q, r)$ 的表达式中, 即可得到不同的正交雅可比径向多项式, 再将不同的径向函数代入公式(1), 可得到不同级次的雅可比-傅里叶矩. 经证明, $J_n(1, 1, r)$ 为勒让德多项式^[7]; $J_n(2, 1, r)$ 为 Zernike 多项式^[8]; $J_n(2, 3/2, r)$ 为切比雪夫-傅里叶多项式^[9]; $J_n(2, 2, r)$ 为正交傅里叶-梅林多项式^[10-11]. 雅可比-傅里叶矩是上述矩的通式, 只需要通过对雅可比-傅立叶矩的 p, q 赋不同的值, 即可得到不同的矩.

2 基于 OJFM's 的边缘检测原理

2.1 OJFM's 的亚像素边缘定位方法

当 $p = 4, q = 4$ 时, 在极坐标系 (r, θ) 中定义正交雅可比-傅里叶矩 (OJFM's) 为

$$\phi_{nm} = \frac{1}{2\pi a_n} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta) J_n(r) \exp(-jm\theta) r dr d\theta. \quad (2)$$

其中, $j = \sqrt{-1}$, $f(r, \theta)$ 是在极坐标系中表示的图像, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 为圆谐阶次. 归一化常数 $a_n = 1/2(n+1)$, $1/2\pi a_n$ 为归一化系数, $J_n(r) = \sum_{s=0}^n (-1)^{n+s} (n+s+3)! r^{s+1} / (n-s)! s! (s+3)!$. 由于基于 $p = 4, q = 4$ 的 OJFM's 阶次较高, 使得其对图像的边缘具有更强的细节信息描述能力, 对其进行一般归一化后, 可以得到平移、灰度、尺度和旋转等多畸变不变的不变矩.

根据定义可得出 OJFM's 的幅值旋转不变性, 即当一幅图像旋转 Ψ 角度后, 旋转前的 ϕ_{nm} 和旋转后的 ϕ'_{nm} 之间的关系为

$$\phi'_{nm} = \phi_{nm} \exp(-jm\Psi). \quad (3)$$

在笛卡尔坐标系下, 将 OJFM's 表示为复平面内的复数矩 (CM's) 的线性组合:

$$\phi_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \sum_{s=0}^n b_{ns} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) (x + jy)^{\frac{s-m+1}{2}} \cdot (x - jy)^{\frac{s+m+1}{2}} dx dy. \quad (4)$$

$$\text{其中, } b_{ns} = (-1)^{n+s} \frac{(n+s+3)!}{(n-3)! s! (s+1)!}.$$

因此, 计算一幅图像的 OJFM's, 必须将图像的中心移到坐标原点并将图像像素点映射到单位圆内后, 由式(2)在极坐标系下或由式(4)在笛卡尔坐标系下求得.

建立可用参量 (h, k, l) 描述的归一化理想阶跃边缘模型如图 1 所示, 图中 h 为背景灰度, k 为阶跃高度, l 为圆心到边缘的垂直距离, Ψ 为边缘对 x 轴所成的角度.

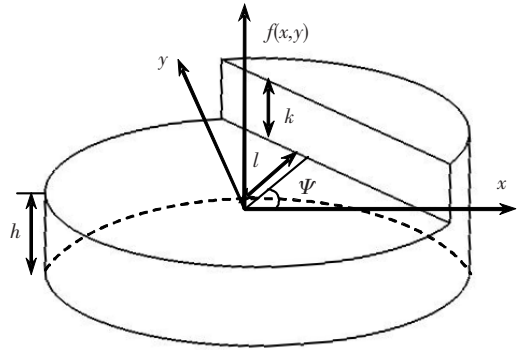


图1 理想二维边缘模型

如果将边缘旋转角度 $-\Psi$, 则边缘将平行于 y 轴. 因此有

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) y dy dx = 0. \quad (5)$$

其中, $f(x, y)$ 为旋转后的图像边缘函数. 由式(4)可得

$$\phi'_{01} = 6 \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) (x - jy) dx dy.$$

