键合图理论在三轴差动机构效率分析中的应用

李庆凯, 唐德威, 姜生元, 邓宗全

(哈尔滨工业大学 机器人技术与系统国家重点实验室,150001 哈尔滨,dwtang@hit.edu.cn)

摘 要:为了更好地对三轴差动机构的传动效率进行分析计算,利用键合图功率流动的特点,将键合图理论 应用到三轴差动机构功率流的分析中.根据三轴差动机构的传动关系,采用绝对速度法,建立其在速度约束 下的键合图模型,并进行相应的仿真计算,得到三轴差动机构在不同速度约束下的内部功率流以及各差速器 转换机构的功率流情况.仿真结果表明:三轴差动机构属于功率汇流型机构,无循环功率存在,不存在自锁的 可能性.以得到的功率流情况为基础,进行三轴差动机构的力矩传递特性分析以及传动效率的计算.该方法 比传统方法更具系统性,便于使用计算机求解.

关键词:三轴差动机构;键合图;轮系;功率流;效率

中图分类号: TP24 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2011)11-0044-05

Application of bond graph to the efficiency analysis of tri-axial differential mechanism

LI Qing-kai, TANG De-wei, JIANG Sheng-yuan, DENG Zong-quan

(State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, dwtang@hit.edu.cn)

Abstract: To carry out the analysis and calculation of the transmission efficiency of tri-axial differential mechanism better, the theory of bond graph is applied to the analysis of power flow of the tri-axial differential mechanism utilizing the characteristic of power fluxion of bond graph. According to the transmission relationship and method of absolute speed, the bond graph model of the mechanism restricted by speed is established. The status of the internal power flow of the tri-axial differential mechanism, as well as the power flow of the conversion mechanism of the differentials, is got by simulation. The result of the simulation shows that the tri-axial differential mechanism belongs to the power conflux mechanism, and there is no circulated power and no possibility of self-locking. Based on the result of power flow, the transmission torque is analyzed, and the efficiency can be computed easily. This method is more systematic than the traditional method, and is convenient to be solved by computer.

Key words: tri-axial differential mechanism; bond graph; gear train; power flow; efficiency

当轮式管道机器人通过弯管时,由于各驱动轮 走过的实际弧长不同,某些驱动轮成为事实上的制 动轮而使机器人产生运动干涉,从而降低了机器人 的有效拖动力和加剧了传动部件的磨损.为解决这

- 基金项目:国家高技术研究发展计划资助项目(2006AA04Z236); 机器人技术与系统国家重点实验室自主研究课题 (SKLRS200802C);高等学校学科创新引智计划资助项目 (B07018).
- 作者简介:李庆凯(1983—),男,博士研究生; 唐德威(1966—),男,教授,博士生导师; 邓宗全(1956—),男,教授,博士生导师.

一问题,将三轴差动机构应用于轮式管道机器人中, 各驱动轮可通过三轴差动机构根据管道形状自动调 节其转速,有效地解决了轮式管道机器人通过弯管 时的产生的运动干涉问题^[1].由于三轴差动机构的 传动关系较为复杂,其机械效率是评估该机构能否 在工程实际中应用的一项重要指标,需要从理论上 对该机构进行效率的分析.而轮系的功率流情况是 进行效率分析的基础.目前对轮系进行功率流分析 时,一般采用离散法对轮系的功率流进行判别^[2-3], 但此方法在应用上,需要以人工方式判断功率传递 的方向,判别过程较为繁琐,容易发生错误,不适用

收稿日期:2010-09-01.

于较为复杂的轮系的功率流分析.

键合图(Bond Graph)理论是 20 世纪 60 年代初 由美国的 H. M. Paynter 教授所提出的系统动力学建 模统一化方法^[4],经多年的研究及发展^[5-10],已得到 了实际应用^[11-12].

本文利用键合图功率流动的特点,将键合图理 论应用到三轴差动机构功率流的分析中,以得到的 三轴差动机构的功率流情况为基础,对三轴差动机 构的力矩传递特性进行分析及效率计算.

1 三轴差动机构原理简介

三轴差动机构是一个3自由度机构,由空间分 布的4个普通圆锥齿轮差速器按一定关系组成,其 传动原理如图1所示.右侧3个称为主差速器I、II、 Ⅲ,左侧一个称为分动器IV,其中主差速器II通过惰 轮 ID 与分动器IV系杆轴 H4 的直齿轮相啮合.由主 输入齿轮 A0 输入主运动 ω_{A0},由3个差速器的系杆 轴 H1、H2 和 H3 输出运动 ω_{H1}、ω_{H2}、ω_{H3}.



