四阶 Sigma-Delta 微加速度计系统设计与分析

刘晓为[1,2], 刘云涛[1,3], 姜一鸣[1], 尹 亮[1]

(1. 哈尔滨工业大学 MEMS 中心,150080 哈尔滨,summer924@sina.com; 2. 哈尔滨工业大学微系统与微结构教育部重点实验室, 150080 哈尔滨; 3. 哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院,150001 哈尔滨)

摘 要: 为了降低 Sigma-Delta(ΣΔ)微机械加速度计量化噪声,提高系统分辨率,完成了一种单环四阶 ΣΔ 微加速度计的分析与设计,建立了系统的线性模型,并在此基础上,采用根轨迹法分析了系统稳定性. 理论分析表明所建立的四阶 ΣΔ 微加速度计系统在噪声特性、死区、空闲音方面都具有优良的特性. 在系统级的分析与讨论基础上,实现了传感器接口电路晶体管级的设计,该电路采用 0.5 μm 2 层多晶 2 层金属 CMOS 工艺流片,系统测试结果表明该加速度计灵敏度为 1.2 V/g,非线性度为 0.2%,开环噪声密度 12 μg/Hz$^{1/2}$,闭环噪声密度 80 μg/Hz$^{1/2}$,整体功耗为 40 mW.

关键词: 微加速度计;Sigma-Delta;系统级;稳定性

中图分类号: TP824 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2011)07-0038-04

System level design and anaysis of fourth-order sigma-delta micromachined accelerometer

LIU Xiao-wei[1,2], LIU Yun-tao[1,3], JIANG Yi-ming[1], YIN Liang[1]

(1. MEMS center, Harbin Institute of Technology, 150080 Harbin, China, summer924@sina.com; 2. Key Laboratory of Micro-Systems and Micro-Structures Manufacturing, Ministry of Education, Harbin Institute of Technology, 150080 Harbin, China; 3. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, 150001 Harbin, China)

Abstract: System level analysis and design of a single-loop fourth-order sigma-delta (ΣΔ) accelerometer is presented to reduce quantization noise and enhance resolution of the micromachined accelerometer. Stability of the system is analyzed by root locus method based on the linear model established in this work. Theoretical analysis indicates that the forth-order ΣΔ micromachined accelerometer has good performance in noise, dead zone and idle tone. Based on the analysis and discussion of the system level, the transistor level design of the interface circuit is implemented, the circuit is fabricated in 0.5 μm two poly two metal CMOS process, and the tested results indicate that the sensitivity is 1.2 V/g, nonlinearity is 0.2%, open-loop noise density is 12 μg/Hz$^{1/2}$, closed-loop noise density is 80 ug/Hz$^{1/2}$ and the power dissipation is 40 mW.

Key words: micromachined accelerometer; sigma-delta; system level; stability

高性能的微机械惯性传感器通常利用静电力反馈方式提高系统的线性度、带宽、动态范围[1],反馈方式可分为模拟反馈和数字反馈. Sigma-Delta(ΣΔ)调制器是实现数字静电力反馈系统的最有效方式. 相比于模拟反馈方式,ΣΔ 调制技术可以提供直接的数字输出,采用一位数字反馈可以大大降低静电力非线性问题,更为重要的是这种方式消除了模拟反馈中由于质量块偏离严重而产生的静电力吸引问题,大大提高了系统可靠性[2].

微加速度计的敏感结构可以看作质量-弹簧-阻尼的震动系统,并且具有二阶低通特性,因此如果把敏感结构包围在反馈环中,就起到了噪声整形的功能[3]. 然而由于敏感结构部分非常低的直流增益,使得二阶 ΣΔ 结构很难实现低的量化噪声. 为了获得高性能的 ΣΔ 微加速度计,近年来众多学者开始了高阶结构的研究和设计[4-6]. 我国在该方面主要停留在模拟输出的接口电路研制上,未见数字加速

收稿日期: 2010-01-14.
基金项目: 国家高技术发展计划资助项目(2008AA042201).
作者简介: 刘晓为(1955—),男,教授,博士生导师.

度计的相关报导. 本文建立了 1 个单环四阶 ΣΔ 微加速度计的系统模型，对该系统的稳定性、死区、空闲音进行了分析，并实现了传感器接口电路晶体管级的设计和流片测试，仿真和测试结果表明该加速度计具有良好的性能.

