

# 多极复合齿轮泵的流量特性分析

于红英, 王慧敏, 钟汉田

(哈尔滨工业大学 机电工程学院, 150001 哈尔滨, mcadyhy@hit.edu.cn)

**摘要:** 为了减小齿轮泵的流量脉动系数, 研究了多极复合齿轮泵. 采用啮合点位移分析法对多极复合齿轮泵的流量特性进行了分析, 推导了该泵的瞬态流量表达式和流量脉动系数通用公式. 分析结果表明, 当中心轮齿数  $z_1 = kN + 1$ , 且  $k$  为奇数时, 多极复合齿轮泵的流量脉动系数最小, 流量特性最好. 以三极复合齿轮泵为例, 对其瞬态流量进行了仿真. 仿真结果验证了流量脉动系数通用公式的正确性.

**关键词:** 多极复合齿轮泵; 瞬态流量; 流量脉动系数

中图分类号: TP391.7

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)11-0054-06

## Analysis of flow characteristic of multi-compound gear pump

YU Hong-ying, WANG Hui-min, ZHONG Han-tian

(School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, mcadyhy@hit.edu.cn)

**Abstract:** To diminish the pulsation coefficient of flow rate of a gear pump, a multi-compound gear pump is studied. By the analysis method of displacement of mesh point, the flow characteristic of multi-compound gear pump is analyzed, and that expression of transient flow rate and general formula of pulsation coefficient of flow rate are deduced. The analysis result shows that the pulsation coefficient of flow rate is minimal and the flow characteristic is the best when  $z_1 = kN + 1$  ( $k$  is an odd number). Taking an example from three-compound gear pump, its transient flow rate is simulated, which shows that the general formula of pulsation coefficient of flow rate is right.

**Key words:** multi-compound gear pump; transient flow rate; pulsation coefficient of flow rate

由于普通齿轮泵具有结构简单, 可靠性高等优点, 在各行各业都有广泛应用, 但也因其流量脉动大、径向力不平衡、易产生困油及内泄<sup>[1]</sup>等现象限制了其更广泛地应用. 文献[2-3]分析了影响普通齿轮泵流量脉动的因素, 并提出了增加齿数、增大压力角及适当地增加变位系数等解决措施. 文献[4-6]针对困油现象, 提出采用合理的卸荷槽的改进方案. 这些方法在一定程度上改善了齿轮泵的流量特性, 但均有局限性. 文献[7]提出一种新型的平衡式复合齿轮泵, 该泵流量脉动低、排量大, 能够彻底平衡掉各齿轮上所受径向力; 但该泵最大的不足是密封块随着惰轮的旋转而旋转, 因而极易造成泄漏, 很难应用于实际中, 甚至连成型的样机都没有. 多极复合齿轮泵相对

于平衡式复合齿轮泵结构更加简单, 而且容易加工、制造, 它是由一个中心轮带动周围多个从动轮进行工作的. 和普通齿轮泵相比, 多极复合齿轮泵具有结构对称、中心轮径向力平衡的优点, 同时, 它的排量增大, 流量脉动降低. 文献[8]对三极复合齿轮泵的流量特性进行了仿真研究, 文献[9]对五极复合齿轮泵流量脉动的影响因素进行了分析, 但均未对多极复合齿轮泵的流量特性进行深入研究.

本文针对普通齿轮泵排量小、流量脉动系数大的缺点, 对多极复合齿轮泵的流量特性进行深入研究.

### 1 多极复合齿轮泵的工作原理

为了说明多极复合齿轮泵的工作原理, 现取从动轮数为6加以说明. 如图1所示, 该齿轮泵主

要由前端盖、泵盖和后端盖组成, 泵盖内有一个中心轮和 6 个均匀布置在中心轮圆周上的从动轮。

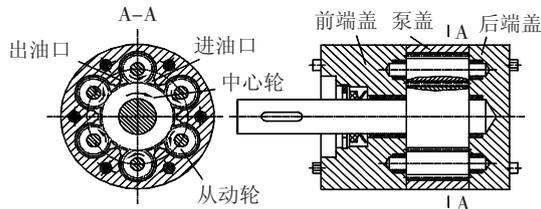


图 1 多极复合齿轮泵的工作原理

当齿轮泵工作时, 动力源 (电动机) 通过平键将动力传递给中心齿轮轴, 带动中心轮和从动轮高速回转。当中心轮顺时针转动时, 周围 6 个从动轮逆时针转动, 形成 6 个外啮合齿轮泵, 称每一个单独的外啮合齿轮泵为子泵。各子泵的进出油口是相互隔开的, 油液经后泵盖上开设的进油通道分别进入 6 个进油口, 排油时, 油液通过排油通道从后泵盖上开设的总排油口排出。