该机构具有由1个输入运动获得3路差动输出 运动的功能,且当输入转速一定时,3个输出轴的转 速比决定于外部环境的几何约束关系,有

$$\omega_{\rm H1} + \omega_{\rm H2} + \omega_{\rm H3} = 3\omega_{\rm A0}/2.$$
(1)

在不考虑功率损失的前提下,三轴差动机构3 个输出轴的输出转矩相等且为输入转矩的三分之 二,即

$$T_{\rm H1} = T_{\rm H2} = T_{\rm H3} = 2T_{\rm A0}/3.$$
 (2)

2 三轴差动机构的键合图模型

2.1 主差速器的键合图模型的建立

主差速器Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ及分动器Ⅳ形式一致,均属于 2K-H行星轮系,以主差速器Ⅰ为例进行键合图模型 建立过程的说明.如图 1 所示,主差速器I有系杆轴 H1、行星轮 C1、中心轮 A1 和 B1 这4个基本构件,其 转速分别为 ω_{H1} 、 ω_{C1} 、 ω_{A1} 和 ω_{B1} ,则其转速关系为

$$\begin{cases} (\omega_{A1} - \omega_{H1}) / \omega_{C1} = -1, \\ (\omega_{B1} - \omega_{H1}) / \omega_{C1} = 1. \end{cases}$$
(3)

由式(3)得到两个相对速度($\omega_{AI} - \omega_{HI}$)和 ($\omega_{BI} - \omega_{HI}$),结合4个绝对速度 ω_{HI} 、 ω_{CI} 、 ω_{AI} 和 ω_{BI} , 可按绝对速度法建立主差速器 I 的键合图模型.

1) 对4个构件的绝对速度和2个相对速度 建立相应的1结;2) 在相应的1结之间键间TF 元和0结,用以建立相关速度之间的关系,并根据 速度之间的关系标注功率流向;3) 将模拟转动 惯量的惯性元件键接在相应的1结上;4) 对建 立的键合图模型标注合适的因果关系.

在不考虑传动功率损失的前提下,建立的主 差速器 I 的键合图模型如图 2 所示,图中 I_{HI} 、 I_{AI} 、 I_{BI} 、 I_{CI} 为4个基本构件的转动惯量, T_{HI} 、 T_{AI} 、 T_{BI} 为3个绝对速度 ω_{HI} 、 ω_{AI} 、 ω_{BI} 为对应的势变 量,变换器 TF₁ = TF₂ = 1.



图 2 主差速器 I 的键合图模型

从图2可以得到主差速器 I 的静态关系为

$$\begin{cases} \omega_{\rm A1} + \omega_{\rm B1} = 2\omega_{\rm H1}, \\ T_{\rm H1} = T_{\rm B1} = 0, 5T_{\rm H1}, \end{cases}$$
(4)

从式(4)可知主差速器 I 的键合图模型满足 差速器的基本关系.主差速器 II、III与分动器Ⅳ的 键合图模型与主差速器 I 的键合图模型形式一 致,只是惯性元件的参数不同而已.

2.2 三轴差动机构键合图模型的建立

根据图 1 所示的三轴差动机构的传动原理, 在主差速器 I、Ⅱ、Ⅲ与分动器 IV之间键入相应的 变换器 TF、惯性元件 *I* 及容性元件 *C*,将这4 个基 本单元相连接;当管道机器人在弯管内匀速运行 时,驱动轮的速度受到管道环境的约束,因此在系 杆轴 H1、H2、H3 处添加相应的流源 *Sf*₁、*Sf*₂、*Sf*₃ 作为速度约束;动力由输入齿轮 A0 提供,因而在 输入端添加一个势源 *Se*₀ 作为动力输入源;由于 3 个主差速器的功能形式一致,因此只需对主差速 器 I 进行单独标号,建立的三轴差动机构的键合 图模型如图 3 所示. 经验证该键合图的静态关系 满足式(1)和(2). 同时为便于仿真计算,将三轴 差动机构的键合图用虚线划分为3个主差速器、 分动器以及动力输入5个模块.



