

# 人字齿轮传动的动态特性分析

王 成<sup>1</sup>, 方宗德<sup>1</sup>, 张墨林<sup>1</sup>, 贾海涛<sup>2</sup>, 王 平<sup>3</sup>

(1. 西北工业大学 机电学院, 710072 西安, me\_wangc@ujn.edu.cn; 2. 中国船舶重工集团公司, 第703研究所, 150036 哈尔滨; 3. 山东玲珑橡胶有限公司, 265400 山东 招远)

**摘 要:** 为了降低人字齿轮传动的振动噪声, 对其动态特性进行研究. 在综合考虑轮齿刚度激励、误差激励和啮合冲击激励的基础上, 应用集中参数法建立人字齿轮弯-扭-轴耦合的动力学模型. 根据牛顿力学定律, 推导出相应的运动微分方程. 讨论了各种激励和轮齿修形对人字齿轮动态特性的影响. 以一对人字齿轮为例进行动态试验, 结果表明, 修形前后齿轮箱的结构振动与理论分析结果相符合, 验证了理论分析的正确性.

**关键词:** 人字齿轮; 激励; 动态特性; 修形

中图分类号: TH132

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)07-0122-05

## Analysis of dynamics behavior for double helical gears transmissions

WANG Cheng<sup>1</sup>, FANG Zong-de<sup>1</sup>, ZHANG Mo-lin<sup>1</sup>, JIA Hai-tao<sup>2</sup>, WANG Ping<sup>3</sup>

(1. School of Mechatronic Engineering, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China, me\_wangc@ujn.edu.cn; 2. No. 703 Research Institute, China Shipbuilding Industry Corporation, 150036 Harbin, China; 3. Shandong Linglong Rubber Co. Ltd., 265400 Zhaoyuan, Shandong, China)

**Abstract:** To reduce the vibration and noise of double helical gears transmissions, its dynamic behavior was studied. Considered the internal dynamic excitation produced by stiffness excitation, error excitation and mesh impact excitation, a bending-torsional-axial coupling dynamic model of double helical gears was established by the method of concentrated parameter. The dynamic equation of this system was deduced by the Newton method. The effect of excitations and tooth modification on dynamics behavior was discussed, and the corresponding conclusions were obtained. Finally, a test was carried out and the result agrees well with the theory analysis, which validates the correctness of the dynamic model.

**Key words:** double helical gears; excitation; dynamics behavior; modification

人字齿轮因具有承载能力高, 工作平稳性好等优点<sup>[1]</sup>, 在舰船传动装置中被大量采用. 船舶噪声关系到行船的安全, 而齿轮相互啮合产生的振动与噪声是船舶噪声的主要组成部分<sup>[2]</sup>. 国内外学者在齿轮系统动力学研究方面已取得许多卓有成效的成果<sup>[3-6]</sup>, 但是到目前为止, 对于人字齿轮系统动力学还鲜有深入的研究, 一般把它作为直齿轮考虑, 从而忽略了轴向振动.

本文针对人字齿轮均载传动的特点, 综合考

虑刚度激励、误差激励和啮合冲击激励的影响<sup>[7-9]</sup>, 建立了人字齿轮弯-扭-轴耦合的动力学模型, 讨论了激励和轮齿修形对人字齿轮动态特性的影响. 修形前后齿轮箱结构振动的动态检测与理论分析所得出的结论相符合.

### 1 人字齿轮动力学模型的建立

综合考虑刚度激励、误差激励和啮合冲击激励的影响, 采用集中参数法建立人字齿轮弯-扭-轴耦合的振动分析模型. 根据牛顿力学定律, 由图 1 可得系统的运动微分方程为

$$m_p \ddot{y}_{p1} + c_{p1} \dot{y}_{p1} + k_{p1} y_{p1} + c_{py} (\dot{y}_{p1} - \dot{y}_{p2}) + k_{py} (y_{p1} - y_{p2}) = -F_{yp1}$$

收稿日期: 2009-09-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875211).