1　闭环 ΣΔ 微加速度计系统结构设计

本文所设计的闭环四阶 ΣΔ 微加速度计系统结构如图 1 所示，敏感结构具有二阶低通特性，其传输函数为

$$H(s) = X(s)/A(s) = m/(ms^2 + bs + k).$$

其中 m 为敏感结构质量块质量，b 为阻尼系数，k 为弹簧弹性系数. 敏感结构将输入惯性力转换为质量块位移，K_{dc} 为位移 x 到电容变化量的增益，表达式如下：

$$K_{dc} = \Delta C/x = 2\varepsilon_0 A/d_0^2.$$

机械结构分子的热运动对系统引入了布朗噪声. 电容变化量到前级电路输出电压的增益为

$$K_{CV} = \Delta V/\Delta C = 2v_r/C_f.$$

其中 C_f 为前级电容 - 电压转换电路的反馈电容. 前级电路引入了电路噪声. 前置补偿电路在高频部分引入部分相位偏移，从而使系统保持稳定. 补偿电路的后面级联 2 个电学积分器，用以提供更好的噪声整形. 具有高非线性度的一位量化器表示为可变增益 K_q 和白噪声源 Q_N 的组合. 反馈通路采用2 个一位 DA 转换，1 个提供电学积分器的反馈电压，另 1 个为敏感质量块提供反馈力，使质量块保持在平衡位置，反馈电压到反馈力的系数为

$$K_{fb} = 0.5\varepsilon_0 A V_{fb}/d_0^2.$$

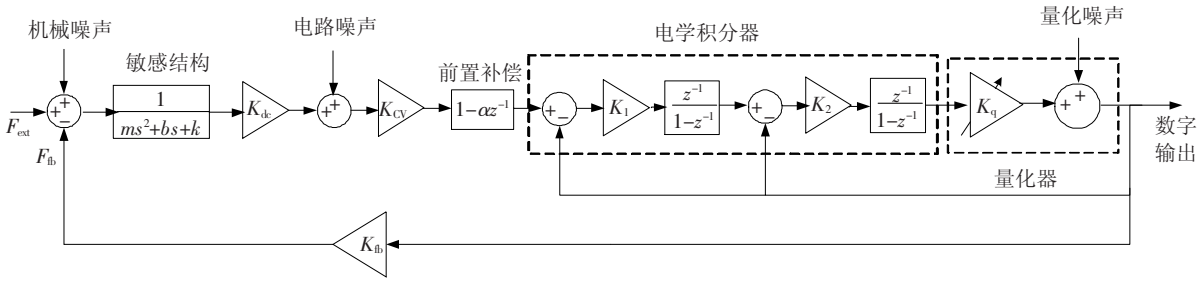


图 1　四阶微机械 ΣΔ 加速度计系统

2　稳定性与参数优化

与 ΣΔADC 一样，在没有任何控制条件下，高阶 ΣΔ 微加速度计属于条件稳定，必须采取措施来保证四阶 ΣΔ 调制器的稳定性. 由于量化器高非线性影响，使得高阶调制结构稳定性分析非常复杂，本文中将量化器看作可变增益与白噪声的组合，采用根轨迹法分析系统稳定性.

本文中所采取的相位补偿电路传输函数为

$$Cp(z) = 1 - \alpha z^{-1},$$

系统的开环传输函数决定了闭环系统的稳定性，根据图 1，开环传输函数可表示为

$$H(z) = K_{fb}K_{dc}K_{CV}G(z)Cp(z)\prod_{i=1}^{n-2}K_i[I(z)]^{n-2}K_q + \sum_{i=1}^{n-2}\prod_{j=i}^{n-2}K_j[I(z)]^{n-i-1}K_q.$$