图 3 三轴差动机构的键合图模型

图 3 中 *I*_{ID} 为惰轮 ID 的转动惯量;*I*_{A0} 为主输 入齿轮 A0 的转动惯量;*I*_{H4}、*I*_{C4}、*I*_{A4} 和 *I*_{B4} 分别为分 动器 IV 的系杆轴 H4、行星轮 C4、中心轮 A4 和 B4 的转动惯量,相应位置的主差速器 II、III 的惯性 元件与主差速器 I 的惯性元件——对应.容性元 件 *C*_{H1}、*C*_{H2}、*C*_{H3}、*C*_{H4} 为系杆轴 H1、H2、H3、H4 扭 转刚度的倒数;在建立键合图模型时,有时为了顺 利地实现因果关系的划分,在不影响系统原理的 前提下,可在相应的图元之间添加一个 0 结和刚 度很大的容性元件 *C*₀,从而改变相应键的因果关 系,如主差速器 I 中与键 16、21 及另外两个主差 速器对应键相连接的容性元件;由于齿轮之间的 啮合刚度较大,因此可忽略其柔度并将其作为刚 性传动考虑.

3 键合图模型的仿真

3.1 键合仿真模型的建立

键合图模型可以很方便地转换为控制工程领域中用来表示信号流的方块图,而方块图可以使 用现有控制工程理论求解且可利用 Simulink 进行 仿真计算.根据图 3 中划分的各个模块,建立相应 的方块图,并将各模块相连利用 Simulink 进行仿 真计算,如图 4 所示.

由于建立的键合图模型考虑了扭转刚度,因 此该仿真模型属于刚性系统,采用ode23tb的积分 方法进行求解.通过改变速度输入源*Sf*₁、*Sf*₂和*Sf*₃ 之间的大小关系进行仿真,即可得到三轴差动机 构在不同工况下的功率流情况.



图 4 三轴差动机构的 Simulink 仿真模型

从三轴差动机构键合图建立及求解的过程可 以看出,只要已知任意复杂轮系的传动关系,就可 以建立该轮系的键合图模型进行仿真计算,而且 模型的参数修改较为方便.

3.2 三轴差动机构的功率流

由于从键合图可以得到任一所关心的变量以 及键合图各构件之间功率传递的特点,可以通过键 合图模型的求解对主差速器与分动器之间的功率 流向,以及各单元转换机构的功率流向进行判别.

以主差速器 I 与分动器的连接键18 为例,当

 $e_{18} \cdot f_{18} > 0$ 时,功率由主差速器 I 流向分动器;当 $e_{18} \cdot f_{18} < 0$ 时,功率由分动器 N 流向主差速器 I;当 $e_{18} \cdot f_{18} = 0$ 时,由主差速器 I 与分动器之 间无功率流动. 另外需要对主差速器及分动器的 转换机构的功率流向进行判别. 以主差速器 I 为例进行说明,当 $T_{H1} \cdot (\omega_{A1} - \omega_{H1}) > 0$ 时,在转 换机构中功率由中心轮 A1 流向中心轮 B1; 当 $T_{H1} \cdot (\omega_{A1} - \omega_{H1}) < 0$ 时,在转换机构中功率由 中心轮 B1流向中心轮 A1;当 $T_{H1} \cdot (\omega_{A1} - \omega_{H1}) =$ 0 时,转换机构中无功率流动,即主差速器 I 不 差动.

由于主差速器 I、II 形式和分动器间的传动 路线一致,因此系杆转速 ω_H 和 ω_H 地位相同,当 3 个输出转速不全相等且不等于输入转速的一半 时,可将速度输入分为以下几种情况:

 $\begin{array}{l} 1) \ \omega_{\rm H1} \geqslant \omega_{\rm H2} > 0.5 \omega_{\rm A0} > \omega_{\rm H3} \,, \\ 2) \ \omega_{\rm H1} > 0.5 \omega_{\rm A0} > \omega_{\rm H2} \geqslant \omega_{\rm H3} \,, \\ 3) \ \omega_{\rm H1} \geqslant \omega_{\rm H3} > 0.5 \omega_{\rm A0} > \omega_{\rm H2} \,, \\ 4) \ \omega_{\rm H1} > 0.5 \omega_{\rm A0} > \omega_{\rm H3} \geqslant \omega_{\rm H2} \,, \\ 5) \ \omega_{\rm H3} \geqslant \omega_{\rm H1} > 0.5 \omega_{\rm A0} > \omega_{\rm H3} \,, \end{array}$

6) $\omega_{\rm H3} > 0.5\omega_{\rm A0} > \omega_{\rm H1} \ge \omega_{\rm H2}.$

通过仿真可得各种速度约束下三轴差动机构 的功率流情况,如图5所示.图中三轴差动机构的 基本构件用"●"来表示,主差速器及分动器分别 由4个"●"组成一个单元,图中实线表示构件之 间的功率传递,虚线表示主差速器及分动器的转 换机构中功率的流动情况,箭头表示功率的流动 方向.其中工况2)和4)的功率流一致,3)和5)的 功率流一致.