## 2 多极复合齿轮泵的流量特性

### 2.1 多极复合齿轮泵的瞬态流量

从动轮的数目设为  $k$  ( $k \geq 2$ )。根据多极复合齿轮泵的结构和工作原理, 在中心齿轮参数相同的情况下, 其瞬态流量为普通齿轮泵的  $k$  倍, 结合文献 [10] 给出的普通齿轮泵的瞬态流量公式, 得出复合齿轮泵单个子泵的瞬态流量  $q_i(t)$  为

$$q_i(t) = \frac{b\omega_1}{2} [2r'_1(h_{a1} + h_{a2}) + h_{a1}^2 + h_{a2}^2 \cdot \frac{r'_1}{r'_2} - \left(1 + \frac{r'_1}{r'_2}\right) f_i^2]. \quad (1)$$

式中:  $b$  为齿宽, mm;  $\omega_1$  为中心轮的角速度, rad/s;  $r'_1, r'_2$  为中心轮、从动轮的节圆半径, mm;  $h_{a1}, h_{a2}$  为中心轮、从动轮的齿顶高, mm;  $f_i$  为单个子泵的啮合点位移, 即啮合点到节点的瞬态位移, mm。

为便于分析, 将式 (1) 改写为

$$q_i(t) = A_0 - B_0 \cdot f_i^2 \quad (2)$$

其中:

$$A_0 = b\omega_1/2 [2r'_1(h_{a1} + h_{a2}) + h_{a1}^2 + h_{a2}^2 \cdot \frac{r'_1}{r'_2}],$$

$$B_0 = b\omega_1/2 (1 + r'_1/r'_2),$$

且  $A_0, B_0$  均为常数。

因此, 含有  $k$  个子泵的复合齿轮泵的瞬态流量  $q(t)$  为

$$q(t) = \sum_{i=1}^k q_i(t) = kA_0 - B_0 \sum_{i=1}^k f_i^2. \quad (3)$$

### 2.2 多极复合齿轮泵的流量脉动特性分析

流量脉动系数是指齿轮泵瞬时流量的变化率, 是描述流量品质的重要参数之一, 反映流量的

不均匀性。流量脉动系数有 3 种定义形式, 本文取式 (4) 的定义形式对多极复合齿轮泵的流量特性进行分析。

$$\delta_q = (q_{\max} - q_{\min}) / q_{v1}. \quad (4)$$

式中:  $q_{\max}, q_{\min}$  为瞬态流量的最大值、最小值,  $\text{mm}^3/\text{s}$ ;  $q_{v1}$  为平均理论流量,  $\text{mm}^3/\text{s}$ 。

由式 (3) 可知, 复合齿轮泵的流量特性取决于各个子泵的啮合点位移的叠加规律。由式 (2) 可以看出, 单个子泵的瞬态流量符合二次抛物线规律, 因此叠加后的瞬态流量也应该符合抛物线规律。

#### 2.2.1 啮合点位移分析

为便于研究各子泵啮合点的位移  $f_i$ , 现做如下约定<sup>[11]</sup>: ① 齿轮为标准安装齿轮; ② 重合度  $\varepsilon$  为 1 (实际中应大于 1); ③ 如图 2 所示, 约定中心轮的某齿形线中分点位于节点  $p_1$  上时的时刻为初始时刻 ( $t = 0$ ), 该点的初始位移  $f_1(0) = 0$ , 其他啮合点在它们各自的啮合线上的位移为  $f_i(0)$ , 各啮合点运动到各自节点  $p_i$  所需转角位初始角位移为  $\phi_i(0)$ ; ④ 啮合点趋向节点时的位移为负位移 ( $f < 0$ ), 离开节点时的位移为正位移 ( $f > 0$ ), 且当  $f_i = -p_b/2$  时为进入啮合起始点, 当  $f_i = p_b/2$  时为啮合终止即脱离啮合点; ⑤ 同一轮齿上, 先与啮合线相交的齿形称为前齿形线, 如图 3 阴影部分齿形线, 齿形线与分度圆的交点为齿形线的中分点。