作者简介: 王 成(1977—), 男, 博士研究生;

方宗德(1948—), 男, 教授, 博士生导师.

$$\begin{aligned}
 m_p \ddot{z}_{p1} + c_{pz}(\dot{z}_{p1} + \dot{z}_{p2}) + k_{pz}(z_{p1} + z_{p2}) &= -F_{z1}, \\
 I_{p1} \ddot{\theta}_{p1} &= T_{p1} - F_{yp1} R_{p1}, \\
 m_g \dot{y}_{g1} + c_{g1y} \dot{y}_{g1} + k_{g1y} y_{g1} + c_{gy}(y_{g1} - y_{g2}) + \\
 k_{gy}(y_{g1} - y_{g2}) &= F_{yg1}, \\
 m_g \ddot{z}_{g1} + c_{g1z} \dot{z}_{g1} + k_{g1z} z_{g1} + c_{gz}(z_{g1} + z_{g2}) + \\
 k_{gz}(z_{g1} + z_{g2}) &= F_{z1}, \\
 I_{g1} \ddot{\theta}_{g1} &= -T_{g1} + F_{yg1} R_{g1}, \\
 m_p \dot{y}_{p2} + c_{p2y} \dot{y}_{p2} + k_{p2y} y_{p2} + c_{py}(y_{p2} - y_{p1}) + \\
 k_{py}(y_{p2} - y_{p1}) &= -F_{yp2}, \\
 m_p \ddot{z}_{p2} + c_{pz}(\dot{z}_{p2} + \dot{z}_{p1}) + k_{pz}(z_{p2} + z_{p1}) &= -F_{z2}, \\
 I_{p2} \ddot{\theta}_{p2} &= T_{p2} - F_{yp2} R_{p2}, \\
 m_g \dot{y}_{g2} + c_{g2y} \dot{y}_{g2} + k_{g2y} y_{g2} + c_{gy}(y_{g2} - y_{g1}) + \\
 k_{gy}(y_{g2} - y_{g1}) &= F_{yg2}, \\
 m_g \ddot{z}_{g2} + c_{g2z} \dot{z}_{g2} + k_{g2z} z_{g2} + c_{gz}(z_{g2} + z_{g1}) + \\
 k_{gz}(z_{g2} + z_{g1}) &= F_{z2}, \\
 I_{g2} \ddot{\theta}_{g2} &= -T_{g2} + F_{yg2} R_{g2}.
 \end{aligned}$$

式中:  $k_1$  和  $c_1$  分别为左端齿轮副的扭转刚度和阻尼;  $k_2$  和  $c_2$  分别为右端齿轮副的扭转刚度和阻尼;  $k_{py}$  和  $c_{py}$  分别为小轮轴的弯曲刚度和阻尼;  $k_{gy}$  和  $c_{gy}$  分别为大轮轴的弯曲刚度和阻尼;  $k_{pz}$  和  $c_{pz}$  分别为小轮轴的拉伸(压缩)刚度和阻尼;  $k_{gz}$  和  $c_{gz}$  分别为大轮轴的拉伸(压缩)刚度和阻尼. 需要说明的是将啮合冲击激励放在  $T_{ij}$  项中; 将轴向位移激励(当齿轮转速趋近于零时, 由轮齿加工误差和安装误差引起的人字齿轮轴向位移随着轮齿啮合(齿频)和轴的回转(轴频)产生周期性变化是系统高速运转时产生振动的激励之一)做为误差激励放在  $F_{ij}$  ( $j = 1, 2$ ) 项中.

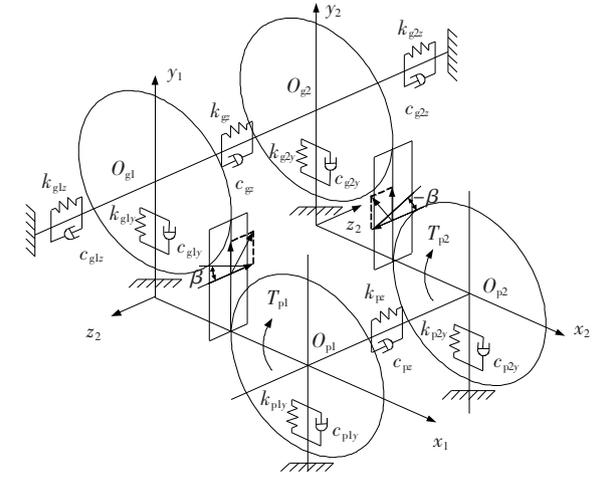


图1 人字齿轮传动分析模型

## 2 激励和轮齿修形对人字齿轮动态特性的影响

分别讨论各种激励和轮齿修形对人字齿轮动态特性的影响. 以一对人字齿轮为例, 小轮的转速为 2 881 r/min, 大轮的扭矩为 2 000 N · m, 齿轮的参数见表 1.

