

斜齿球形齿轮齿面接触分析

苏进展, 方宗德, 蔡香伟, 彭先龙

(西北工业大学 机电学院, 710072 西安, sujinzhan@mail.nwpu.edu.cn)

摘要: 为了提高球形齿轮承载能力和降低啮合质量对安装误差的敏感性, 对斜齿球形齿轮齿面进行了修形. 用产形齿条方法和啮合理论, 推导斜齿球形齿轮齿面数学模型, 并用抛物线形齿廓刀具对齿面修形; 根据两齿面在啮合接触中连续相切条件, 建立了含有安装误差的齿面接触分析(TCA)模型. 齿轮副啮合仿真结果表明: 凸-凹型斜齿球形齿轮副接触迹线沿着齿线方向, 可提高其啮合传动的重合度及承载能力, 对凸-凸型及凸-斜型斜齿球形齿轮副齿面修形可降低齿面印痕对安装误差的敏感性.

关键词: 斜齿球形齿轮; 齿面接触分析; 齿面修形; 传动误差

中图分类号: TH132

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)05-0111-04

Contact characteristics of spherical helical gears

SU Jin-zhan, FANG Zong-de, CAI Xiang-wei, PENG Xian-long

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China,
sujinzhan@mail.nwpu.edu.cn)

Abstract: Spherical helical gears with tooth flank modification were proposed to enhance loaded capacity and improve the sensitivity to assemble errors. The mathematical model of tooth surface was developed by the imagine rack-cutter and gearing theory, and the modification with parabolic curve of rack-cutter was applied to produce a required transmission error curve and improve meshing characteristics. Then, the tooth contact analysis model was established on the conditions of continuous tangency of two contact surface, of which the assemble errors were considered. The simulation results show that the capacity of loaded capacity and tooth contact ratio can be increased by the contact pattern of convex-concave type gears along the helical tooth traces, and the error sensitivity of contact pattern of the convex-convex and convex-helical types of spherical gears can be improved by tooth modification.

Key words: spherical helical gears; tooth contact analysis; tooth modification; transmission error

径向齿线为弧线的圆柱齿轮可称之为球形齿轮^[1-3], 按形状可分为凸型和凹型. 球型齿轮副有凸-斜、凸-凸、凸-凹3种啮合情况. Mitome等^[4]首先提出了直齿球形齿轮的滚切加工方法, 并对齿面进行误差分析测试; 赵立基等^[5]研究了直齿球型齿轮展成原理, 并用TCA技术研究该类齿轮啮合特性; 董学朱等^[6]研究的变轴交角渐开线齿轮也属于此类球形齿轮, 并对齿轮副重合度

及接触质量进行了深入的研究. Litvin等^[7-8]研究了圆柱齿轮修形, 以降低齿轮副对安装误差的敏感性.

直齿球型齿轮承载能力低, 接触印痕对安装误差(除轴交角外)敏感, 且在已有的研究中尚未对齿轮副的传动误差进行控制. 本文提出了斜齿球型齿轮, 提高齿轮副的啮合重合度, 增加其承载能力, 同时利用齿面修形控制齿轮副的传动误差.

1 产型齿条及滚切原理

图1所示坐标系 S_a 位于产型齿条法向截面上, S_l 为产型齿条齿廓上的坐标系, α_n 为法向压力角,

收稿日期: 2009-09-16.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875211).

作者简介: 苏进展(1982—), 男, 博士研究生;

方宗德(1948—), 男, 教授, 博士生导师.

$a_m = \pi m_n / 4$, 为法向齿距一半, m_n 为法向模数, a_c 为抛物线修型系数, d_p 为抛物线极点位置, u_c 为齿面参数. 在 S_a 坐标系下齿廓的位置矢量

$$\mathbf{r}_a = \begin{pmatrix} u_c \cos \alpha_n - a_c u_c^2 \sin \alpha_n - d_p \cos \alpha_n \\ -u_c \sin \alpha_n + a_c u_c^2 \cos \alpha_n + a_m + d_p \sin \alpha_n \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

图 1 修形齿条齿廓

图 2 所示为形成产形齿条的坐标系, S_b 为辅助坐标系, S_c 为齿条动坐标系, θ_a 为齿面另一参数, β 为螺旋角, 产形齿条半径等于被加工齿轮节圆半径 $R_a = 0.5 m_n z_w$, z_w 为被加工齿轮齿数.

