

# 多台数控机床最小维修的可靠性评估

王智明<sup>1</sup>, 杨建国<sup>1</sup>, 王国强<sup>2</sup>, 张根保<sup>2</sup>

(1. 上海交通大学 机械与动力工程学院, 200240 上海, wangzm301@sjtu.edu.cn;

2. 重庆大学 机械工程学院先进制造技术实验室, 400030 重庆)

**摘要:**为了解决数控(NC)机床最小维修的可靠性评估问题,提出了基于随机点过程的多台NC机床时间截尾的可靠性评估的可修系统方法,建立了故障时间的非齐次泊松过程(NHPP)模型.用Fisher信息矩阵(FIM)法给出了模型参数的点估计和区间估计,同时也给出了NC机床的累积平均无故障间隔时间(MTBF)和累积故障强度在截尾时间的点估计和区间估计.AIC信息准则计算结果表明,对于故障时间具有某种单调趋势的NC机床最小维修可靠性评估,可修系统方法优于统计分布方法.模型通过了趋势检验、更新过程检验和拟合优度检验.

**关键词:**数控机床;可靠性评估;非齐次泊松过程;可修系统方法;最小维修

**中图分类号:** TG659; TB114      **文献标志码:** A      **文章编号:** 0367-6234(2011)07-0127-04

## Reliability assessment of multiple NC machine tools with minimal repair

WANG Zhi-ming<sup>1</sup>, YANG Jian-guo<sup>1</sup>, WANG Guo-qiang<sup>2</sup>, ZHANG Gen-bao<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China, wangzm301@sjtu.edu.cn;

2. Advanced Manufacturing Technology Laboratory, College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** A repairable system approach of reliability assessment for multi-NC machine tools with time truncation based on stochastic point process is proposed, and a non-homogeneous Poisson process (NHPP) model for failure time is built. The point and confidence interval (CI) estimators of model parameters and reliability indices, such as accumulated mean-time-between-failure (MTBF) and failure intensity at truncated time, are all given by Fisher Information Matrix (FIM) method. The values of Akaike information criterion (AIC) show that repairable system approach has advantage over statistical distribution method when failure times of NC machine tools with minimal repair have monotonic trend in reliability analysis. The proposed model is passed by trend testing, renewal process testing and goodness-fit-test respectively.

**Key words:** NC machine tools; reliability assessment; non-homogeneous Poisson process (NHPP); repairable system approach; minimal repair

常见的数控机床可靠性评估模型一般假定故障间隔时间(TBF)独立同分布,即故障间隔时间相互独立且来自同一母体,具有相同的分布,并用完全维修的某一统计分布拟合该时间,建立其概率密度函数<sup>[1]</sup>.但事实上,多台机床的工作环境、操作者的熟练程度、维修策略等不尽相同.在应急故障维修时,大多为最小维修而非完全维修,即当机床发

生故障时,只对出现故障的零部件进行维修或更换,使机床尽快恢复至工作状态.此时,对于修理后的零部件,其年龄不变,而非修复如新,这时的维修就是最小维修.特别是当故障时间呈现出某种增长或减小趋势时,普通更新方法就不适用<sup>[2]</sup>.文献[3-4]用非齐次泊松过程(NHPP)理论分别分析了水泵的故障发生率(ROCOF)和发动机的寿命可靠性,结果表明:对于故障间隔时间非独立同分布的可修系统,NHPP是分析其故障的有效方法之一.数控机床故障修复时间相对于工作时间一般很小,可视其故障过程为随机点过程,且故障时间受多种因素的影响,特别是维修策略的影响,所以当

收稿日期: 2010-03-08.

基金项目: 科技部科技重大专项资助项目(2009ZX04014-016).

作者简介: 王智明(1969—),男,博士研究生;

杨建国(1957—),男,教授,博士生导师;

张根保(1953—),男,教授,博士生导师.

采用最小维修时,可用可修系统方法的随机点过程对其进行可靠性评估.