结合式(5)可知, 旋转后图像边缘平行于 y 轴时 ϕ'_{01} 的虚部为零, 即

$\text{Im}[\phi'_{01}] = \sin \Psi \text{Re}[\phi_{01}] - \cos \Psi \text{Im}[\phi_{01}] = 0$. 其中, $\text{Re}[\phi_{01}]$ 和 $\text{Im}[\phi_{01}]$ 分别为旋转前原始图像 ϕ_{01} 的实部和虚部, 则边缘旋转的角度为

$$\Psi = \arctan\left(\frac{\text{Im}[\phi_{01}]}{\text{Re}[\phi_{01}]}\right). \quad (6)$$

采用 OJFM's 对图像进行亚像素边缘定位时需要用到 6 个不同阶次的 OJFM's, 分别为 $[\phi_{00}, \phi_{01}, \phi_{10}, \phi_{11}, \phi_{20}, \phi_{21}]$, 对应的积分核函数分别为

$$[J_{00}, J_{01}, J_{10}, J_{11}, J_{20}, J_{21}] =$$

$$\begin{bmatrix} r \\ re^{-j\theta} \\ (5r^2 - 4r) \\ (5r^2 - 4r)e^{-j\theta} \\ (10r - 30r^2 + 21r^3) \\ (10r - 30r^2 + 21r^3)e^{-j\theta} \end{bmatrix}^T.$$

对应的原始图像的 ϕ_{nm} 与旋转后的图像的 ϕ'_{nm} 可由式(3) 得出

$$[\phi'_{00}, \phi'_{01}, \phi'_{10}, \phi'_{11}, \phi'_{20}, \phi'_{21}] = \begin{bmatrix} \phi_{00} \\ \phi_{01} \exp(j\Psi) \\ \phi_{10} \\ \phi_{11} \exp(j\Psi) \\ \phi_{20} \\ \phi_{21} \exp(j\Psi) \end{bmatrix}^T.$$

对图 1 所示的归一化理想阶跃边缘模型进行计算, 可以得出圆心到边缘的垂直位置 l 为

$$l = \sqrt{\frac{7\phi'_{01} + 30\phi'_{11} + 5\phi'_{21}}{42\phi'_{01}}}.$$

图像边缘的亚像素位置为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + l \begin{bmatrix} \cos \Psi \\ \sin \Psi \end{bmatrix}.$$

其中 Ψ 由式(6) 算出.

2.2 实际图像边缘定位模板及模板定位偏差分析

由前面的推导可知, 采用基于 OJFM's 的亚像素边缘定位方法只需计算出 3 个不同阶次的 OJFM's, 即: $[\phi_{01}, \phi_{11}, \phi_{21}]$, 就可以将边缘定位到亚像素级. 基于空间矩和 Zernike 矩的亚像素边缘定位, 分别使用了 4 个和 3 个不同阶次的矩将边缘定位到亚像素级. 因此, 可以得出 OJFM's 的边缘定位速度与 Zernike 矩相同, 比空间矩运算速度快.

在离散情况下, 实际图像的矩运算改为相关运算, 即模板与图像灰度的卷积. 选取单位圆在 5 像素 $\times$ 5 像素区域内进行采样, 计算出 OJFM's 的模板如表 1 所示.