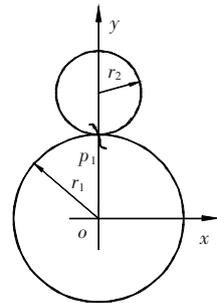


图 2 初始位移说明图

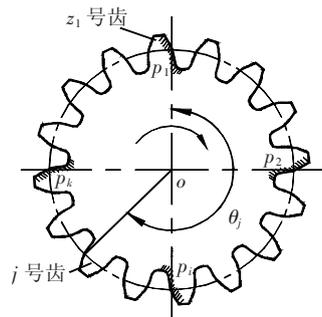


图 3 轮齿前齿形线示意图

复合齿轮泵啮合点位移的叠加规律与中心轮的齿数  $z_1$  和从动轮数目  $k$  有关, 下面分不同情况进行分析讨论。

假定  $t = 0$  时,中心轮的  $z_1$  号齿的前齿形线中分点恰好位于节点  $p_1$  上,如图3所示,则第  $j$  号齿的前齿形线中分点与圆心的连线和节点  $p_1$  与圆心的连线的张角  $\theta_j = 2\pi j/z_1$ , 当  $|2\pi/k - \theta_j| \leq \alpha/2, |2\pi \cdot 2/k - \theta_j| \leq \alpha/2, \dots, |2\pi \cdot i/k - \theta_j| \leq \alpha/2, \dots, |2\pi \cdot (k-1)/k - \theta_j| \leq \alpha/2, |2\pi \cdot k/k - \theta_j| \leq \alpha/2$  ( $\alpha = 2\pi/z_1$ ) 时,相应的前齿形线处于啮合状态,且当取等号时,相应的前齿形线正好进入或退出啮合;当  $|2\pi/k - \theta_j| = 0, |2\pi \cdot 2/k - \theta_j| = 0, \dots, |2\pi \cdot i/k - \theta_j| = 0, \dots, |2\pi \cdot (k-1)/k - \theta_j| = 0, |2\pi \cdot k/k - \theta_j| = 0$  时,相应的前齿形线中分点恰好和相应的节点重合。

1)  $z_1 = kN$ . 由以上分析可知,在  $t = 0$  时刻,第  $N, 2N, \dots, (i-1)N, \dots, (k-1)N, kN$  号齿的前齿形线恰好位于节点  $p_2, p_3, \dots, p_i, \dots, p_k, p_1$  上,也就是其中有 2 个子泵的啮合点变化相位相同。

2)  $z_1 = kN + 1$ . 当  $t = 0$  时,设第  $j$  号齿的前齿形线在节点  $p_2$  附近处于啮合状态,则有

$$\left| \frac{2\pi}{k} - j\alpha \right| < \frac{\alpha}{2}.$$

因为  $\alpha = 2\pi/z_1$ , 所以  $2\pi = z_1\alpha = (kN + 1)\alpha$ ,

$$\left| \frac{2\pi}{k} - \frac{2\pi j}{kN + 1} \right| = \alpha \left| N - j + \frac{1}{k} \right| \leq \frac{\alpha}{2}.$$

式中,  $N$  和  $j$  均为正整数,则当  $k = 2$  时,有  $j = N$  或  $j = N + 1$ ,该不等式成立;当  $k \geq 3$  时,只有  $j = N$ ,该不等式成立。

设第  $j$  号齿的前齿形线在节点  $p_3$  附近处于啮合状态,同样有

$$\left| \frac{4\pi}{k} - j\alpha \right| = \left| \frac{4\pi}{k} - \frac{2\pi j}{kN + 1} \right| = \alpha \left| 2N - j + \frac{2}{k} \right| \leq \frac{\alpha}{2}.$$

当  $k = 3$  时,只有  $j = 2N + 1$ ,该不等式成立;当  $k \geq 4$  时,只有  $j = 2N$ ,该不等式成立。

以此类推,可得到以下结论:

(1) 当  $k$  为偶数,即  $k = 2k_1$ ,有  $z_1 = 2k_1N + 1$ ,则前齿形线分别在节点  $p_2, p_3, \dots, p_i, \dots, p_k, p_1$  附近处于啮合状态的齿号为:  $N, 2N, 3N, \dots, k_1N, k_1N + 1, (k_1 + 1)N + 1, (k_1 + 2)N + 1, \dots, (2k_1 - 1)N + 1, 2k_1N + 1$ ;