表1 人字齿轮的参数

齿轮	齿数	模数/mm	压力角/(°)	螺旋角/(°)	齿宽/mm	旋向	退刀槽宽度/mm
小齿轮	31	4.5	20	28.34	90 × 2	右左旋	70
大齿轮	102					左右旋	

### 2.1 激励对人字齿轮动态特性的影响

利用人字齿轮承载接触分析, 计算得到一个啮合周期内不同啮合位置的接触力和接触变形, 从而得到轮齿啮合刚度激励. 关于刚度激励、啮合冲击激励和轴向位移激励的计算已另文撰写, 这里仅给出最终的结果.

#### 2.1.1 刚度激励的影响

这里忽略误差激励和啮合冲击激励, 仅考虑刚度激励(图 2). 其对人字齿轮振动加速度的影响见图 3.

#### 2.1.2 啮合冲击激励的影响

这里忽略刚度激励和误差激励, 仅考虑啮合冲击激励(图 4). 其对人字齿轮振动加速度的影响见图 5.

#### 2.1.3 轴向位移激励的影响

这里忽略刚度激励和啮合冲击激励, 仅考虑轴向位移激励(图 6). 其对人字齿轮振动加速度的影响见图 7.

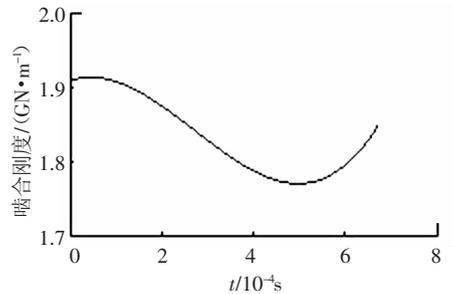
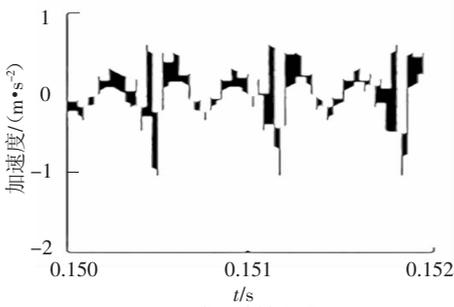
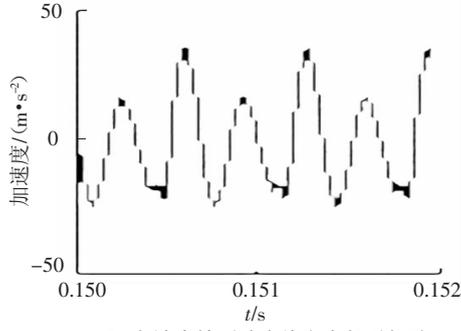


图2 人字齿轮啮合综合刚度曲线



(a)左端小轮轴向振动



(b)左端齿轮副啮合线方向相对振动

图 3 刚度激励下人字齿轮振动加速度响应

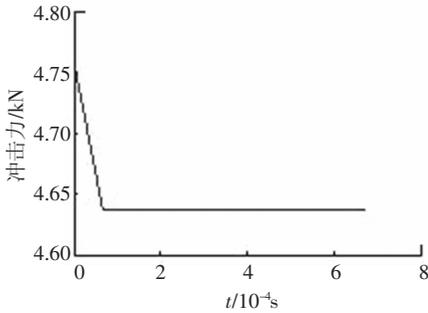
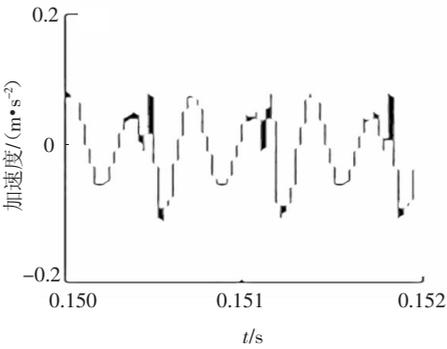
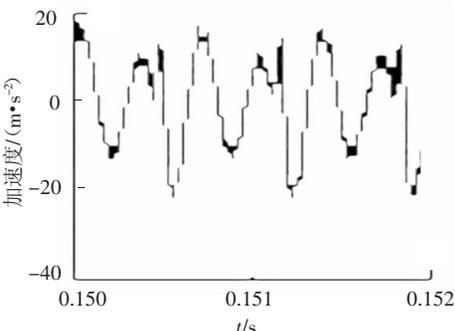