表 1 OJFM's 的模板

ϕ_{01} 的模板				
-0.014 7 - 0.014 7j	-0.046 9 - 0.093 3j	0 - 0.125 3j	0.046 9 - 0.093 3j	0.014 7 - 0.014 7j
-0.093 3 - 0.046 9j	-0.064 0 - 0.064 0j	0 - 0.064 0j	0.064 0 - 0.064 0j	0.093 3 - 0.046 9j
-0.125 3 + 0j	-0.064 0 + 0j	0 + 0j	0.064 0 + 0j	0.125 3 + 0j
-0.093 3 + 0.046 9j	-0.064 0 + 0.064 0j	0 + 0.064 0j	0.064 0 + 0.064 0j	0.093 3 + 0.046 9j
-0.014 7 + 0.014 7j	-0.046 9 + 0.093 3j	0 + 0.125 3j	0.046 9 + 0.093 3j	0.014 7 + 0.014 7j
ϕ_{11} 的模板				
-0.011 0 - 0.011 1j	-0.030 9 - 0.030 7j	0 - 0.013 2j	0.030 9 - 0.030 7j	0.011 0 - 0.011 1j
-0.030 7 - 0.030 9j	0.063 8 + 0.063 8j	0 + 0.187 0j	-0.063 8 + 0.063 8j	0.030 7 - 0.030 9j
-0.013 2 - 0j	0.187 0 + 0j	0 + 0j	-0.187 0 + 0j	0.013 2 - 0j
-0.030 7 + 0.030 9j	0.063 8 - 0.063 8j	0 - 0.187 0j	-0.063 8 - 0.063 8j	0.030 7 + 0.030 9j
-0.011 0 + 0.011 1j	-0.030 9 + 0.030 7j	0 + 0.013 2j	0.030 9 + 0.030 7j	0.011 0 + 0.011 1j
ϕ_{21} 模板				
-0.007 0 - 0.007 0j	0.097 5 + 0.006 4j	-0 + 0.026 7j	-0.097 5 + 0.006 4j	0.007 0 - 0.007 0j
0.006 4 + 0.097 5j	0.011 7 + 0.011 7j	0 - 0.512 5j	-0.011 7 + 0.011 7j	-0.006 4 + 0.097 5j
0.026 7 + 0j	-0.512 5 + 0j	0 + 0j	0.512 5 + 0j	-0.026 7 + 0j
0.006 4 - 0.097 5j	0.011 7 - 0.011 7j	0 + 0.512 5j	-0.011 7 - 0.011 7j	-0.006 4 - 0.097 5j
-0.007 0 + 0.007 0j	0.097 5 - 0.006 4j	-0 - 0.026 7j	-0.097 5 - 0.006 4j	0.007 0 + 0.007 0j

选择模板大小不同时, 使边缘亚像素位置的计算产生偏差. 假设模板的大小 $N \times N$, 当模板在图像上移动进行卷积时, 模板覆盖模板中心周围的 N^2 个像素, 此时单位圆半径变为 $N/2$, 因此采用该模板在单位圆上计算出来的垂直距离 l 应缩小 $N/2$ 倍, 从而实际边缘的亚像素位置为

$$\begin{bmatrix} x'_s \\ y'_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{2}{N}l \begin{bmatrix} \cos \Psi \\ \sin \Psi \end{bmatrix}. \tag{7}$$

因此, 实际边缘定位时, 应根据选择的模板大小由式(7) 对边缘位置进行补偿.

3 实验验证

3.1 对标准直线的定位实验

计算机生成标准直线图像如图 2 所示. 图像大小为 200 像素 $\times$ 200 像素, 垂直直线距图像左边的距离为 50 像素, 水平直线距图像上边的距离为 50 像素, 倾斜直线的斜率为 45° , 且与垂直直

线和水平直线的交点左边分别为 (50,150) 和 (150,50),图像的左下角为原点. 分别采用 Zernike 矩和本文提出的算法对图 2 中的标准直线边缘进行亚像素定位,所得对比结果如表 2 所示.

3.2 对标准圆的定位实验

计算机生成标准圆图像如图 3 所示,图像大小为 256 像素 × 256 像素,圆心坐标为 (128.0,128.0) 像素,半径为 100.0 像素,分别采用 Zernike 矩和本文提出的算法对图 3 中的标准圆边缘进行亚像素定位,所得对比结果如表 3 所示.

