

基于局部曲面逼近的网格光顺算法

贺 强, 张树生, 白晓亮

(西北工业大学 现代设计与集成制造教育部重点实验室, 710072 西安, hqcq@mail.nwpu.edu.cn)

摘要: 针对光顺带噪声的三角网格模型并使光顺的结果逼近模型的原始设计意图, 提出了一种基于局部曲面逼近的网格光顺算法. 首先获取顶点的二阶邻域内的顶点信息, 利用邻域顶点的多元 L_1 中值获得邻域确定的局部曲面的 2 次逼近的点集; 然后将顶点沿着其法矢方向向该点集上投影, 获得顶点在点集上的投影点; 最后将顶点移动到投影点的坐标处, 得到光顺后的三角网格. 该方法在光顺的同时有效地逼近了网格的原始特征. 实验结果表明了算法的有效性和鲁棒性.

关键词: L_1 中值; 局部曲面; 二次逼近; 投影; 光顺

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)05-0089-05

Mesh smoothing algorithm based on local surface approximation

HE Qiang, ZHANG Shu-sheng, BAI Xiao-liang

(The Key Laboratory of Contemporary Design and Integrated Manufacturing Technology, Ministry of Education China, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China, hqcq@mail.nwpu.edu.cn)

Abstract: To fair triangular meshes with noise and to approximate the original meshes of the 3D model designed, a smoothing algorithm based local surface approximation is presented. Specific local information of the vertex was acquired and multivariate L_1 medians of the neighbor vertexes were used to determine the point set of local second order approximation of surface. The vertex was then projected to the point set along the direction of its normal. The smoothing was finally completed by moving vertex to the position of the projective point. Experiments demonstrates that the algorithm is efficient and robust.

Key words: L_1 median; local surface; second order approximation; projection; smoothing

随着三维测量技术的不断进步,人们很容易获得现实世界中的物体的三角网格模型.然而在测量过程中,由于环境、物体自身的反射和测量设备的固有缺陷等因素的影响,测量获得的三角网格模型不可避免地存在测量噪声.为了得到较为精确的曲面模型和优良的特征提取效果,在进行相关的后续处理之前必须对三角网格模型进行光顺.光顺的目标是在剔除噪声重建光滑曲面的同时,保持模型固有的几何特征,如尖锐的边、角、体积等.

经过多年的研究,出现了各种光顺算法,其中

代表性的方法有:Laplacian 算子,各向异性散播,双边滤波器等^[1-7]. Jones^[8]提出了一种利用鲁棒的顶点预测,单步完成光顺的算法——非迭代保特征的网格光顺算法.该方法在新理论上对光顺算法进行优化,显著提高了算法的效率.胡国飞等^[9]提出的基于顶点预测的特征保持网格光顺算法利用三角网格的顶点的一阶邻域顶点和二阶邻域三角形之间的几何关系,应用带平均曲率权的双边滤波器和准 Laplacian 光顺算子,通过三步预测顶点光顺后的坐标位置.毛志红等^[10-12]首先揭示了最小平方估计与 Laplacian 光顺算法之间的关系,然后提出了 M 估计器在网格光顺中的应用,最后延伸 M 估计器至 2 次加权的 M 估计器,在抑制噪声的同时有效地保持了表面特征.毛志红还研究了基于 Susan 结构网格光顺和基于网格显著性的修正的 Laplacian 光顺算法. Oliver Schall

收稿日期: 2009-09-20.

基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2007AA04Z137);

国家自然科学基金资助项目(60573177).

作者简介: 贺 强(1985—),男,博士研究生;

张树生(1956—),男,教授,博士生导师.