(2) 当  $k$  为奇数,即  $k = 2k_1 + 1$ ,有  $z_1 = (2k_1 + 1)N + 1$ ,则前齿形线分别在节点  $p_2, p_3, \dots, p_i, \dots, p_k, p_1$  附近处于啮合状态的齿号为:  $N, 2N, 3N, \dots, k_1N, (k_1 + 1)N + 1, (k_1 + 2)N + 1, \dots, 2k_1N + 1, (2k_1 + 1)N + 1$ .

综合考虑上述两条结论得出:  $z_1 = kN + 1$ ,中心轮上的前齿形线处于啮合状态的齿号为:  $N, 2N, 3N, \dots, [k/2]N, ([k/2] + 1)N + 1, ([k/2] +$

$2)N + 1, \dots, (k-2)N + 1, (k-1)N + 1, kN + 1$ ,其中  $[k/2]$  表示  $k/2$  取整。

设  $t = 0$  时,  $N$  号齿的前齿形线中分点相对于它的节点  $p_2$  的角位移为  $\phi_2(0)$ ,如图4所示.相应地,  $(k-1)N + 1$  号齿的前齿形线中分点相对于它的节点  $p_k$  的角位移为  $\phi_k(0)$ ,则有

$$\phi_2(0) = N\alpha - \frac{2\pi}{k} = \frac{2N\pi}{kN + 1} - \frac{2\pi}{k} = -\frac{\alpha}{k}, \quad (5)$$

$$\phi_k(0) = [(k-1)N + 1]\alpha - \frac{2\pi}{k} \cdot (k-1) = \frac{2[(k-1)N + 1]\pi}{kN + 1} - \frac{2\pi(k-1)}{k} = \frac{\alpha}{k}. \quad (6)$$

式(5)中,  $\phi_2(0) = -\alpha/k$  表明当  $t > 0$  时,  $N$  号齿的前齿形线上的啮合点趋向于节点  $p_2$  (中心轮顺时针旋转);式(6)中,  $\phi_k(0) = \alpha/k$  表明:当  $t > 0$  时,  $(k-1)N + 1$  号齿的前齿形线上的啮合点离开节点  $p_k$ .

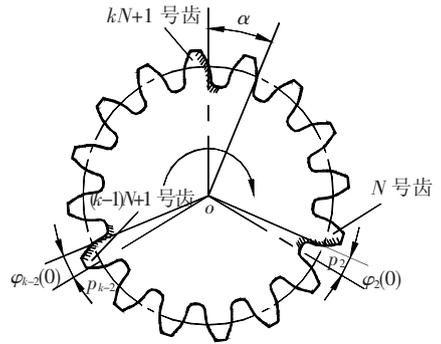


图4  $z_1 = kN + 1$  时,中心轮啮合点角位移分析图

同理可得其他啮合齿的角位移.从而可得出:当  $k$  为偶数时,中心轮前齿形线处于啮合状态的齿号相对于它的节点的角位移为  $-\frac{\alpha}{2k_1}, -\frac{2\alpha}{2k_1}, -\frac{3\alpha}{2k_1}, \dots, 0, \frac{(k_1-1)\alpha}{2k_1}, \frac{(k_1-2)\alpha}{2k_1}, \dots, \frac{3\alpha}{2k_1}, \frac{2\alpha}{2k_1}, \frac{\alpha}{2k_1}, 0$ ;当  $k$  为奇数时,处于啮合状态的各齿号的角位移分别为  $-\frac{\alpha}{2k_1+1}, -\frac{2\alpha}{2k_1+1}, -\frac{3\alpha}{2k_1+1}, \dots, \frac{k_1\alpha}{2k_1+1}, \frac{(k_1-1)\alpha}{2k_1+1}, \frac{(k_1-2)\alpha}{2k_1+1}, \dots, \frac{3\alpha}{2k_1+1}, \frac{2\alpha}{2k_1+1}, \frac{\alpha}{2k_1+1}, 0$ .