### 1 多台 NC 机床最小维修的 NHPP 模型

#### 1.1 NHPP 模型和 2-Weibull 分布

幂律(PL)模型是 NHPP 模型的一种,认为在时间区间(0, t)内,产品的故障数 N(t) 服从均值函数为 E[N(t)] = at<sup>b</sup>、强度函数为 u(t) = abt<sup>b-1</sup> 的 NHPP 过程<sup>[5]</sup>,即

$$P[N(t) = n] = (at^b)^n \exp[-(at^b)]/n!$$

式中, a 为尺度参数, b 为形状参数. 当 b = 1 时,故障强度为常数,产品处于偶然失效期;当 b < 1 时,故障强度减小,产品处于早期失效期;当 b > 1 时,故障强度增大,产品处于耗损失效期.

基于普通更新理论的统计分布模型方法认为产品的故障间隔时间独立同分布. 若某一产品的故障间隔时间服从 2-Weibull 分布,则其故障率为

$$\lambda(t) = \beta/\eta(t/\eta)^{\beta-1} = \eta^{-\beta}\beta t^{\beta-1} = \alpha\beta t^{\beta-1}.$$

式中: η 为尺度参数, β 为形状参数,且 α = η<sup>-β</sup>, 该式和幂律模型中的强度函数有相似的形式,故 NHPP 过程又叫 Weibull 过程.

#### 1.2 NHPP 模型参数及可靠性指标的估计

##### 1.2.1 NHPP 模型参数的点估计

试验采用多台定时截尾试验的方法. 假定共有 k 台机床,第 q 台机床在统计时间区间[S<sub>q</sub>, T<sub>q</sub>]发生了 N<sub>q</sub> 个故障且第 i 个故障发生时间是 t<sub>iq</sub> (i = 1, 2, ..., N<sub>q</sub>; q = 1, 2, ..., k), 其中 S<sub>q</sub>, T<sub>q</sub> 分别为统计开始时间和截尾时间. 对于单台机床,故障时间在区间[t<sub>i-1</sub>, t<sub>i</sub>]的条件概率密度函数为

$$f(t_i | t_{i-1}) = abt_i^{b-1} \exp[-a(t_i^b - t_{i-1}^b)],$$

所以,故障时间在区间[S, T]的似然函数为

$$L(a, b; S, t_1, t_2, \dots, t_n, T) = a^n b^n \exp[-a(T^b - S^b)] \prod_{i=1}^n t_i^{b-1},$$

由此得 k 台机床的对数似然函数为

$$\Lambda = \ln L = \sum_{q=1}^k [N_q(\ln a + \ln b) - a(T_q^b - S_q^b) + (b-1) \sum_{i=1}^{N_q} \ln t_{iq}], \quad (1)$$

求参数 a, b 的偏导数并使其为零得

$$\hat{a} = \sum_{q=1}^k N_q / \sum_{q=1}^k (T_q^b - S_q^b), \quad (2)$$

$$\frac{1}{\hat{b}} = \frac{\sum_{q=1}^k (T_q^b \ln T_q - S_q^b \ln S_q)}{\sum_{q=1}^k T_q^b} - \frac{\sum_{q=1}^k \sum_{i=1}^{N_q} \ln t_{iq}}{\sum_{q=1}^k N_q}. \quad (3)$$

式(3)没有封闭形式,可用迭代法先解出参数 b, 随后代入式(2)再解出另一参数 a.

##### 1.2.2 NHPP 模型参数的区间估计

通常在大样本(n > 30)情况下,极大似然估计量是渐进正态分布的. 在小样本(n < 30)情况下,参数的对数更接近正态分布. 所以,根据渐进正态原理有

$$\frac{\ln \hat{\theta} - \ln \theta}{\sqrt{\text{var}(\ln \hat{\theta})}} \sim N(0, 1),$$

进而可得参数 θ 的置信区间(CI)估计值如下:

$$CI_{\theta} = \hat{\theta} \exp(\pm z_{\alpha/2} \sqrt{\text{var}(\hat{\theta})/\hat{\theta}}). \quad (4)$$

式中: var(θ̂) 为估计参数的方差, z<sub>α/2</sub> 为置信度为 1 - α 的正态分布的分位数. var(θ̂) 可用 Fisher 信息矩阵法(FIM)求之<sup>[6]</sup>.