等^[13]提出了一种非局部的、自适应特征保持的光顺算法。

上述学者提出的方法基本都围绕减少体积收缩、减少顶点漂移、保持几何特征、提高算法效率等方面展开,而较少或基本没有考虑光顺结果对原始网格的潜在曲面的逼近程度,因而光顺的结果没能很好逼近原始的设计意图. 为了达到光顺网格的同时逼近原始的设计意图,本文提出了一种基于局部曲面逼近的网格光顺算法:以顶点为中心,选取其二阶邻域内的所有顶点作为该顶点处的局部曲面的采样点集. 通过求取该点集的多元 L_1 中值,获得对局部曲面 2 次逼近的采样点集,然后将顶点沿着其法向量方向向局部 2 次曲面的点集上投影,最后将顶点移至投影点处,则完成该顶点的光顺。

1 点集的曲面逼近

曲面逼近通常需要对采样点集进行参数化,再拟合参数曲面或代数曲面. 文献[14]已经证明移动最小二乘曲面可以用来逼近带噪声的点集,并且逼近的次数很容易控制. 正是由于这样的优点,MLS 曲面成为一种流行的曲面表示. 但是 MLS 假定局部平面能局部地逼近点,并且通常需要点的法向量信息和较多的迭代逼近次数. 本文利用点集的多元 L_1 中值来逼近其潜在几何. 该方法和 MLS 一样也是一种投影操作,将点集向其自身投影,通过几次迭代即可获得较好的曲面逼近效果,而无需繁琐的参数化过程和考虑点的法向量. 针对三角网格模型的光顺的要求,本文选择每个顶点的二阶邻域顶点作为该顶点处的局部曲面的采样点集。

1.1 顶点法矢量的计算

三角网格模型上任意顶点 v_i 的法向量可以根据过该点的三角形法矢量的加权平均来计算^[15],一般取三角形的面积为权值. 如图 1 所示,设过 v_i 点有 n 个三角形,分别记为 T_j ,三角形的法向量记为 N_j ,面积记为 A_j . 则三角网格中点 v_i 的法矢量为

$$n_i = \frac{\sum_{j=1}^n A_j N_j}{\sum_{j=1}^n A_j} \quad (1)$$

1.2 二阶邻域顶点的确定

由于三角网格具有良好的拓扑连接关系,当确定顶点二阶邻域顶点集合时,可以利用以该顶点为中心,向四周逐层扩展的方法,如图 2 所示。

标号 1 的三角形为顶点 v 的一阶邻域三角形,标号 2 的三角形为顶点 v 二阶邻域三角形. 由一、二阶邻域三角形的所有顶点组成的集合即为顶点 v 的二阶邻域顶点。

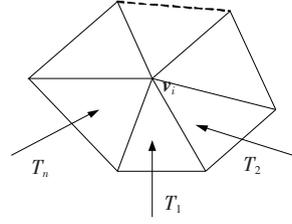


图 1 点 v_i 及其邻接三角形构成的局部网格

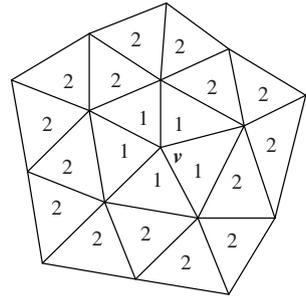


图 2 顶点逐层扩展示意图

1.3 基于多元 L_1 中值的曲面逼近

多元 L_1 中值是经典的统计工具. 它可以用 1 个或一系列点去表示非参数采样点集,并且对噪声不敏感. 点集 $P = \{p_j\}_{j \in J}$, 其 L_1 中值为

$$q = \operatorname{argmin}_x \left\{ \sum_{j \in J} \|p_j - x\| \eta_j \right\} \quad (2)$$

式中: q 即为点集 P 的 L_1 中值,是与 P 中所有点的加权欧式距离和最小的点; η_j 为对应点的正的权值. 文献[16]通过寻找一系列这样的点 $Q = \{q_i\}_{i \in I}$ 来逼近点集 P 的潜在几何. I, J 分别为 2 个点集中点的数量. 文中证明 Q 是对 P 所确定曲面的 2 次逼近的点集. Q 的求解过程介绍如下。

1) 给定 1 个相斥参数 $\mu \in [0, \frac{1}{2})$, 定义 $X^{(1)} = \{x_i^{(1)}\}_{i \in I}$, 其中:

$$x_{i'}^{(1)} = \frac{\sum_{j \in J} p_j \theta(\|p_j - x_{i'}^{(0)}\|)}{\sum_{j \in J} \theta(\|p_j - x_{i'}^{(0)}\|)}, i' \in I \quad (3)$$