由此可知,当  $k$  为偶数时,  $k_1N$  号齿和  $2k_1N + 1$  号齿的初始角位移都为 0,即它们的前齿形线中分点恰好位于相应的节点上,也就是有 2 个子泵的啮合点变化相位相同;而当  $k$  为奇数时,各个啮合齿的初始位移均不相同,即各子泵的啮合点相位各不相同,这是比较理想的结果。

### 2.2.2 流量脉动系数

1)  $z_1 = kN$  时的流量脉动系数

由啮合点位移分析结果可知, 当  $z_1 = kN$  时,  $k$  个子泵的初始位移相同, 则其任意时刻的啮合点位移也相同, 设为  $f$ . 由式(3) 可得该情况下复合齿轮泵的瞬态流量为

$$q_1(t) = kA_0 - B_0 \sum_{i=1}^k f_i^2 = kA_0 - kB_0 f^2.$$

当  $f = 0$  时,  $q_1(t)$  取得最大值  $kA_0$ , 当  $f = \pm p_b/2$  时,  $q_1(t)$  取得最小值  $kA_0 - kB_0(p_b^2/4)$ . 将此结果带入到式(4) 中, 得到此时复合齿轮泵的流量脉动系数

$$\delta_{q_1} = \frac{q_{1\max} - q_{1\min}}{q_{1v}} = \frac{kA_0 - (kA_0 - kB_0 \frac{p_b^2}{4})}{2km^2 z_1 b \omega_1} = \frac{B_0 p_b^2 / (8m^2 z_1 b \omega_1)}{kA_0}.$$

当  $z_1 = kN$  时, 复合齿轮泵的流量脉动系数是一定值, 与从动轮数  $k$  无关, 也就是与普通齿轮泵相比, 无任何改进.

2)  $z_1 = kN + 1$  时的流量脉动系数

同样由啮合点位移分析可知: 对于  $z_1 = kN + 1$ , 当  $k$  为偶数时, 有 2 个子泵的啮合点相位相同, 而  $k$  为奇数时, 各个子泵的啮合点相位互不相同, 这更有利于啮合点位移的叠加, 所以, 以下仅讨论  $k$  为奇数, 即  $z_1 = (2k_1 + 1)N + 1$  时的情况.

当中心轮转过角度  $\alpha/(2(2k_1 + 1))$  后,  $(k_1 + 1)N + 1$  号齿退出啮合,  $(k_1 + 1)N$  号齿在  $-\left(\frac{k_1 \alpha}{2k_1 + 1} + \frac{\alpha}{2(2k_1 + 1)}\right) = -\frac{\alpha}{2}$  处进入啮合, 其前齿线中点的初始位移为  $-\alpha/2$ , 而  $(2k_1 + 1)N + 1, N, 2N, 3N, \dots, k_1 N, (k_1 + 1)N + 1, (k_1 + 2)N + 1, \dots, 2k_1 N + 1$  号齿仍处于啮合状态. 中心轮继续转过角度  $\alpha/(2(2k_1 + 1))$ ,  $(2k_1 + 1)N + 1, N, 2N, 3N, \dots, k_1 N, (k_1 + 1)N, (k_1 + 2)N + 1, \dots, 2k_1 N + 1$  号齿各前齿线中点的初始位移分别为 0、

$-\frac{\alpha}{2k_1 + 1}, -\frac{2\alpha}{2k_1 + 1}, -\frac{3\alpha}{2k_1 + 1}, \dots, \frac{k_1 \alpha}{2k_1 + 1}, \frac{(k_1 - 1)\alpha}{2k_1 + 1}, \frac{(k_1 - 2)\alpha}{2k_1 + 1}, \dots, \frac{3\alpha}{2k_1 + 1}, \frac{2\alpha}{2k_1 + 1}, \frac{\alpha}{2k_1 + 1}$ . 啮合状态又回复至  $t = 0$  的情况下, 所以

啮合状态的变化周期为  $\frac{\alpha}{(2k_1 + 1)}$ . 基于以上分析, 可建立各啮合点的位移方程.

$(2k_1 + 1)N + 1$  号齿:

$$f_1 = r_{b1} \phi = l, \quad (0 \leq l \leq \frac{1}{2k_1 + 1} p_b).$$

$N$  号齿:

$$f_2 = r_{b1} \left( \phi - \frac{\alpha}{2k_1 + 1} \right) = l - \frac{1}{2k_1 + 1} p_b, \quad (0 \leq l \leq \frac{1}{2k_1 + 1} p_b).$$

$2N$  号齿:

$$f_3 = r_{b1} \left( \phi - \frac{2\alpha}{2k_1 + 1} \right) = l - \frac{2}{2k_1 + 1} p_b, \quad (0 \leq l \leq \frac{1}{2k_1 + 1} p_b).$$

...