令:

$$\Delta_1 = \sum_{q=1}^k N_q / \hat{a}^2;$$

$$\Delta_2 = \sum_{q=1}^k (T_q^b \ln T_q - S_q^b \ln S_q);$$

$$\Delta_3 = \sum_{q=1}^k (T_q^b \ln T_q - S_q^b \ln S_q);$$

$$\Delta_4 = \frac{\sum_{q=1}^k N_q}{\hat{b}^2} + \hat{a} \sum_{q=1}^k (T_q^b \ln^2 T_q - S_q^b \ln^2 S_q);$$

由式(1)知参数方差协方差矩阵为

$$\begin{bmatrix} \text{var}(\hat{a}) & \text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) \\ \text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) & \text{var}(\hat{b}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 \\ \Delta_3 & \Delta_4 \end{bmatrix}^{-1}. \quad (5)$$

##### 1.2.3 可靠性指标的区间估计

累积平均无故障间隔时间(MTBF)和给定时间的累积故障强度是机床可靠性评估中 2 个重要的可靠性指标,其函数表达式分别为

$$m_c(t) = a^{-1}t^{1-b}, \quad (6)$$

$$u_c(t) = at^{b-1}. \quad (7)$$

为了获得上述两指标的区间估计,需计算其方差.

由式(6)有

$$\text{var}(\hat{m}_c(t)) = (t^{1-b}/\hat{a})^2 [\text{var}(\hat{a})/\hat{a}^2 + 2\ln t \text{cov}(\hat{a}, \hat{b})/\hat{a} + (\ln t)^2 \text{var}(\hat{b})]. \quad (8)$$

由式(7)有

$$\text{var}(\hat{u}_c(t)) = (t^{b-1})^2 [\text{var}(\hat{a}) + 2\hat{a} \ln t \text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) + (\hat{a} \ln t)^2 \text{var}(\hat{b})]. \quad (9)$$

最后,由式(4)可得可靠性指标的区间估计.

## 2 实例分析

文献[1]用总时间法给出了 4 台数控机床 24 个故障数据的时间截尾统计模型的参数点估计. 现用本文提出的方法进行分析,其故障间隔时间

趋势图如图1所示。

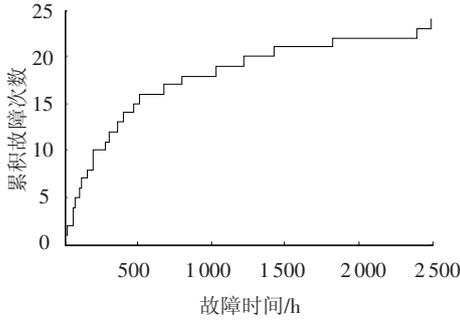


图1 故障间隔时间趋势图

由图1可见,故障时间曲线单调上凸,且随着故障次数的增加,故障间隔时间有增大的趋势.应用可修系统方法的随机点过程建立PL模型,由式(2)和(3)得  $\hat{b} = 0.5689, \hat{a} = 0.0947$ .

AIC 信息准则将 K-L 距离和极大似然方法相结合,并利用了似然估计性质,其形式如下:  $AIC = -2(\text{maximum log likelihood}) + 2m$ ,  $m$  为模型参数的数目.所以,可用 AIC 值选择模型<sup>[7]</sup>. 2-weibull 分布和 Weibull 过程模型的 AIC 值(如表1).

表1 不同模型参数及其 AIC 值比较

模型	参数	AIC
2-weibull 分布 <sup>[1]</sup>	$\alpha = 0.0050, \beta = 0.9398$	320.5196
2-weibull 分布	$\alpha = 0.0028, \beta = 1.0490$	319.8540
NHPP(Weibull 过程)	$a = 0.0947, b = 0.5689$	309.1586

表2 模型参数及可靠性指标的点估计和区间估计

估计	$a$	$b$	$m_c(T)$	$u_c(T)$
点估计	0.0947	0.5689	309.42	$3.23 \times 10^{-3}$
区间估计	[0.0831, 0.1079]	[0.5457, 0.5930]	[205.92, 464.95]	$[2.15 \times 10^{-3}, 4.85 \times 10^{-3}]$

### 3 模型检验

#### 3.1 趋势检验

零假设  $H_0$ : HPP (齐次泊松过程),故障间隔时间独立同分布;备择假设  $H_1$ : 故障间隔为具有单调强度函数的 NHPP. 检验统计量<sup>[8]</sup>

$$L = \frac{\sum_{q=1}^k \sum_{i=1}^{N_q} t_{iq} - \sum_{q=1}^k N_q \frac{(T_q + S_q)}{2}}{\sqrt{\sum_{q=1}^k N_q \frac{(T_q - S_q)^2}{12}}}$$