2) 设定迭代次数 $k = 1, 2, 3, \dots$, 定义为

$$\alpha_j^{i'} = \frac{\theta(\|x_{i'}^k - p_j\|)}{\|x_{i'}^k - p_j\|},$$

$$\beta_i^{i'} = \frac{\theta(\|x_{i'}^k - x_i^k\|)}{\|x_{i'}^k - x_i^k\|} \left| \frac{\partial \eta}{\partial r}(x_{i'}^k - x_i^k) \right|,$$

$$i \in I \setminus \{i'\}, i' \in I.$$

$$x_{i'}^{(k+1)} = \sum_{j \in J} p_j \frac{\alpha_j^{i'}}{\sum_{j \in J} \alpha_j^{i'}} + \mu \sum_{i \in I \setminus \{i'\}} (x_i^k - x_{i'}^k) \frac{\beta_i^{i'}}{\sum_{i \in I \setminus \{i'\}} \beta_i^{i'}} \quad (4)$$

上述过程是将初始点集 $X^{(0)}$ 投影到输入的点集 P 上,通过迭代得到 P 确定的曲面的 2 次逼近点集,且不依赖 $X^{(0)}$ 的精确度,即在噪声影响下,迭代的最终结果也能逼近 P 的潜在几何.但该算法主要针对采样密集的点集,点集中每个点都参与迭代,效率较低.为了利用该算法的良好的曲面逼近能力,提高效率,本文对该算法做了下列改进:

① 权函数设定为 $\theta(r, h) = e^{-r/h^2}$, $\eta(r) = 1/3r^2$, r 是顶点间的距离, h 是曲面逼近的影响因子.即经过迭代计算后的点集对其潜在曲面的逼近误差是 $O(h^2)$.因此 h 的大小直接影响点集对其潜在曲面的逼近, $h \in [0, 1]$, 越小逼近效果越好.三角网格模型中顶点的间距相对较大,采用文献中的权函数会使顶点的二阶邻域顶点的信息较少使用,不利于逼近

② 由于权函数的作用,当顶点间 r 较大时,相互影响程度很小.参与迭代逼近计算的点集 P 是顶点的二阶邻域顶点的集合而不是三角网格模型中的所有顶点,故迭代算法的效率大大提高

③ $x_i^{(1)}$ 的计算中,不仅考虑顶点与其二阶邻域顶点的位置坐标,还考虑了顶点的法向量.提高了法向量相似较高的顶点的影响,从而降低噪声的影响,使该算法更加鲁棒. $x_i^{(1)}$ 的计算为:设 $x_i^{(0)}$ 是三角网格模型上的一个顶点,则 $x_i^{(0)}$ 的二阶邻域顶点构成点集 P . \mathbf{n}_i 是 $x_i^{(0)}$ 采用式(1)计算得到的法向量, \mathbf{n}_j 为 P 中点 p_j 的法向量.

$$x_i^{(1)} = \frac{\sum_{j \in J} p_j \theta(\|p_j - x_i^{(0)}\| + \|\mathbf{n}_j - \mathbf{n}_i\|)}{\sum_{j \in J} \theta(\|p_j - x_i^{(0)}\| + \|\mathbf{n}_j - \mathbf{n}_i\|)} \quad (5)$$

2 顶点向邻域顶点所确定的曲面投影

由上述过程获得的新三角网格会破坏原始网格的拓扑结构,因此本文只是将其作为光顺的 1 个中间步骤.利用该步骤得到顶点局部曲面 2 次逼近的采样点集,然后将网格原始顶点直接投影到该点集上,用投影点取代原始顶点以达到光顺目的,同时还逼近了原始设计意图.为了抑制顶点漂移,本文将原始网格顶点沿着其法向量方向投影.文献[17]定义了点向点集的直接投影:设 $p^*(x^*, y^*, z^*)$ 为点 $p(x, y, z)$ 在点集 C_N 上的投影点, $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$ 为投影方向.对任意 $P_\mu(x_\mu, y_\mu, z_\mu) \in C_N$ 分配一个正的权 α_μ , 则 p^* 使得式(6)的值最小.