$(k_1 + 1)N + 1$  号齿:

$$f_{k_1+2} = r_{b1} \left( \phi + \frac{k_1 \alpha}{2k_1 + 1} \right) = l + \frac{k_1}{2k_1 + 1} p_b, \quad (0 \leq l \leq \frac{1}{2(2k_1 + 1)} p_b).$$

$(k_1 + 1)N$  号齿:

$$f'_{k_1+2} = r_{b1} \left( \phi - \frac{\alpha}{2} \right) = l - \frac{1}{2} p_b, \quad \left( \frac{1}{2(2k_1 + 1)} t_j \leq l \leq \frac{1}{2k_1 + 1} p_b \right).$$

...

$(2k_1 - 1)N + 1$  号齿:

$$f_{2k_1} = r_{b1} \left( \phi + \frac{2\alpha}{2k_1 + 1} \right) = l + \frac{2}{2k_1 + 1} p_b, \quad (0 \leq l \leq \frac{1}{2k_1 + 1} p_b).$$

$2k_1 N + 1$  号齿:

$$f_{2k_1+1} = r_{b1} \left( \phi + \frac{\alpha}{2k_1 + 1} \right) = l + \frac{1}{2k_1 + 1} p_b, \quad (0 \leq l \leq \frac{1}{2k_1 + 1} p_b).$$

其中:  $r_{b1}$  为中心轮基圆半径, mm;  $\phi$  为中心轮转角, rad;  $l$  为前齿形线中分点转过的弧长,  $l = r_{b1} \phi$ , mm.

将以上各位移方程带入到多极复合齿轮泵的流量公式(3) 中, 得

$$q_2 = \begin{cases} (2k_1 + 1)A_0 - B_0 [(2k_1 + 1)l^2 + \frac{k_1(k_1 + 1)(2k_1 + 1)}{3(2k_1 + 1)^2} p_b^2], \\ (0 \leq l \leq \frac{1}{2(2k_1 + 1)} p_b); \\ (2k_1 + 1)A_0 - B_0 [(2k_1 + 1)l^2 + \frac{2/3k_1^3 + k_1^2 + 4/3k_1 + 1/4}{(2k_1 + 1)^2} p_b^2 - \frac{4k_1 + 1}{2k_1 + 1} l p_b], \\ (\frac{1}{2(2k_1 + 1)} p_b < l \leq \frac{1}{2k_1 + 1} p_b). \end{cases} \quad (7)$$

对式(7)求取最大值和最小值,得出:  $q_2$  在

$$l = \frac{1}{2(2k_1 + 1)}p_b \text{ 和 } l = \frac{4k_1 + 1}{2(2k_1 + 1)^2}p_b \text{ 处分别取}$$

得最小值和最大值,即为

$$\begin{cases} q_{2\min} \Big|_{l = \frac{1}{2(2k_1 + 1)}p_b} = (2k_1 + 1)A_0 - \\ B_0 \left[ \frac{4k_1^2 + 4k_1 + 3}{12(2k_1 + 1)}p_b^2 \right], \\ q_{2\max} \Big|_{l = \frac{4k_1 + 1}{2(2k_1 + 1)^2}p_b} = (2k_1 + 1)A_0 - \\ B_0 \left[ \frac{4}{3}k_1^4 + \frac{8}{3}k_1^3 - \frac{1}{3}k_1^2 - \frac{1}{6}k_1 \right] p_b^2. \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)和  $A_0$ 、 $B_0$  的值以及  $p_b = \pi m \cos \alpha$  代入流量脉动系数公式(4)中,得到此时复合齿轮泵的流量脉动系数为

$$\delta_{q_2} = \frac{q_{2\max} - q_{2\min}}{q_{v_2}} = \frac{\left( 3k_1^2 + \frac{3}{2}k_1 + \frac{1}{4} \right) \pi^2 (z_1 + z_2) \cos^2 \alpha}{2(2k_1 + 1)^4 z_1 z_2}. \quad (9)$$