经坐标变换后, 可得到假想齿条在 S_c 坐标系的位置矢量:

$$\mathbf{r}_c(u_c, \theta_a) = \mathbf{M}_{cb}(\beta) \mathbf{M}_{ba}(\theta_a) \mathbf{r}_a(u_c).$$

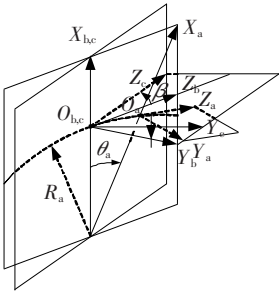


图 2 产形齿条坐标系

图 3 为右旋滚刀加工右旋斜齿球形齿轮滚切原理图, 其加工原理与加工普通斜齿圆柱齿轮原理类似, 区别在于需要附加控制滚刀在轴向和径向方向运动, 合成为一弧线运动, 对于数控滚齿机是较易实现的. λ 为滚刀导程角, δ 为滚刀安装角, B 为齿宽, 则

$$\varphi_w = z_h / z_w \varphi_h + \Delta \varphi_w.$$

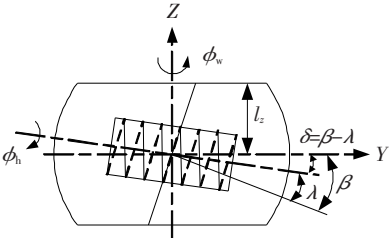


图 3 斜齿球形齿轮滚切加工原理

其中, z_h 为滚刀头数, z_w 为工件齿数, ϕ_w 为工件转角, ϕ_h 为滚刀转角, 且 $\Delta \phi_w = l_z \tan \beta / R_a$.

2 齿面方程推导

斜齿球齿轮展成原理类似于直齿和斜齿圆柱齿轮, 差别在于产形齿条是弧线形, 图 4 为其展成过程. 产形齿条坐标系为 S_c , 固定坐标系为 S_d , 齿面动坐标系为 S_1 . 小轮动坐标系 S_1 绕 Z_d 转 ϕ_1 时, 产形齿条坐标系 S_c 移动 $r_{p1} \phi_1$, r_{p1} 为被加工齿轮节圆半径, 由啮合原理在齿条齿面和被展成齿轮切削接触点上, 法向矢量必须通过瞬轴 $I-I$, 可得到如下的啮合条件^[9]:

$(X_c - x_c) / n_{cx} = (Y_c - y_c) / n_{cy} = (Z_c - z_c) / n_{cz}$.
式中: X_c, Y_c, Z_c 为瞬轴在齿条坐标系 S_c 的坐标; x_c, y_c, z_c 为两齿面瞬时接触点坐标; n_{cx}, n_{cy}, n_{cz} 为瞬时接触点法向矢量.

由啮合方程 $(X_c - x_c) / n_{cx} = (Y_c - y_c) / n_{cy}$ 可得到小轮加工转角 $\phi_1 = (n_{cx} y_c - n_{cy} x_c) / n_{cx} r_{p1}$. 其中, $X_c = 0, Y_c = r_{p1} \phi_1, r_{p1} = m_n z_1 / 2, z_1$ 为被加工齿轮齿数, 可得到齿面的位置矢量和法向矢量,

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1(u_c, \theta_a) &= \mathbf{M}_{1c}(\phi_1) \mathbf{r}_c(u_c, \theta_a), \\ \mathbf{n}_1 &= \partial \mathbf{r}_1 / \partial \theta_a \times \partial \mathbf{r}_1 / \partial u_c. \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{M}_{1c}$ 是 S_c 到 S_1 的齐次坐标变换矩阵. 在凸-凹型斜齿球形齿轮副中, 是用凸球形齿轮产形齿条展成凹球形齿轮, 大小轮齿轮均用同一产形齿条加工, 刀具与被加工齿轮相对运动也相同, 故齿轮副为线接触, 可通过齿面修形获得点接触, 从而降低齿轮副对安装误差的敏感度. 而对于凸-凸型球形齿轮副及凸-斜型球形齿轮副, 大小轮分别按不同的产形齿条展成, 所得齿轮副为点接触, 同样通过齿面修形可获得抛物线型传动误差, 以吸收由安装误差引起的不连续线性误差^[10].