$$E(p^*) = \sum_{\mu=0}^{N-1} \alpha_\mu \|p^* - p_\mu\|^2 \quad (6)$$

p^* 的求解为

$$p^* = p^*(t) = p + t\mathbf{n} \quad (7)$$

其中:

$$t = \frac{\lambda - p \cdot \mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|^2}, \quad (8)$$

$$\lambda = \frac{c_1 n_x + c_2 n_y + c_3 n_z}{c_0}, \quad (9)$$

$$c_0 = \sum_{\mu=0}^{N-1} \alpha_\mu, c_1 = \sum_{\mu=0}^{N-1} \alpha_\mu x_\mu, c_2 = \sum_{\mu=0}^{N-1} \alpha_\mu y_\mu, c_3 = \sum_{\mu=0}^{N-1} \alpha_\mu z_\mu \quad (10)$$

本文采用的计算权公式为

$$\alpha_\mu = \frac{1}{1 + \|p - p_\mu\|^2 \|(p - p_\mu) \times \mathbf{n}\|} \quad (11)$$

文献证明该投影公式计算的投影点误差与点集的测量误差是线性相关的,即投影误差 $\varepsilon \leq 3\varepsilon_d$, 其中 ε_d 是点集的测量误差.由于本文参与投影的点集是对原始曲面的 2 次逼近,所以 $\varepsilon \leq 3O(h^2)$, 故利用式(7)计算的投影点误差非常小.

3 参数设定及算法流程

网格光顺需要用户输入的参数:曲面逼近的影响因子参数 h , 顶点间的排斥参数 μ , 曲面逼近最大迭代次数 K_1 , 顶点向点集投影的最大迭代次数 K_2 . 由于三角网格模型本就是曲面的线性逼近表示,因此顶点向其局部逼近曲面投影时,需要移动的距离很小,所以 K_1 应小于文献[16], K_2 应小于文献[17]中设定的数量. h 的取值影响对原始曲面的逼近, h 较小时,逼近效果更好. μ 影响模型的顶点分布,其越大顶点间距就越大.对不同的模型光顺时,取 $h \in [0, 0.5]$, $\mu \in [0.5, 1]$. 基于以上考虑,为了便于对比不同参数对本文算法的影响,设定了多组参数.实验表明用户设定这 2 组不同数值:1) $h = 0.3, \mu = 0.7, K_1 = 3, K_2 = 2$; 2) $h = 0.2, \mu = 0.7, K_1 = 2, K_2 = 1$ 取得的光顺效果较好.

本文算法流程为:

Step1 输入模型,用户设定参数 h, μ, K_1, K_2 , 设 v_i 为当前待光顺的顶点.

Step2 获取顶点 v_i 的二阶邻域顶点集合 P , 计算顶点的法向量 \mathbf{n}_i .

Step3 对点集 P 进行局部曲面逼近的迭代计算,得到二次逼近的局部曲面的点集 Q .

Step4 顶点 v_i 沿着其法向量 \mathbf{n}_i 向点集 Q 上投影,通过迭代获得其在点集上的投影点 v_i^* .

Step5: 顶点 v_i 移动至点 v_i^* 处, 则顶点 v_i 的光顺完成.

4 实验结果

在 VC + +6.0 的环境下实现了算法, 在主频 1.8 G, 内存 512 M 的 PC 机上运行程序, 且采用 VTK 显示噪声模型及其光顺结果. 为了证明算法的有效性, 与 Laplacian, Fleishman, Jones, 胡国飞等光顺算法进行对比, 需要设定的参数均按照各自文献提供而设. 表 1 是原始模型和噪声模型的基本数据. 其中第 1 行是原始模型的数据, 第 2 行是加大噪声后的模型数据. 表 2 是各种算法效率及模型体积变化的对比, 图 3 是各种算法对带噪声的兔子模型的光顺结果显示, 其中图 3(g) 是本文算法采用参数组 1), 局部曲面逼近迭代 3 次, 投影计算迭代 2 次的光顺结果图(用 3 + 2 表

示). 图 3(h)、(i) 是本文算法采用设定的参数组 2), 分别使用(2 + 1)和(3 + 2)次迭代获得的光顺效果图. Laplacian 算法需要迭代的次数较多, 与噪声模型和原始模型体积相差都较大, 且光顺效果有限. Fleishman 算法光顺效果优于 Laplacian 算法, 但与原始模型差距比较大, 一般也需要迭代多次. Jones 算法和胡国飞算法光顺效果相当且只迭代 1 次, 故效率较高, 两者都与噪声网格有很好的体积保持性, 但由于较少考虑对原始曲面的逼近, 故未能很好的逼近原始网格. 本文算法效率相对较低, 是由于本文算法两处都需要迭代. 但本文算法获得了较好的光顺效果, 有利于对网格模型的后续处理. 在保持模型形状方面, 除 Laplacian 算法外, 本文算法体积保持性相对较差, 但包围盒的空间分布更接近原始模型, 因此本文算法具有较好的保持模型整体形状特征能力.