其中：$I(z)$ 为延迟积分器传输函数，$I(z) = Z^{-1}/(1 - Z^{-1})$；$n$ 为调制器的阶数；K_i 为电学积分器增益. 根据经典控制理论，稳定闭环系统的所有特征根必须都在单位圆内. 图 2 为该系统的根轨迹图，取 $\alpha = 0.6$，$K_1 = 0.2$，$K_2 = 0.5$，由图2 可知，当量化增益 K_q 非常高时，也就是量化器的输入信号很小，系统的 1 个特征根沿着负实轴离开单位圆，其余的极点对仍然在单位圆内，此时调制器内的信号开始增加，导致量化增益又开始下降，所以这个极点最终会移回单位圆，因此对于很大的 K_q，系统产生的是 1 个稳定的极限环. 当 $K_q < 0.003\ 42$ 时，有一对极点离开单位圆，调制器信号会进一步增加，导致 K_q 进一步降低，而产生了不稳定的极限环. 由仿真结果可知，只有当 $K_q < 0.003\ 42$ 时，也就是量化器的输入信号非常高的时候才会使该系统不稳定. 随着积分器增益的提高，系统稳定性逐渐变差，当 2 个积分器的增益都为 1 时，极点沿单位圆移动，系统任何微小的波动都可能导致系统进入不稳定状态.

α 反映了系统的补偿深度，为了更清晰表明稳定性与补偿深度的关系，在 S 域重新绘制系统根轨迹图，图 3 为系统的根轨迹与 α 的关系，由此可见，随着 α 的增加，根轨迹逐渐由右半平面进入左半平面，使得稳定性逐步提高.

降低积分器增益可以提高系统稳定性，然而也会影响噪声整形能力，降低系统精度[7]. 该系统的信号 - 噪声 - 谐波失真比（SNDR）与积分器增益关系如图 4 所示，由仿真结果可知，当 $\alpha = 0.6$，$K_1 = 0.6$，$K_2 = 1$ 时，即可以确保系统的稳定性，又得到了最高信噪比.

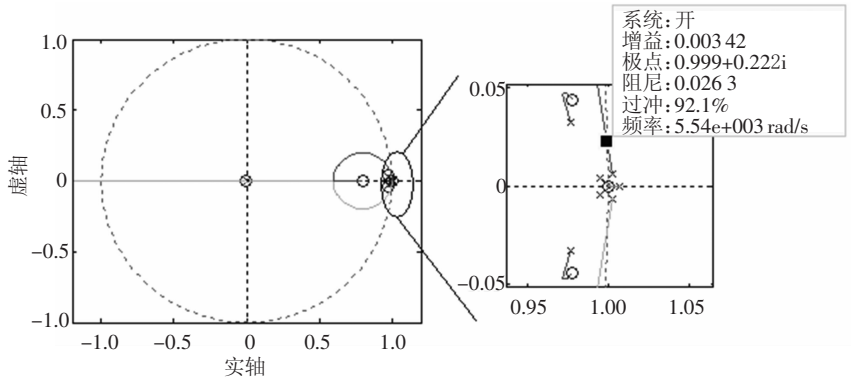


图 2　系统根轨迹($\alpha=0.6, K_1=0.2, K_2=0.5$)

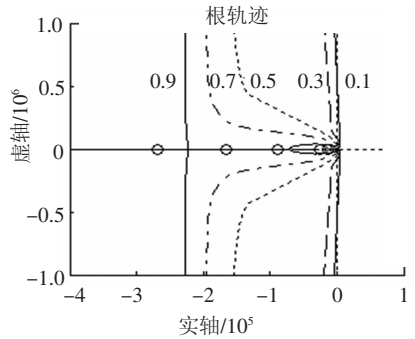


图 3　稳定性与补偿程度的关系

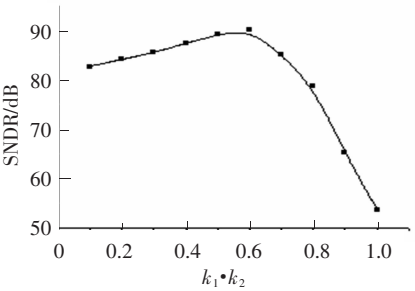
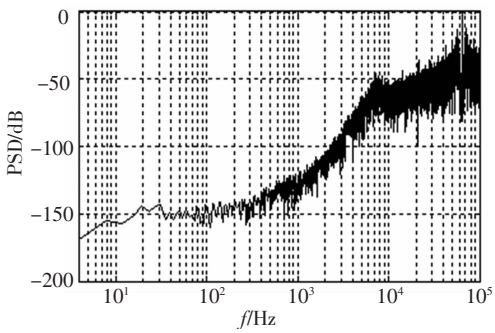