用同样的方法可以分析齿数  $z_1$  等于其他  $(2k_1 - 1)$  种情况时,复合齿轮泵的流量脉动系数,相应地可以求出各自情况下的脉动率.取  $z_1$  分别为  $(2k_1 + 1)N + 1$ 、 $(2k_1 + 1)N + 2$ 、 $\dots$ 、 $(2k_1 + 1)N + n$ 、 $\dots$ 、 $(2k_1 + 1)N + (2k_1 - 1)$ 、 $(2k_1 + 1)N + 2k_1$  时,所对应的脉动率分别为  $\delta_1$ 、 $\delta_2$ 、 $\dots$ 、 $\delta_{2k_1-1}$ 、 $\delta_{2k_1}$ , 则有  $\delta_1 = \delta_{2k_1}$ ;  $\delta_2 = \delta_{2k_1-1}$ ;  $\delta_i = \delta_{2k_1-(i-1)}$ . 经分析比较,得出:  $\delta_1 = \delta_{2k_1} = \delta_{\min} = \min(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{2k_1-1}, \delta_{2k_1})$ , 即当  $z_1 = (2k_1 + 1)N + 1$  时,复合齿轮泵的脉动率最小,流量特性最好.

### 3 多极复合齿轮泵的流量仿真

为了更直观、清晰地反映不同情况下的流量特性,本节中采用计算机仿真的方式来分析复合齿轮泵的流量特性.为便于分析,2.3节中复合齿轮泵的从动轮数目  $k$  值定为3,即研究从动轮数为3的复合齿轮泵流量特性仿真,并分两种情况进行讨论说明.

#### 3.1 $z_1 = 3N$

将  $k = 3$  和  $f = r_{b1} \phi$  带入式(3)中得

$$q(t) = 3A_0 - 3B_0 r_{b1}^2 \phi^2 \left( -\frac{\alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\alpha}{2}, \alpha = \frac{2\pi}{z_1} \right). \quad (10)$$

现取齿数  $z_1 = 54$ ,  $z_2 = 26$ , 模数  $m = 2$  mm, 压力角  $\alpha = 20^\circ$ , 齿宽  $b = 20$  mm, 转速  $n = 1500$  r/min. 按式(10), 在 MATLAB 下编程得到图5所示的单个

个子泵的瞬态流量特性曲线和叠加后复合齿轮泵的瞬态流量特性曲线.

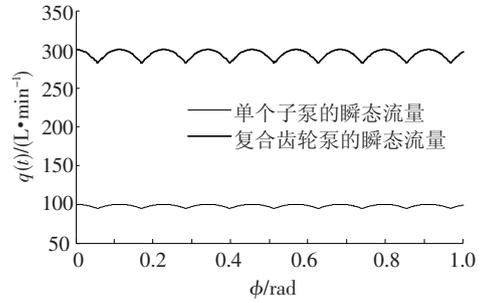


图5  $z_1 = 3N$  时,每个子泵和叠加后的流量曲线

由图5可读取单个子泵瞬态流量的最大值和最小值以及复合齿轮泵瞬态流量的最大值和最小值.将它们分别代入到公式(4)中,得到单个子泵的流量脉动系数  $\delta_{q_0}$  和复合齿轮泵的流量脉动系数  $\delta_{q_1}$  分别为

$$\delta_{q_0} = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{m^2 z_1 b \omega_1} = \frac{(103.1 - 96.98) \times 10^6}{2^2 \times 54 \times 20 \times 2\pi \times 1500} = 15.039\%, \quad (11)$$

$$\delta_{q_1} = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{3m^2 z_1 b \omega_1} = \frac{(309.4 - 290.9) \times 10^6}{3 \times 2^2 \times 54 \times 20 \times 2\pi \times 1500} = 15.154\%.$$

由此可知,复合齿轮泵的流量脉动系数  $\delta_{q_1}$  与单个子泵的流量脉动系数  $\delta_{q_0}$  几乎相等,所以其流量特性并未得到改善,从图5中可以看出,该情况下的复合齿轮泵的瞬态流量增加为单个子泵的3倍.

#### 3.2 $z_1 = 3N + 1$

根据2.3节中已建立的各啮合点位移方程,进而可得各个子泵的瞬态流量为

$$\begin{cases} q_1(t) = A_0 - B_0 r_{b1}^2 \phi^2, \\ q_2(t) = A_0 - B_0 r_{b1}^2 \left( \phi - \frac{\alpha}{3} \right)^2, \\ q_3(t) = A_0 - B_0 r_{b1}^2 \left( \phi + \frac{\alpha}{3} \right)^2. \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $\left( -\frac{\alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\alpha}{2}, \alpha = \frac{2\pi}{z_1} \right)$ .