图 4 人字齿轮副的啮入冲击力曲线



(a)左端小轮轴向振动



(b)左端齿轮副啮合线方向相对振动

图 5 啮合冲击激励下人字齿轮振动加速度响应

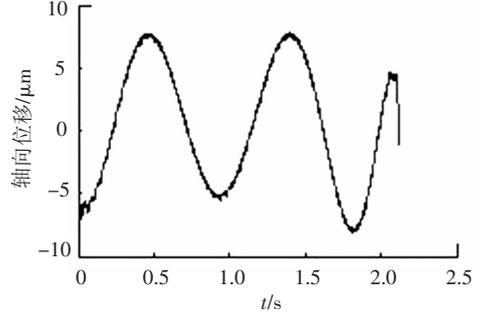
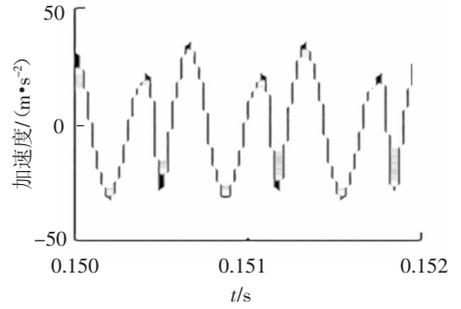
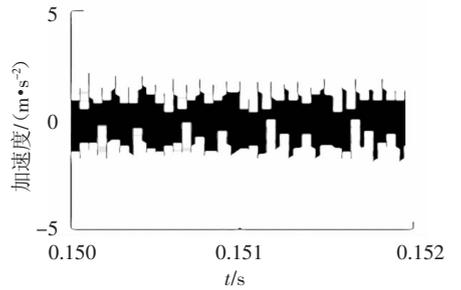


图 6 轴向位移曲线



(a)左端小轮轴向振动



(b)左端齿轮副啮合线方向相对振动

图 7 轴向位移激励下人字齿轮振动加速度响应

## 2.2 轮齿修形对人字齿轮动态特性的影响

### 2.2.1 未修形情况

未修形情况下人字齿轮振动加速度响应见图 8。

### 2.2.2 齿廓修形情况

图 9 为某齿廓修形(小轮齿廓采用三段修形,具体请参照文献[10])情况下的振动加速度响应。

### 2.2.3 同时进行齿廓修形和齿向修形情况

图 10 为同时进行齿廓修形和齿向修形(小轮齿廓采用三段修形,齿向采用一段抛物线修形)情况下的振动加速度响应。

表 2 为未修形与齿廓修形以及未修形与同时进行齿廓和齿向修形的振动加速度均方根值的比较。

由表 2 可以看出:①齿轮副啮合线上相对振动加速度和齿轮轴向振动加速度要远大于齿轮横向振动加速度,因此前两者是引起人字齿轮振动噪声的主要原因。②刚度激励和冲击激励是引起啮合线方向振动的主要原因,轴向位移激励对啮