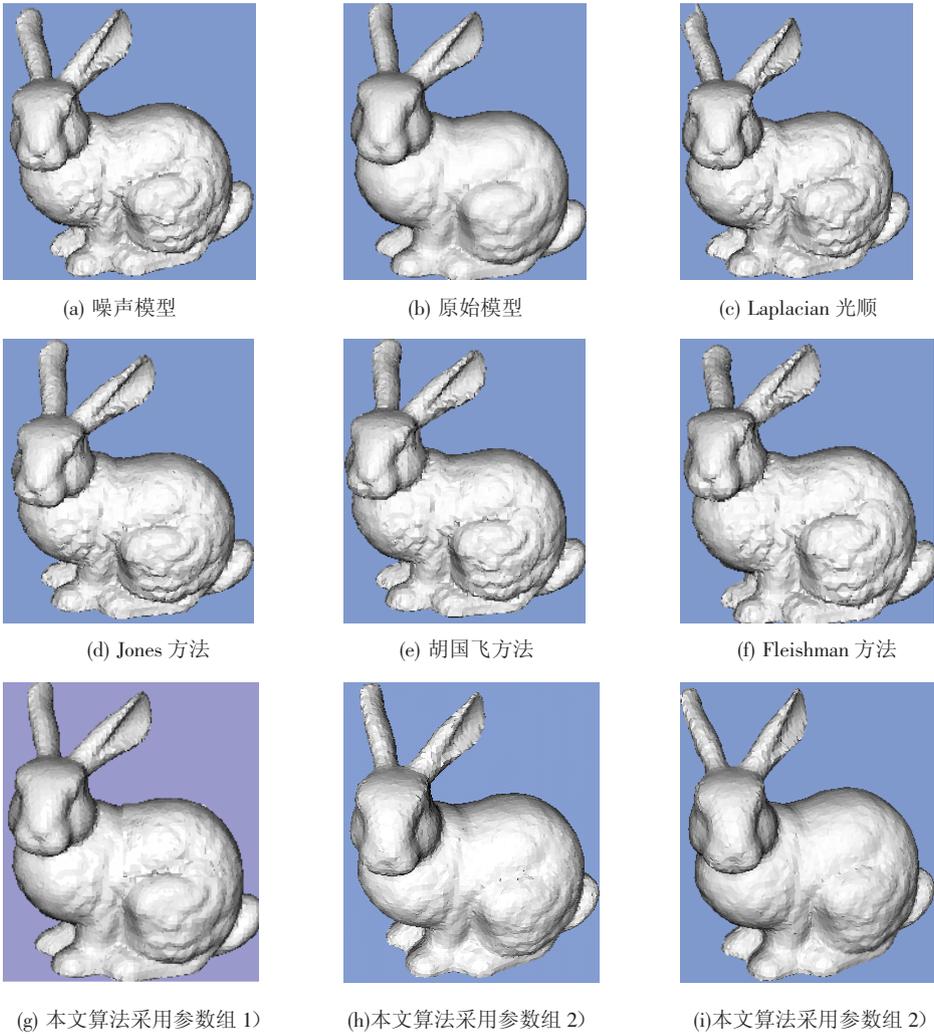


图 3 各种算法对兔子模型光顺效果显示

表1 原始、噪声模型的基本数据

模型	面片数	顶点数	包围盒尺寸/mm × mm × mm	包围盒体积/mm ³
Bunny	16 301	8 189	0.118 × 0.172 × 0.118	0.002 40
Bunny(noise)	16 301	8 189	0.127 × 0.168 × 0.114	0.002 45