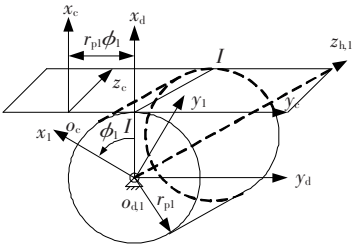


图 4 斜齿球形齿轮展成坐标系

3 齿面接触分析

两齿面 Σ_1 和 Σ_2 在固定坐标系 S_h 中连续接触相切, 齿面的位置矢量和法向矢量分别相等, 图 5 为齿轮副啮合坐标系, 坐标系 S_1 和 S_2 分别是固联

在小轮和大轮齿面的动坐标系,坐标系 S_f 和 S_h 分别为大轮和小轮固定坐标系,辅助坐标系 S_k 模拟有轴交角安装, S_v 模拟齿轮装配时产生的水平安装误差, ΔC 为中心距误差, φ_1 、 φ_2 分别为小轮、大轮啮合转角, C 为齿轮副中心距。

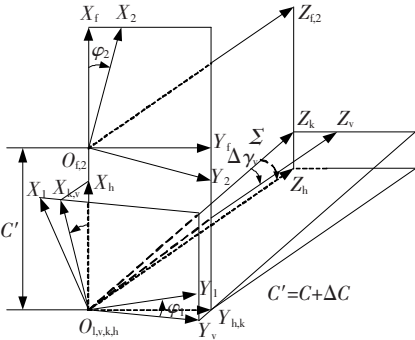


图5 齿轮副啮合坐标系

用上述的方程分别推导大轮和小轮的齿面位置矢量 r_1 、 r_2 和法向矢量 n_1 、 n_2 , 将其转换到固定坐标系 S_n 下得

$$\begin{aligned}r_h^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) &= M_{h1}(\phi_1)r_1(u_1, \theta_1), \\n_h^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) &= L_{h1}(\phi_1)n_1(u_1, \theta_1), \\r_h^{(2)}(u_2, \theta_2, \varphi_2) &= M_{h2}(\phi_2)r_2(u_2, \theta_2), \\n_h^{(2)}(u_2, \theta_2, \varphi_2) &= L_{h2}(\phi_2)n_2(u_2, \theta_2).\end{aligned}$$

式中: u_1 、 θ_1 、 u_2 、 θ_2 分别为大轮、小轮的齿面参数. $M_{h1} = M_{h1v}M_{vk}M_{k1}$ 为 S_1 到 S_h 变换矩阵, L_{h1} 为 M_{h1} 去掉最后一行和最后一列的矩阵, $M_{h2} = M_{h2v}M_{vk}M_{k2}$ 为 S_2 到 S_h 的变换矩阵, L_{h2} 为 M_{h2} 去掉最后一行和最后一列的矩阵. 在 S_h 坐标系中两齿面连续相切接触得

$$\begin{cases}r_n^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) = r_n^{(2)}(u_2, \theta_2, \varphi_2), \\n_n^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) = n_n^{(2)}(u_2, \theta_2, \varphi_2).\end{cases}\quad (1)$$

将式(1) 两矢量方程向坐标轴投影, 可以得到6个标量方程, 但由于 $|n_f^{(1)}| = |n_f^{(2)}| = 1$, 所以只能得到5个独立的标量方程, 而未知量却有6个, 取 φ_1 为输入量, 求解非线性方程组(1) 就可得到两齿面的一个接触点, 然后以一定步长改变小轮啮合转角 φ_1 值, 继续求解, 直至求出的接触点超出齿面的有效边界, 得到齿面啮合迹线. 由大小轮主曲率和主方向可以确定接触椭圆长短轴的方向和大小, 为研究方便, 将实际接触椭圆近似简化为椭圆长轴. 在所有接触点处, 沿着椭圆长轴方向, 在椭圆长轴大小范围内搜索可能的接触点, 可得到齿面接触线, 从而得到整个齿面接触印痕. 定义传动误差为

$$\delta\varphi_2 = (\varphi_2 - \varphi_2^0) - Z_1/Z_2(\varphi_1 - \varphi_1^0).$$