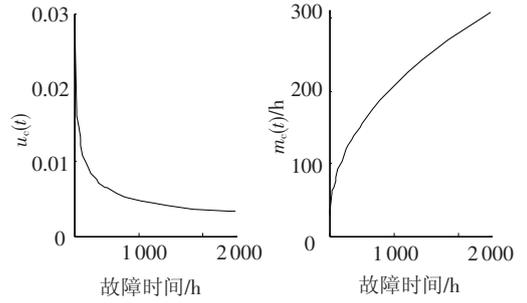
经计算  $L = -2.592$ , 取显著性水平为 0.05, 得临界值为 1.958, 则有  $|LR| > 1.958$ , 接受  $H_1$ , 拒绝  $H_0$ , 表明系统有提高的趋势.

#### 3.2 更新过程检验

零假设  $H_0$ : 更新过程;备择假设  $H_1$ : 具有单调趋势. LR 检验统计量<sup>[9]</sup>

$$LR = L / \hat{cv} = L\bar{x}/s,$$

从表1可见,Weibull 过程模型优于 2-weibull 分布模型.所以,瞬时故障强度  $u(t) = 0.0539t^{-0.4311}$ , 累积故障强度  $u_c(t) = 0.0947t^{-0.4311}$ , 累积 MTBF 为  $m_c(t) = 10.5597t^{0.4311}$ , 累积故障强度和累积 MTBF 如图2所示.



(a) 累积故障强度 (b) 累积 MTBF

图2 累积故障强度和累积平均无故障间隔时间

由式(5)得参数协方差矩阵为

$$\begin{bmatrix} var(\hat{a}) & cov(\hat{a}, \hat{b}) \\ cov(\hat{a}, \hat{b}) & var(\hat{b}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0063 & -0.0085 \\ -0.0085 & 0.0121 \end{bmatrix}$$

由式(8)、(9)得可靠性指标  $m_c(t), u_c(t)$  在截尾时间的方差分别为

$$var(\hat{m}_c(T)) = 4133.1187, var(\hat{u}_c(T)) = 4.5093 \times 10^{-7}$$

至此,可由式(4)给出 PL 模型的参数  $a, b$  以及  $m_c(t), u_c(t)$  在截尾时间的点估计和区间估计(如表2).

式中,  $\hat{cv}$  为故障间隔时间变异系数,  $\bar{x}$  为故障间隔时间均值,  $s$  为故障间隔时间标准差. 经计算  $LR = -2.438$ , 取显著性水平为 0.05, 对应临界值为 1.958, 则有  $|LR| > 1.958$ , 所以拒绝  $H_0$ , 接受  $H_1$ , 认为故障时间具有单调趋势.

#### 3.3 拟合优度检验

拟合优度检验统计量<sup>[10]</sup>

$$C_M^2 = \frac{1}{12N} + \sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{t_{iq}}{T_q} \right)^b - \left( \frac{2i-1}{2N} \right) \right]^2$$

式中:  $\bar{b}$  为  $b$  的无偏估计, 且有  $\bar{b} = (N-1)\hat{b}/N = 0.5452$ , 经计算  $C_M^2 = 0.031$ , 查表知  $C^2(24, 0.05) = 0.217 > 0.031$ , 所以接受该模型.

综上,表明可用该模型对最小维修的机床进行可靠性估计.

### 4 讨论

在数控机床可靠性分析中,统计分布模型假

定故障间隔时间 (TBF) 独立同分布, 但 NC 机床是典型的复杂可修系统, 其故障受诸多因素的影响, 特别是当 TBF 呈现出明显的增大或减小趋势时, 用统计分布模型 (通常是 2 - Weibull 分布) 评估 NC 机床的可靠性就会得出错误的结论. MTBF 和  $\lambda(t)$  是可靠性评估中常用的指标, 表 3 分别用 2 - Weibull 模型和 NHPP 的 PL 模型给出了该指标的评估结果. 从表 3 可见, 2 - Weibull 模型给出的 MTBF 值偏低. 本案例中,  $b < 1$ , 故障强度为减函数, 产品处于早期失效期, 所以 TBF 具有增大的趋势.