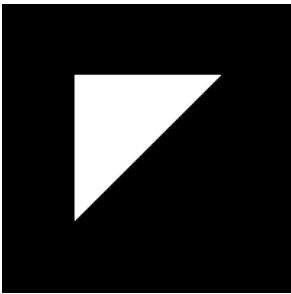


图 2 直线边缘亚像素定位标准图像

表 2 标准直线边缘定位结果

标准直线	理论位置	Zernike 矩亚像素边缘定位算法			OJFM's 亚像素边缘定位算法		
		定位结果	定位误差		定位结果	定位误差	
			X 轴	Y 轴		X 轴	Y 轴
水平直线	(110.00,150.00)	(110.00,150.20)	0	-0.20	(110.00,150.05)	0	-0.05
	(111.00,150.00)	(111.00,150.20)	0	-0.20	(111.00,150.05)	0	-0.05
	(112.00,150.00)	(112.00,150.20)	0	-0.20	(112.00,150.05)	0	-0.05
	(113.00,150.00)	(113.00,150.20)	0	-0.20	(113.00,150.05)	0	-0.05
	(114.00,150.00)	(114.00,150.20)	0	-0.20	(114.00,150.05)	0	-0.05
垂直直线	(50.00,110.00)	(49.80,110.00)	0.20	0	(49.95,110.00)	0.05	0
	(50.00,111.00)	(49.80,111.00)	0.20	0	(49.95,111.00)	0.05	0
	(50.00,112.00)	(49.80,112.00)	0.20	0	(49.95,112.00)	0.05	0
	(50.00,113.00)	(49.80,113.00)	0.20	0	(49.95,113.00)	0.05	0
	(50.00,114.00)	(49.80,114.00)	0.20	0	(49.95,114.00)	0.05	0
倾斜直线	(110.00,110.00)	(110.12,109.88)	-0.12	0.12	(110.03,109.97)	-0.03	0.03
	(111.00,111.00)	(111.12,110.88)	-0.12	0.12	(111.03,110.97)	-0.03	0.03
	(112.00,112.00)	(112.12,111.88)	-0.12	0.12	(112.03,111.97)	-0.03	0.03
	(113.00,113.00)	(113.12,112.88)	-0.12	0.12	(113.03,112.97)	-0.03	0.03
	(114.00,114.00)	(114.12,113.88)	-0.12	0.12	(114.03,113.97)	-0.03	0.03

表 3 标准曲线边缘定位结果

坐标轴	理论位置	Zernike 矩亚像素定位算法		OJFM's 亚像素定位算法	
		定位结果	定位误差	定位结果	定位误差
X	(37.69,85.06)	(37.80,85.06)	-0.11	(37.64,85.06)	0.05
	(47.90,68.13)	(47.78,68.13)	0.12	(47.86,68.13)	0.04
	(64.05,204.88)	(63.88,204.88)	0.17	(64.11,204.88)	-0.06
	(67.71,48.22)	(67.87,48.22)	-0.16	(67.76,48.22)	-0.05
	(96.23,33.18)	(95.93,33.18)	0.30	(96.20,33.18)	0.03
	(171.96,217.82)	(172.07,217.82)	-0.11	(172.00,217.82)	-0.04
	(180.82,43.09)	(181.06,43.09)	-0.24	(180.76,43.09)	0.06
	(214.10,77.14)	(214.25,77.14)	-0.15	(214.17,77.14)	-0.07
	(216.34,81.13)	(216.22,81.13)	0.12	(216.32,81.13)	0.02
	(225.08,104.02)	(225.11,104.02)	-0.03	(226.03,104.02)	0.05
Y	(37.80,84.83)	(37.80,85.06)	-0.23	(37.80,84.77)	0.06
	(47.78,68.29)	(47.78,68.13)	0.16	(47.78,68.37)	-0.08
	(63.88,204.74)	(63.88,204.88)	-0.14	(63.88,204.77)	-0.03
	(67.87,48.10)	(67.87,48.22)	-0.12	(67.87,48.15)	-0.05
	(95.93,33.28)	(95.93,33.18)	0.10	(95.53,33.31)	-0.03
	(172.07,217.77)	(172.07,217.82)	-0.05	(172.07,217.75)	0.02
	(181.06,43.24)	(181.06,43.09)	0.15	(181.06,43.19)	0.05
	(214.25,77.39)	(214.25,77.14)	0.25	(214.25,77.43)	-0.04
	(216.22,80.91)	(216.22,81.13)	-0.22	(216.22,80.97)	-0.06
	(225.11,104.13)	(225.11,104.02)	0.11	(225.11,104.09)	0.04

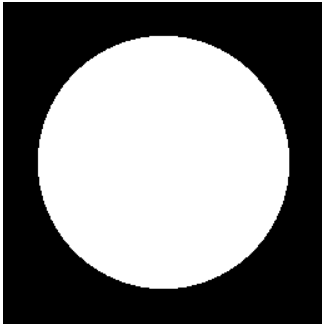


图 3 曲线边缘亚像素定位标准图像

由表 2 和表 3 可知, 本文提出的亚像素边缘定位方法的定位精度优于 Zernike 矩的边缘定位方法, 对标准直线的定位精度达到 0.05 像素, 对曲线的定位精度可达 0.08 像素.