图 4　SNDR 与积分器增益关系

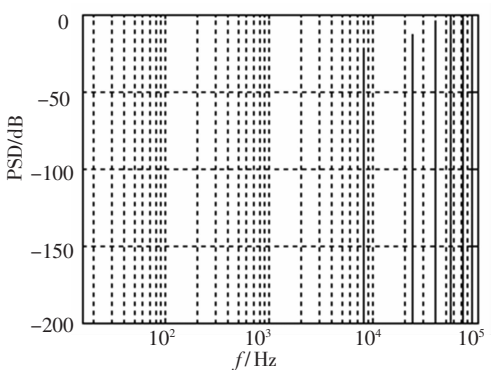
3　性能分析

在 ΣΔ 微机械加速度计中,影响系统精度的噪声主要有 3 种:布朗噪声、电路噪声和量化噪声. 布朗噪声是由于热分子的无规则运动引起的,电路噪声主要包括前级放大器噪声、开关热噪声和参考电压噪声. 量化噪声是在模拟到数字的转换过程中产生的[8]. 根据图 1 所建立的系统模型可知,量化噪声受到敏感结构和二阶电学积分器的抑制,噪声整形能力依赖于敏感结构的直流增益和 2 个极点的位置,由于敏感结构直流增益非常低,导致其量化噪声整形能力远低于同阶数的电学积分器. 若获得高的噪声整形能力,敏感结构需要同时具有极低的阻尼和弹性系数,不仅在工艺上难以实现,而且严重限制了传感器的机械带宽,因此在传感器的设计中要折中考虑带宽和量化噪声的关系. 而且与仅采用敏感结构作为积分器的二阶 ΣΔ 调制器不同,高阶结构中机械噪声和电路噪声也同样受到了一定抑制.

敏感结构有限的谐振频率导致调制器的输出数字流中产生了 1 个死区,此时输出不再随输入而变化[9]. 二阶微机械 ΣΔ 调制器中,死区的影响可能比其它任何噪声都要严重,这样死区就限制了该传感器能检测的最小加速度[10]. 如果输入信号小于死区的临界值,在输出频谱上将看不到输入信号,调制器输出的数字码不能够反映输入信号. 提高采样频率可以降低死区,但会增加电路噪声,功耗和电路设计难度. 在高阶结构中,由于前向通路中的电积分器在低频部分提供了很高的增益,因此可以有效地降低死区,提高系统的检测分辨率. 图 5 为所设计的四阶系统的功率谱密度,频率为 30 Hz 的正弦加速度信号,由图可见,该四阶微机械 ΣΔ 调制器中死区低于 100 ng,因此在高阶结构的设计中,死区的影响可以被忽略.



(a)输入 100 ng



(b)输入 10 ng

图 5　四阶 ΣΔ 加速度计输出频谱

在 ΣΔ 微加速度计中另外 1 个重要的影响就是空闲音. 如果输入信号接近零时，数字反馈信号会使得敏感质量块以采样频率 1/4 的频率上下扰动，当输入信号频率非常低时，所产生的空闲音会折叠到基带中，而影响系统的信噪比. 图 5 中可以看到由于额外的电积分器的作用，量化噪声被随机分布在整个频带内，从而消除了空闲音.

4　结果与讨论

四阶 ΣΔ 微加速度计的输出频谱如图 6 所示，输入为 1 g、250 Hz 正弦信号，在 250 kHz 采样频率、128 倍过采样率（OSR）下，该系统的 SNDR 为 90.7 dB，有效位（ENBO）为 14.7 位. 并且由结

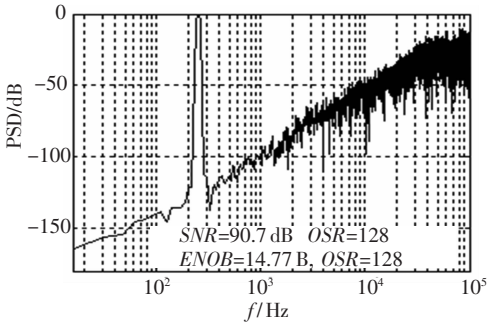


图 6　四阶 ΣΔ 加速度计输出频谱

果可知，500 Hz 以内量化噪声低于 1 $\mu V/Hz^{1/2}$，因此在低频部分，量化噪声可以被忽略.