表 3 不同方法所得评估结果比较

NHPP	2 - Weibull
$m_c(T) = 309.42,$	$MTBF = 266.27,$
$u(T) = 1.84 \times 10^{-3}$	$\lambda(T) = 4.31 \times 10^{-3}$

PL 模型是描述 NHPP 的模型之一, 其形式和 Weibull 分布相似, 故又称其为 Weibull 过程, 但两者不可混淆. 这一点从其具体的数学表达式可明显看出, 即  $\alpha \neq a, \beta \neq b$ . 另外, 这两个模型分别用故障率和故障强度描述故障的大小, 从图 3 可见, 在截尾时间  $T, u(T)$  低于  $\lambda(T)$ .

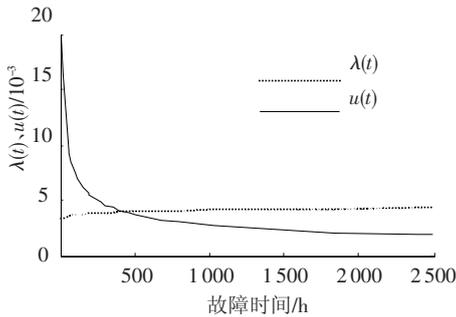


图 3 故障强度故障率比较图

对于可修系统, 从维修的观点来看, 只有以润滑、清洁等为主的维修才可视作普通更新过程. NHPP 对应于最小维修, 而当对机床大多数零部件进行更换或大修时, 应该用不完全维修模型. 事实上, 具有典型统计分布的普通更新过程对应于完全维修, 该维修和最小维修是不完全维修的两个特例. 换言之, 维修后的机床一般处于修复如新和修复如旧两种状态之间. 因此, 在机床可靠性分析中, 应避免过多的依赖于典型统计分析方法, 同时也应注意最小维修的使用条件, 防止在可靠性分析中从一个极端走入另一个极端. 本文案例若用不完全维修模型验证, 属于最小维修. 所以, 当采用最小维修策略时, 可使用本文所提方法.

## 5 结 论

1) 当故障间隔时间 (TBF) 呈现明显的增大

或减小趋势时, TBF 并非独立同分布. 此时, 基于 NHPP 的 PL 模型较之统计分布模型更适合于 NC 机床最小维修的可靠性评估.

2) 对于故障数据模型, 可用趋势检验、更新检验、拟合优度检验等综合检验判断故障数据是否首先有某种趋势, 其次判断其是否独立同分布, 最后再检验模型的拟合程度, 确保模型的准确性和可靠性.

## 参 考 文 献:

- [1] 张英芝, 申桂香, 贾亚洲, 等. 数控车床故障分布规律及可靠性[J]. 农业机械学报, 2006, 37(1): 156 - 159.
- [2] LOUIT D M, PASCUAL R, JARDINE A K S. A practical procedure for the selection of time-to-failure models based on the assessment of trends in maintenance data [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, 94(10): 1618 - 1628.
- [3] SALDANHA P L C, SIMONE E A, FRUTOSO P F. An application of non-homogenous Poisson point processes to the reliability analysis of service water pumps [J]. Nuclear Engineering and Design, 2001(210): 125 - 133.
- [4] WECKAN G R, SHELL R L, MARVEL J H. Modeling the reliability of repairable systems in the aviation industry [J]. Computers and Industrial Engineering, 2001(40): 51 - 63.
- [5] CROW L H. Confidence interval procedures for the weibull process with applications to reliability growth [J]. Technometrics, 1982, 24(1): 67 - 72.
- [6] ESCOBAR L A, MEEKER W Q. The asymptotic equivalence of the fisher information matrices for type I and type II censored data from location-scale families [J]. Communications in statistics theory and methods, 2001, 30(10): 2211 - 2225.
- [7] BURNHAM K P, ANDERSON D R. Multimodel inference: understanding AIC and BIC in model selection [J]. Sociological Methods Research, 2004, 33(2): 261 - 304.
- [8] ASCHER H E, FEINGOLD H. Repairable systems reliability: modeling, inference, misconceptions and their causes [M]. New York: Marcel Dekker, 1984
- [9] LEWIS P A, ROBINSON D W. Testing for monotone trend in a modulated renewal process [C]//Reliability and biometry. Philadelphia: SIAM, 1974: 163 - 182.
- [10] CROW L H. Evaluating the reliability of repairable systems [C]//Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium. Los Angeles: IEEE, 1990: 275 - 279.

(编辑 杨 波)