另外,当 $\omega_{H2} > \omega_{H1}$ 时,分动器转换机构中功 率由 A4 流向 B4;当 $\omega_{H2} = \omega_{H1}$ 时,分动器转换机 构中无功率流动.当3个输出转速有1个转速等于 输入转速的一半时,该转速对应的主差速器与分 动器间无功率流动;当3个输出转速相等时,分动 器无功率输入,即分动器不工作,相当于机器人在 直管中运行.

通过对三轴差动机构不同速度约束下的功率 流情况进行分析,根据的得出的功率流图,可知该 机构属于功率汇流型,无循环功率存在,不存在自 锁的可能性.

4 效率计算

在得到三轴差动机构各差速器间的功率流向 及各差速器转换机构的功率流向后,便可进行三轴 差动机构的力矩特性分析,从而对三轴差动机构的 效率进行计算.由于受篇幅限制,只对图5(a)的功 率流情况进行效率分析.



(b) $\omega_{\text{H1}} > 0.5\omega_{\text{A0}} > \omega_{\text{H2}} \ge \omega_{\text{H3}}, \omega_{\text{H1}} > 0.5\omega_{\text{A0}} > \omega_{\text{H3}} \ge \omega_{\text{H2}}$



(c) $\omega_{\rm H1} \ge \omega_{\rm H3} > 0.5\omega_{\rm A0} > \omega_{\rm H2}$, $\omega_{\rm H3} \ge w_{\rm H1} > 0.5\omega_{\rm A0} > \omega_{\rm H2}$





对动力输入齿轮 A0 进行受力分析,可得 $T_{A0}i_0\eta_0 + T'_{A1} + T'_{A2} + T'_{A3} = 0.$ (5) 式中: T_{A0} 为主输入齿轮 A0 的输入力矩; T'_{Ai} 为差 速器内部对中心齿轮 A*i*的作用力矩,其中*i* = 1, 2,3; T_{Ai} 为差速器外部对中心齿轮 A*i*的作用力 矩,其中*i* = 1,2,3,且 T'_{Ai} = $-T_{Ai}$; i_0 为初级传动 比, i_0 = -1; η_0 为单对直齿轮的传动效率.

对3个主差速器及分动器有力矩平衡关系为

$$T_{Ai} + T_{Bi} + T_{Hi} = 0$$
. (6)
式中: T_{Ai} 为差速器外部对中心齿轮 Ai 的作用力
矩; T_{Bi} 为差速器外部对中心齿轮 Bi 的作用力矩;
 T_{Hi} 为差速器外部对系杆 Hi 的作用力矩,其中 $i = 1, 2, 3, 4$.

根据功率流图 5(a),可得主差速器与分动器 间的力矩传递关系

$$\begin{cases} T_{A4}i_{A4-B1}\eta_0 + T_{B1} = 0, \\ T_{B4}i_{B4-B2}\eta_0 + T_{B2} = 0, \\ T_{B3}i_{B3-H4}\eta_0^2 + T_{H4} = 0. \end{cases}$$
(7)

式中: i_{A4-B1} 、 i_{B4-B2} 、 i_{B3-H4} 为差速器间齿轮的传动 比,其中 $i_{A4-B1} = i_{B4-B2} = -1$, $i_{B3-H4} = 2$.

根据主差速器与分动器转换机构的功率流向,得

$$\begin{cases} T_{A1}i_{D}^{H} \eta_{H} + T_{B1} = 0, \\ T_{A2}i_{D}^{H} \eta_{H} + T_{B2} = 0, \\ T_{A3}i_{D}^{H} \eta_{H} + T_{B3} = 0, \\ T_{B4}i_{D}^{H} \eta_{H} + T_{A4} = 0. \end{cases}$$
(8)

式中: i_{D}^{H} 为主差速器与分动器转化机构的传动 比,且 $i_{D}^{H} = -1$; η_{H} 为主差速器与分动器转化机构 的传动效率.