式中: φ_2^0 、 φ_1^0 、 Z_2 、 Z_1 分别为大小轮初始啮合转角及齿数.

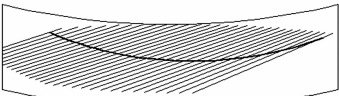
4 算 例

3 种类型的斜齿球形齿轮副设计参数列于表1 中; 本文对加工小轮(凸型斜齿球形齿轮)产形齿条的齿廓用抛物线修形; 而凸-凸型及凸-斜型斜齿球形齿轮副为点接触, 同样也采用相同的方法对小轮齿面修形以获得抛物线型传动误差曲线. 当螺旋角 $\beta = 0^\circ$ 时即为直齿球形齿轮^[4-5]. 采用齿面接触分析(TCA)技术, 对3 种类型斜齿球形齿轮的接触特性进行了研究, 结果见图6~8.

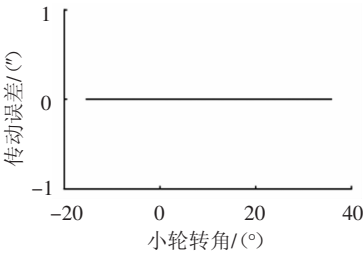
表1 齿轮副设计参数

	Z	m_n	$\alpha_n/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	轴交角/ $(\circ)$
小轮(凸)	35	3.0	20	30	25
大轮(凹、凸、斜)	60	3.0	20	30	25