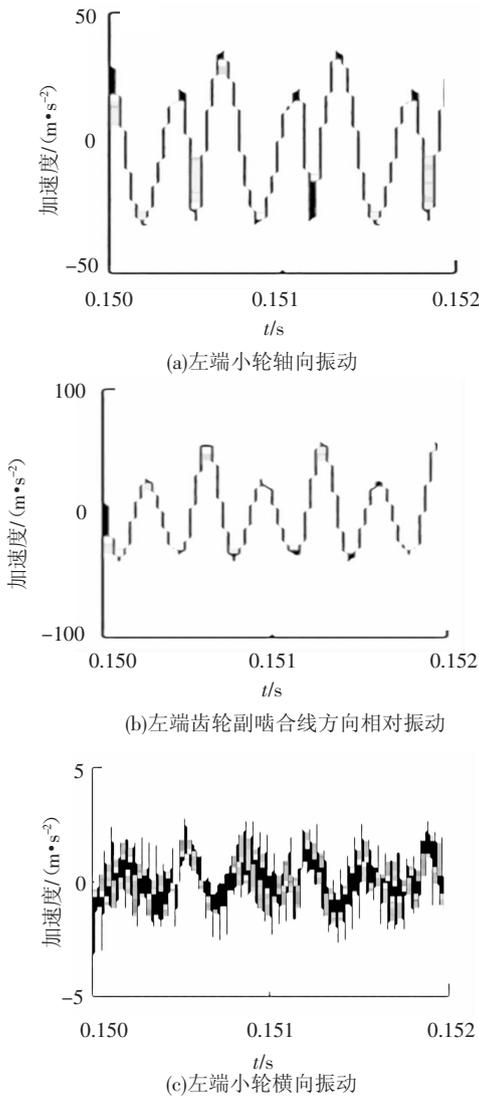


图8 未修形下的人字齿轮振动加速度响应

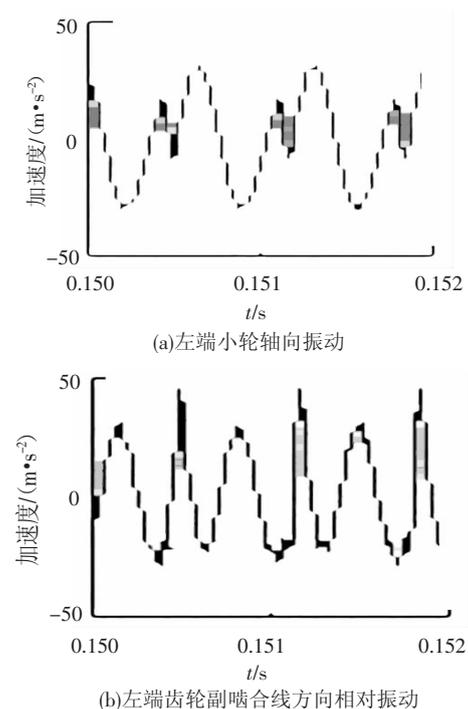


图9 齿廓修形下人字齿轮振动加速度响应

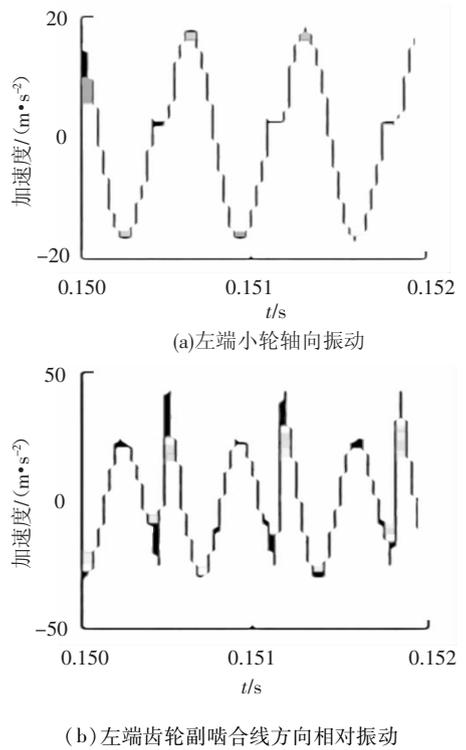


图10 齿廓、齿向修形下人字齿轮振动加速度响应  
合线方向振动几乎没有影响。③ 轴向位移激励是引起轴向振动的主要原因,轴向位移激励中齿频激励是引起轴向振动的主要原因,轴频激励由于频率较低,对振动基本不产生影响。④ 齿廓修形可以降低齿轮的扭转振动,而对轴向振动无明显作用。⑤ 同时采用齿廓修形和齿向修形可以降低齿轮的扭转振动和轴向振动。

表2 未修形与齿廓修形及齿廓、齿向修形振动加速度情况

轮齿修形状态	振动加速度均方根/(m·s <sup>-2</sup> )		加速度下降/%	
	齿轮副圆周方向	小轮轴向振动	齿轮副圆周方向	小轮轴向振动
未修形	28.285 6	20.987 0		
齿廓修形	20.590 6	20.420 7	27.2	2.0
齿廓齿向修形	19.803 5	11.471 4	30.0	45.0

### 3 人字齿轮传动振动试验

#### 3.1 试验工况

修形前试验运行参数见表3,修形后试验扭矩加载方向反向,其他参数与修形前相同。

表3 试验工况和试验参数

电机转速/(r·min <sup>-1</sup> )	齿轮箱低速轴转速/(r·min <sup>-1</sup> )	齿轮箱高速轴转速/(r·min <sup>-1</sup> )	扭矩/(N·m)	运行时间/min	扭矩方向(从试验箱外侧看)
300	876	2 881	2 000	30	逆时针

#### 3.2 振动测点布置

在箱体基脚的底法兰上布置6个加速度传感器(1<sup>#</sup>~6<sup>#</sup>测点),测量试验齿轮箱的结构振动,测

点布置如图 11 所示. 其中, 测点 1<sup>#</sup>~4<sup>#</sup>和 6<sup>#</sup>测量齿轮各径向的振动, 而测点 5<sup>#</sup>测量齿轮轴向振动.