联立式(5)~(8)可得三轴差动机构输出力 矩与输入力矩的关系

$$\begin{cases} T_{\rm H1} = 2\eta_{\rm H}\eta_0^4 T_{\rm A0}/(1+2\eta_0^3), \\ T_{\rm H2} = 2\eta_0^4 T_{\rm A0}/(1+2\eta_0^3), \\ T_{\rm H3} = \eta_0(1+\eta_{\rm H})T_{\rm A0}/(\eta_{\rm H}(1+2\eta_0^3)). \end{cases}$$
(9)

从式(9)可以得出三轴差动机构的输出力矩 近似相等,约为输入力矩的2/3.

当 $\omega_{\text{HI}} \ge \omega_{\text{H2}} > 0.5\omega_{\text{A0}} > \omega_{\text{H3}}$,假设3 个输出 轴的速比关系为 $\omega_{\text{HI}}: \omega_{\text{H2}}: \omega_{\text{H3}} = 1:\lambda_1:\lambda_2$,联 立式(1) 可得3 个输出轴的转速

$$\begin{cases} \omega_{\rm H1} = 3\omega_{\rm A0}/(2(1+\lambda_1+\lambda_2)), \\ \omega_{\rm H2} = 3\lambda_1\omega_{\rm A0}/(2(1+\lambda_1+\lambda_2)), \\ \omega_{\rm H3} = 3\lambda_2\omega_{\rm A0}/(2(1+\lambda_1+\lambda_2)). \end{cases}$$

B此三轴差动机构的效率为

$$\eta = (T_{\rm HI}\omega_{\rm HI} + T_{\rm H2}\omega_{\rm H2} + T_{\rm H3}\omega_{\rm H3})/(T_{\rm A0}\omega_{\rm A0}) = \frac{6\eta_{\rm H}^2\eta_0^4 + 6\lambda_1\eta_{\rm H}\eta_0^4 + 3\lambda_2\eta_0(1+\eta_{\rm H})}{2\eta_{\rm H}(1+\lambda_1+\lambda_2)(1+2\eta_0^3)}.$$
 (10)

从式(10)可以看出,三轴差动机构的效率与 输出转速的速比、转换机构的传动效率和单对直 齿轮的传动效率有关.

5 结 论

 將键合图理论成功应用于复杂轮系的功率流分析,该理论可作为复杂轮系功率流分析的 一种新的方法,比传统方法更具系统性,便于使用 计算机进行求解.

利用绝对速度法建立了三轴差动机构的
键合图模型,并根据相应的转换规则对该模型进行了仿真求解.

3)通过仿真可以得到三轴差动机构在不同 速度约束下的内部功率流,以及主差速器和分动 器转换机构的功率流情况,得出了三轴差动机构 属于功率汇流型机构的结论.

4) 在求得三轴差动机构功率流的基础上,对该 机构的力矩传递特性进行了分析,并对三轴差动机 构进行了效率计算,为其推广和应用奠定了基础.

参考文献:

- [1] 唐德威,李庆凯,梁涛,等. 三轴差动式管道机器人机 械自适应驱动技术[J]. 机械工程学报,2008,44 (9):128-133.
- [2] 王述彦. 行星轮系效率及自锁分析[J]. 机械科学与 技术,2000,19(1):60-63.
- [3] 卢存光,段钦华. 2K-H型行星轮系的功率流、效率 与自锁[J]. 机械设计与研究,2007,23(4):39-40.
- [4] PAYNTER H M. Analysis and design of engineering system[M]. Cambridges: MIT Press, 1961.
- [5] KARNOPP D C, MARGOLIS D L, ROSENBERG R C. System Dynamics: A Unified Approach [M]. New York: Wiley, 1990.
- [6] ROSENBERG R C. Reflections on engineering systems and bondgraphs [J]. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1993, 115(2): 242-251.
- [7] JENNY M D, MARISOL D, CLAUDE B, et al. A survey of bondgraphs: theory, applications and programs [J]. Journal of the Franklin Institute, 1991, 328: 565-606.
- [8] BORUTZKY W, DAUPHIN-TANGUY G, THOMA J U. Advanced in bondgraph modelling: theory, software, applications[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 1995, 39: 465 - 475.
- [9] THOMA J U. Simulation By Bondgraphs [M]. New York: Springer, 1990.
- [10]THOMA J U. Thermofluid systems by multi-bondgraphs [J]. J Franklin Inst, 1992, 329: 999 - 1009.
- [11] 王艾伦, 钟掘. 模态分析的一种新方法——键合图 法[J]. 振动工程学报, 2003, 16(4): 463-467.
- [12] 王艾伦, 刘云. 复杂机电系统动力学相似分析的键 合图法[J]. 机械工程学报,2010,46(1):74-78.

(编辑 杨 波)