3.3 对实验图像的验证

实验中 CCD 采集到的传感器输出图像如图 4 所示, 分别采用 Zernike 矩和本文提出的算法对实验图像进行亚像素边缘定位, 定位结果分别如图 5、6 所示. 由对比图可知, 对于实验图像, 本文提出的亚像素边缘定位方法充分提取了边缘细节信息, 定位精度更高.

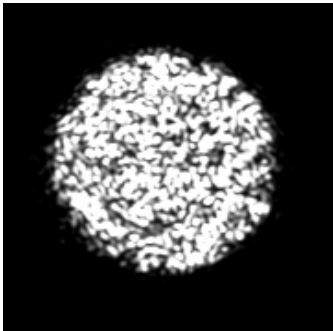


图 4 实验图像

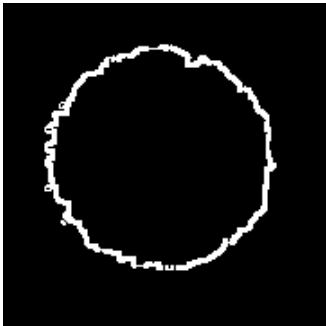


图 5 采用 Zernike 矩定位实验图像

经过基于 Zernike 矩或 OJFM's 的亚像素边缘定位得到圆轮廓上的 n 个点的亚像素级位置信息后, 为了精确定出圆心位置, 下面根据最小二乘原理^[12]用拟合圆来逼近图像轮廓, 得到被测圆轮廓的圆心坐标为

$$\begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}.$$

(8)

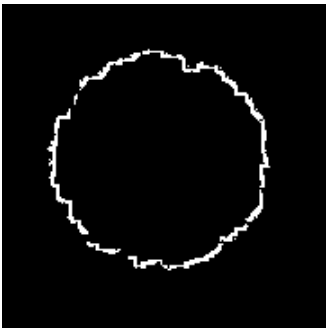


图 6 采用 OJFM's 算法定位实验图像

其中, $G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}, C_1, C_2$ 可以由圆轮廓上的点计算得出.

由式 (8) 可以得到被测圆轮廓的圆心坐标 (a, b) , 根据最小二乘原理的圆拟合推导出的圆目标中心检测算法定位精度高, 重复性好, 而且仅对圆轮廓的边界点循环一次就可计算出各参数, 算法的计算速度快. 经 Zernike 矩或 OJFM's 定位, 再经最小二乘拟合算法后, 所得对比的图像圆心坐标值如表 4 所示.

表 4 实验图像边缘定位结果				像素
测量 次数	Zernike 矩亚像素 定位算法		OJFM's 亚像素 定位算法	
	圆心		圆心	
	X	Y	X	Y
1	87.179	92.262	87.685	92.248
2	87.215	92.258	87.715	92.254
3	87.220	92.252	87.736	92.260
4	87.111	92.308	87.656	92.276
5	87.077	92.341	87.617	92.336
6	87.118	92.325	87.651	92.311
7	87.176	92.268	87.691	92.279
8	87.206	92.267	87.718	92.270
9	87.230	92.238	87.737	92.247
10	87.102	92.340	87.627	92.350
平均值	87.163	92.286	87.683	92.283
不确定度 (3σ)	0.169	0.116	0.131	0.110

由表 4 可知, 结合最小二乘圆拟合算法, 使用 Zernike 矩或 OJFM's 亚像素边缘定位后得到的圆轮廓上的 n 个点亚像素级位置信息, 对实验图像的拟合圆圆心的定位精度, 本文提出的定位算法优于 Zernike 矩边缘定位方法, 定位精度达到 0.13 像素.

4 结 论

1) 本文提出的基于 $p = 4, q = 4$ 的高阶正交雅可比 - 傅里叶矩的边缘检测算法, 可以应用于定位集成制造业的视觉检测技术中所采集图像的

边缘,利用 3 个矩模板就可以把边缘定位在亚像素位置,其计算量小,定位精度高,定位速度快。

2) 用提出的算法对标准直线边缘、标准曲线边缘和 CCD 采集的实验图像进行处理,算法对直线、曲线、实验图像的定位精度分别为 0.05、0.08 和 0.13 像素。

参考文献:

- [1] HUECKER M H. An operator which locates edges in digitized pictures[J]. JACM, 1971, 18(1): 113 – 125.
- [2] TABABAI A J, MITCHELL O R. Edge location to subpixel values in digital imagery[J]. IEEE Trans Pattern Analysis Mach Intell, 1984, 6(2): 188 – 201.
- [3] EDWARD P L, OWEN M R. Subpixel measurements using a moment-based edge operator[J]. IEEE Trans Pattern Analysis Mach Intell, 1989, 11(12): 1293 – 1309.
- [4] JENSEN K, ANASTASSIUSO D. Subpixel edge localization and the interpolation of still images[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1995, 4(3): 285 – 295.
- [5] HWANG S K, KIM W Y. A novel approach to the fast computation of Zernike moments[J]. Pattern Recognition Society, 2006, 39(11): 2065 – 2076.
- [6] 曲迎东, 李荣德, 袁晓光, 等. 两级 Zernike 矩算子的快

速亚像素边缘检测[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(5): 178 – 180.

- [7] FU Bo, ZHOU Jianzhong, LI Yuhong, *et al.* Image analysis by modified Legendre moments[J]. Pattern Recognition Society, 2007, 40(2): 691 – 704.
- [8] 单宝忠, 王淑岩, 牛憨笨, 等. Zernike 多项式拟合方法及应用[J]. 光学精密工程, 2002, 10(3): 318 – 323.
- [9] RAYES M O, TREVISAN V, WANG P S. Factorization properties of chebyshev polynomials[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2005, 50(8/9): 1231 – 1240.
- [10] LEE W C, CHEN C H. Subpixel edge location using orthogonal fourier-mellin moments based edge location error compensation model [C]//Proceedings of the Eighth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications. Kaohsiung: ISDA, 2008: 346 – 351.
- [11] 敖磊, 谭久彬, 崔继文, 等. 激光 CCD 自准直仪目标中心抗噪声精确定位方法[J]. 中国激光, 2006, 33(12): 1609 – 1614.
- [12] 孔 兵, 王 昭, 谭玉山. 基于圆拟合的激光光斑中心检测算法[J]. 红外与激光工程, 2002, 31(3): 275 – 279.

(编辑 杨 波)

(上接第 64 页)

- [2] SLADE A, STONE K W, GORDON R, *et al.* High efficiency solar cells for concentrator systems: silicon or multi-junction [C]//Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. San Diego, CA, United states: SPIE, 2005: 1 – 8.
- [3] LAW D C, KING R R, YOON H, *et al.* Future Technology pathways of terrestrial III-V Multijunction solar cells for concentrator photovoltaic systems [J]. Solar Energy Materials and Solar Cells, 2010, 94(8): 1314 – 1318.
- [4] BETT A W, BAUR C, DIMROTH F, *et al.* Flatcon ®-modules: technology and characterization [C]//Proceedings of the 3rd World Conference on Photovoltaic Energy Conversion. Osaka, Japan: [s. n.], 2003: 634 – 637.
- [5] LIN Jian-shian, HUANG Wei-chih, HSU Hsiu-chen, *et al.* A study for the special fresnel lens for high efficiency solar concentrators [C]//Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. San Diego, CA, United states: SPIE, 2005: 1 – 9.
- [6] LEUTZ R, SUZUKI A, AKISAWA A, *et al.* Design of a nonimaging fresnel lens for solar concentrators [J]. Solar Energy, 1999, 65(6): 379 – 387.

- [7] HERNANDEZ M. Sunlight spectrum on cell through very high concentration optics [C]//Proceedings of the 3rd World Conference on Photovoltaic Energy Conversion. Osaka, Japan: [s. n.], 2003: 889 – 891.
- [8] MINANO J C, GONZALEZ J C. New method of design of nonimaging concentrators [J]. Applied Optics, 1992, 31(16): 3051 – 3060.
- [9] DROSS O, MOHEDANO R, BENITEZ P, *et al.* Review of SMS design methods and real world applications [C]//Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering. Denver, CO, United states: SPIE, 2004: 35 – 47.
- [10] FEUERMANN D, GORDON J M. High-concentration photovoltaic designs based on miniature parabolic dishes [J]. Solar Energy, 2001, 70(5): 423 – 430.
- [11] ALVAREZ J L, HERNANDEZ M, BENITEZ P, *et al.* TIR-R concentrator: a new compact high – gain SMS design [C]//Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering. San Diego, CA, United states: SPIE, 2001: 32 – 42.

(编辑 杨 波)