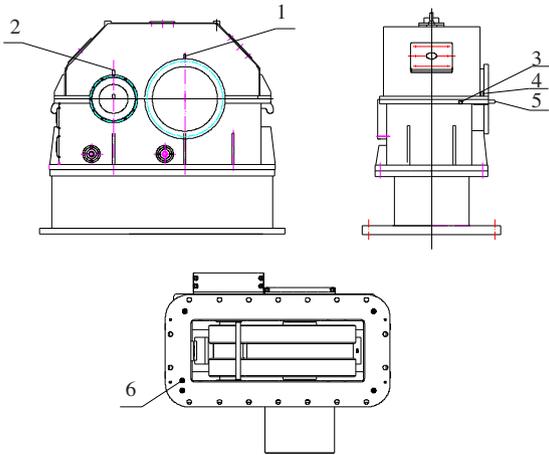


图 11 振动测点布置图

### 3.3 振动测试分析系统

振动测试分析系统主要包括加速度传感器、放大器、数据采集分析系统、磁带记录仪和动态信号分析仪等.

表 4 为修形前后的振动加速度平均值. 从表 4 中可以看出, 齿轮齿廓修形对于径向振动具有良好的改进效果, 振动加速度平均下降约 20%~30%. 齿轮的轴向振动是由于人字齿轮因均载需要而产生的轴向位移引起的, 齿廓修形对其没有影响, 需要采取进一步的减振措施. 以上结论与理论分析中的相关结论基本一致.

表 4 修形前后的振动加速度平均值及变化情况

测点	加速度/( $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ )		修形后振动加速度下降
	修形后	修形前	
1 <sup>#</sup>	3.01	3.33	10
2 <sup>#</sup>	5.70	7.23	21
3 <sup>#</sup>	2.86	3.62	21
4 <sup>#</sup>	3.20	4.64	31
5 <sup>#</sup>	2.38	2.05	-14
6 <sup>#</sup>	2.96	4.98	41

## 4 结 论

1) 综合考虑轮齿刚度激励、误差激励和啮合冲击激励的影响, 建立人字齿轮弯-扭-轴耦合的动力学模型, 推导出相应的运动微分方程.

2) 讨论了各种激励和轮齿修形对人字齿轮动态特性的影响.

3) 人字齿轮传动动态试验所获得的结论与理论分析得出的结论基本一致.

### 参考文献:

- [1] AMENDOLA J B. Single vs double helical gears[J]. Turbomachinery International, 2006, 47(5): 34-38.
- [2] 王世安. 船用齿轮设计技术的发展趋势[J]. 热能动力工程, 2003, 18(6): 547-552.
- [3] JIA Shengxiang, HOWARD I. Comparison of localised spalling and crack damage from dynamic modeling of spur gear vibrations[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20:332-349.
- [4] THEODOSSIADES S, NATSIAVAS S. Nonlinear dynamics of gear-pair system with periodic stiffness and backlash[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 229(2): 287-310.
- [5] LIN Tengjiao, OU H, LI Runfang. A finite element method for 3D static and dynamic contact/impact analysis of gear drives [J]. Comp Meth Appl Mech Eng, 2007, 196:1716-1728.
- [6] BAJER A, DEMKOWICZ L. Dynamic contact/impact problems, energy conservation, and planetary gear trains[J]. Comp Meth Appl Mech Eng, 2002, 191: 4159-4191.
- [7] 林腾蛟, 蒋仁科, 李润方, 等. 船用齿轮箱动态响应及抗冲击性能数值仿真[J]. 振动与冲击, 2007, 26(12): 15-22.
- [8] 周长江, 唐进元, 钟志华. 齿轮传动的线外啮合与冲击摩擦[J]. 机械工程学报, 2008, 44(3): 75-81.
- [9] SEIREG A, HOUSER D R. Evaluation of dynamic factors for spur and helical gears[J]. ASME Journal of Engineering for Industry, 1970, 92(5):504-515.
- [10] 王成, 方宗德, 贾海涛, 等. 人字齿轮修形优化设计[J]. 航空动力学报, 2009, 24(6):1432-1436.

(编辑 杨波)