	B/mm	齿顶高系数	齿根高系数	a_c	d_p
小轮(凸)	10	1.0	1.25	0.005	0
大轮(凹、凸、斜)		1.0	1.25	0	

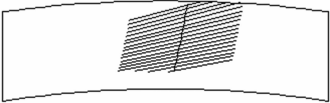


(a) 接触印痕

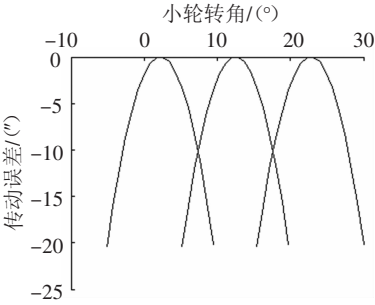


(b) 传动误差

图6 凸-凹型球形齿轮副接触印痕和传动误差



(a) 接触印痕



(b) 传动误差

图7 凸-凸型球形齿轮副接触印痕和传动误差

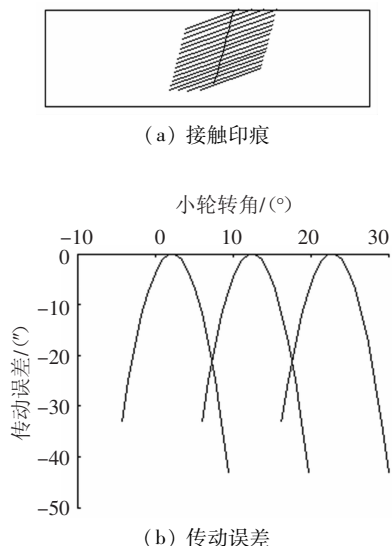


图8 凸-凹型球形齿轮副接触印痕和传动误差

从图6~8可以看出,凸-凹型球形齿轮副接触迹线沿着齿线方向,传动误差接近为零.凸-凹型斜齿球形齿轮副的接触印痕(本文的接触印痕均是在被动轮或者大轮齿面上)与斜齿圆柱齿轮副类似,这样可提高齿轮啮合的重合度及承载能力.凸-凸型斜齿球形齿轮为点接触齿轮副,修形后传动误差是抛物线型传动误差,传动误差幅值可通过抛物线系数来控制.凸-斜型斜齿球形齿轮副的接触印痕和传动误差与凸-凸球形齿轮类似;对于相同的螺旋角,这3种类型斜齿球形齿轮副的接触椭圆长轴是依次递减的.随着螺旋角的增大,三者的椭圆长轴都随之递减,同时椭圆长轴的方向也是越倾斜,这对齿轮副的润滑不利;在相同的修形条件下,凸-凸型球形齿轮副的传动误差幅值(10°)较凸-斜型球形齿轮副(19.5°)小,这是由齿轮副齿面拓扑几何关系决定的.图9是3种齿轮副在安装误差条件为 $\Delta\gamma_v = 0.2^\circ$ 、 $\Delta C = 0.2\text{ mm}$ 时的接触印痕,与无安装误差条件相比均

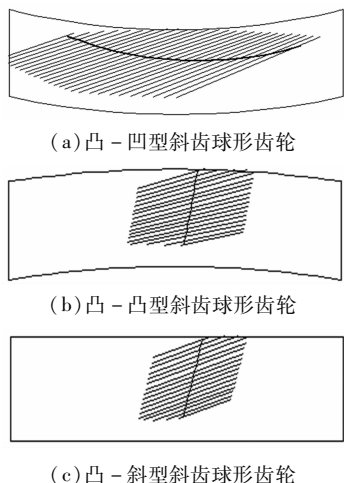


图9 考虑安装误差条件下接触印痕($\Delta\gamma_v = 0.2^\circ$ 、 $\Delta C = 0.2\text{ mm}$)

向右端移动.对多种安装误差条件下接触印痕的仿真分析表明,在相同的安装误差条件下,斜齿球形齿轮副接触印痕敏感性较直齿球形齿轮(螺旋角 $\beta = 0^\circ$)低.

5 结 论

1) 3种类型斜齿球形齿轮副具有同斜齿轮类类似的接触印痕和传动误差,但其对安装误差不敏感,可有轴交角安装;与直齿球形齿轮相比,提高了齿轮副的重合度、承载能力.

2) 增大螺旋角可增大齿轮副的重合度,但随之出现了椭圆长轴变短及椭圆长轴方向变倾斜等一些不利齿轮承载和润滑因素,必须适当选择.

3) 凸-凸型及凸-斜型斜齿球形齿轮的传动误差幅值可以通过刀具的修形系数控制,可降低齿轮副振动噪声.

参考文献:

- [1] YANG Shyuecheng, CHEN Chaokuang, LI Keyang. A geometric model of a spherical gear with a double degree of freedom[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2002, 123(2): 219-224.
- [2] LI Ting, PAN Cunyun. On grinding manufacture technique and tooth contact and stress analysis of ring-involute spherical gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(5): 1807-1825.
- [3] 李婷,潘存云.球齿轮传动齿廓接触特性分析[J].航空学报, 2008, 22(6): 1680-1686.
- [4] MITOM K, OKUDA T, OHMACHI T, et al. Develop of a new hobbing of spherical gear[J]. Journal of JSME, 2000, 66(6): 1975-1980.
- [5] CHAO L C, TSAY C B. Contact characteristics of spherical gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(11): 1317-1331.
- [6] 董学朱,李海涛,魏文军.变轴交角渐开线齿轮啮合理论和设计[J].机械工程学报, 2008, 44(7): 79-84.
- [7] LITVIN F L, FUENTES A, GONZALEZ-PZEREZ I, et al. Modified involute helical gears: computerized design, simulation of meshing and stress analysis[J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2003, 192: 3619-3655.
- [8] LITVIN F L, FAN Q, VECCHIATO D, et al. Computerized generation and simulation of meshing of modified spur and helical gears manufactured by shaving[J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2001, 190: 5037-5055.
- [9] 吴序堂.齿轮啮合原理[M].北京:机械工业出版社, 1982: 163-166.
- [10] LITVIN F L, FUENTES A. Gear geometry and applied theory[M]. New York: Cambridge University Press, 2004: 242-244.

(编辑 杨波)