基于以上系统级的分析与讨论，实现了传感器接口电路晶体管级的设计和仿真，该电路采用 0.5 μm 2 层多晶 2 层金属 CMOS 工艺流片，制成 ASIC 芯片与传感器结构的双片集成微加速度计. 开环模式下，采用 HP 35670A 动态信号分析仪测试系统的噪声水平，测试结果为开环噪声12 $\mu g/Hz^{1/2}$. 开环模式下，系统的噪声主要由前端的电容－电压转换电路限制，由于采用了低噪声运放及相关双采样技术，所设计的电路具有很低的电路噪声. 闭环模式下，对输出数字信号进行采集，并利用 Matlab 进行频谱分析，测试结果为闭环噪声80 $\mu g/Hz^{1/2}$. 测试结果表明闭环噪声高于开环模式，这可能是因为随着输出数字高低电平的变化，反馈回质量块的反馈电压不断地在高低电压间转换，从而造成质量块受到的静电力不断变化而产生比较严重的扰动. 另外，由于敏感结构的 2 个可变电容在无外加信号时不相等也会对输出产生一定的影响. 在 1 g 状态下对传感器进行翻转实验，测试表明：该传感器的灵敏度为 1.2 V/g，非线性度为 0.2%. 该加速度计系统级的测试结果如表 1 所示.

表 1　加速度计系统测试结果

指标	接口 ASIC 面积/mm^2	电源电压/V	功耗/mW	灵敏度/（V · g^{-1}）	量程/g	非线性度/%	系统分辨率/g	开环噪声密度/（μg · $Hz^{-0.5}$）	闭环噪声密度/（μg · $Hz^{-0.5}$）
测试结果	4.6 × 3.7	±5	40	1.2	±2	0.2	$<5.8\times10^{-4}$	12	80

5　结　论

本文完成了 1 个单环四阶 ΣΔ 微加速度计的系统级分析与设计，对系统的稳定性、噪声传递、死区及空闲音作了比较详细的分析，并在此基础上实现了传感器的加工制作，测试结果表明该微加速度计具有高灵敏度、小量程、低噪声的特点，具有广泛的应用前景.

参考文献：

[1] AALTONEN L, HALONEN K. Continuous-time interface for a micromachined capacitive accelerometer with NEA of 4 μg and bandwidth of 300 Hz[J]. Sensors and Actuators, 2009, 154:46－56.

[2] KULAH H, CHAE J, YAZDI N, *et al.* Noise analysis and characterization of a sigma-delta capacitive microaccelerometer[J], IEEE Solid-State Circuits, 2006, 41(2): 352－361.

[3] GOMEZ J M, BOTA S A, MARCO S, *et al.* Force-balance interface circuit based on floating MOSFET capacitors for micro-machined capacitive accelerometers[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2006, 53(7):546－552.

[4] DONG Y, KRAFT M, WHITE W R. Higher order noise-shaping filters for high-performance micromachined accelerometers[J]. 2007, 56(5):1666－1674.

[5] AMINI B V, ABDOLVAND R, AYAZI F. A 4.5 mW closed-loop delta-sigma micro-gravity CMOS SOI accelerometer[J]. IEEE Solid-State Circuits, 2006, 41(12):2983－2991.

[6] PETKOV V P, BOSER B E. A fourth-order sigma-delta interface for micromachined inertial sensors[J]. IEEE Solid-State Circuits, 2005, 40(8):1602－1609.

[7] BAIRD R T, FIEZ T S. Stability analysis of high-order delta sigma modulation for ADC's[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1994, 41(1):59－62.

[8] LOLLAR M, MICHAELI L. Noise consideration for micromachined digital accelerometer[C]//Proceeding of IMTC. Sorrento:[s. n.], 2006: 507－512.

[9] LEMKIN M, Micro accelerometer design with digital feedback control[D]. Berkeley: Dept Electrical Eng Comp Sci, Univ California Berkeley, 1997.

[10] DONG Y, KRAFT M, GOLLASCH C, *et al.* A high-performance accelerometer with a fifth-order sigma-delta modulator[J], Micromechanics and Microengineering, 2005, 15:22－29.

（**编辑**　张　宏）