表2 Bunny模型的各种方法性能比较

包围盒体积/mm ³	光顺算法	迭代次数	运行时间/s	包围盒尺寸/mm × mm × mm
0.002 06	Laplacian	10	3	0.117 × 0.163 × 0.108
0.002 45	Fleishman	2	3	0.127 × 0.168 × 0.114
0.002 45	Jones	1	2	0.127 × 0.168 × 0.114
0.002 45	胡国飞	1	2	0.127 × 0.168 × 0.114
0.002 31	本文算法参数组 1)	3 + 2	5	0.116 × 0.170 × 0.117
0.002 31	本文算法参数组 2)	3 + 2	5	0.116 × 0.170 × 0.117
0.002 31	本文算法参数组 2)	2 + 1	3	0.116 × 0.170 × 0.117

5 结 论

1) 在局部曲面逼近过程中,参与逼近计算的点集直接影响光顺算法对模型原始特征的保持效果,若顶点及其邻域顶点属于同一曲面,则能较好逼近原始特征。

2) 若顶点的邻域顶点中包含不同曲面的点,虽然能获得光滑的曲面逼近效果,但光顺的同时也会丢失模型的原始特征。

参考文献:

- [1] TAUBIN G. A signal processing approach to fair surface design[C]//Proceedings of the 22nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York, NY: ACM, 1995: 351 - 358.
- [2] VOLLMER J, MENCL R, MULLER H. Improved Laplacian smoothing of noisy surface meshes[J]. Computer Graphics Forum, 1999, 18(3): 131 - 138.
- [3] BAJAJ C L, XU G L. Anisotropic diffusion on surface and function on surfaces[J]. ACM Trans on Graphics, 2003, 22(1): 4 - 32.
- [4] CLARETZ U, DIEWALD U, RUMPF M. Anisotropic geometric diffusion in surface processing[C]//Proceedings of the 11th IEEE Visualization 2000 Conference. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2000: 397 - 400.
- [5] DESBRUN M, MEYER M, SCHRODER P, *et al.* Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow[C]//Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. New York, NY: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co, 1999: 317 - 324.
- [6] DESBRUN M, MEYER M, SCHRODER P, *et al.* Anisotropic feature preserving denoising of height field and bivariate data [J]. Proc Graphics Interface, 2000: 145 - 152.
- [7] FLEISHMAN S, DRORI I, COHENOR D. Bilateral meshes denoising [C]//Proceeding of SIGGRAPH 2003. New York, NY: ACM, 2003: 950 - 953.
- [8] JONES T-R, DURAND F, DESBRUN M. A Non-iterative feature-preserving mesh smoothing [C]//Proceedings of SIGGRAPH 2003. New York, NY: ACM, 2003: 943 - 949.
- [9] 胡国飞,彭群生. 基于顶点预测的特征保持网格光顺算法[J]. 浙江大学学报, 2004, 38 (12): 1535 - 1539.
- [10] 毛志红,马利庄,赵明喜. 鲁棒估计器在3D网格降噪的应用[J]. 软件学报, 2007, 18 (2): 453 - 460.
- [11] MAO Zhihong, MA Lizhuang, ZHAO Mingxi, *et al.* SUSAN structure preserving filtering for mesh denoising [J]. The Visual Computer, 2006, 22(4): 276 - 284.
- [12] MAO Zhihong, MA Lizhuang, ZHAO Mingxi, *et al.* A modified laplacian smoothing approach with mesh saliency[J]. Smart graphics, 2006, 40(73): 105 - 113.
- [13] SCHALL O, BELYAIEV A, SEIDEL H P. Adaptive feature-preserving non-local denoising of static and time varying range data[J]. Computer-Aided Design, 2008, 40(6): 701 - 707.
- [14] DEY T K, SUN J. An adaptive MLS surfaces for reconstruction with guarantees [C]//Proceedings of the third Eurographics symposium on Geometry processing. Switzerland: Eurographics Association Aire-la-Ville, 2005: 43 - 52.
- [15] 白晓亮. 逆向工程中混合 CSG/B - rep 模型重构技术研究[D]. 西安:西北工业大学, 2005.
- [16] LIPAN Y, COHENOR D, LEVIN D. Parameterization-free projection for geometry reconstruction [J]. ACM Transactions on Graphics, 2007, 26(3): 2 - 5.
- [17] AZARIADIS P N, SAPIDIS N S. Drawing curves onto a cloud of points for point-based modeling[J]. Computer-Aided Design, 2005, 37(1): 109 - 122.