为了更好地与前面  $z_1 = 3N$  时的结果作对比,取  $z_1 = 55$ ,其他参数均与  $z_1 = 3N$  时相同.按式(12)编写 MATLAB 程序,得到各个子泵的瞬态流量曲线,并将它们叠加,得到叠加后的瞬态流量曲线,如图6所示.从叠加后的曲线上读出最大值  $q_{\max} = 303.8$  L/min,最小值  $q_{\min} = 302$  L/min,为和理论推导公式(9)作对比,将它们带入流量脉动系数公式(4)(即分母为平均理论流量而非流量均值),可得

$$\delta_{q_2} = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{3m^2 z_1 b \omega_1} = \frac{(303.8 - 302) \times 10^6}{3 \times 2^2 \times 55 \times 20 \times 2\pi \times 1500} = 1.448\% \quad (13)$$

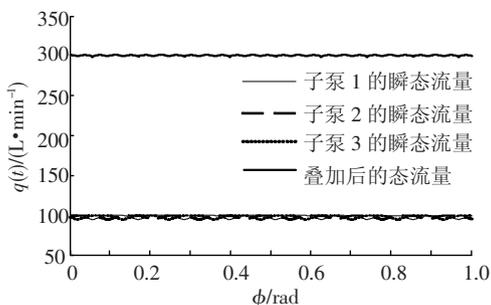


图 6  $z_1 = 3N + 1$ , 每个子泵和叠加后复合齿轮泵的流量曲线

而该情况下单个子泵的流量脉动系数可近似等于  $z_1 = 3N$  时单个子泵的流量脉动系数. 比较式(13)和式(11)的结果,显然,复合齿轮泵的流量脉动系数要比单个子泵的流量脉动系数小很多. 从图 6 可以看出,复合齿轮泵叠加后的瞬态流量较单个子泵也有显著增加. 因此,中心轮齿数取  $z_1 = 3N + 1$  较为合理,这也与 2.3 节中流量脉动系数的分析结果相吻合. 此外,要验证  $z_1 = 3N + 1$  时仿真得到的流量脉动系数是否符合前面已推导的流量通用公式(9)的情况,因此取  $k_1 = 1$ ,并将相关齿轮参数带入到公式(9)可得

$$\delta'_{q_2} = \frac{19\pi^2(z_1 + z_2)\cos^2\alpha}{648z_1z_2} = \frac{19\pi^2(55 + 26)\cos^2 20^\circ}{648 \times 55 \times 26} \approx 1.446\% \quad (14)$$

比较式(13)和式(14)结果,可以看出由仿真得到的流量脉动系数与理论推导得到的流量脉动系数近似相等,证明理论推导是正确的.

## 4 结 论

1) 当中心轮齿数  $z_1 = kN$  时,复合齿轮泵的流量脉动系数和同等齿数下普通齿轮泵的流量脉动系数相同,故其流量特性并未得到改善,只是瞬态流量增加为普通齿轮泵的  $k$  倍.

2) 当中心轮齿数  $z_1 = kN + 1$  时,复合齿轮泵的流量脉动系数与普通齿轮泵的流量脉动系数相

比,明显减小,且当  $k$  为奇数时,流量脉动系数最小,流量特性也最好.

3) 推导了  $z = kN + 1$  时,多极复合齿轮泵的流量脉动系数的通用公式. 通过仿真验证了理论分析的正确性,为设计多极齿轮泵时,从动轮齿数和中心轮齿数的选择提供了理论依据.

## 参考文献:

- [1] ABDUL W. Analytical prediction technique for internal leakage in an external gear pump [C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air Extrusion. Orlando, Florida, USA; ASME, 2009:1-8.
- [2] HUANG K J, LIAN W C. Kinematic flowrate characteristics of external spur gear pumps using an exact closed solution [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(6):1121-1131.
- [3] MANRING N D, KASSARAGADDA S B. The theoretical flow ripple of external gear pump [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2003, 125(9):396-404.
- [4] MITOME K, SEKI K. New continuous contact low-noise gear pump [J]. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1983, 105(4):736-741.
- [5] MANRING N D, KASSARAGADDA S B. The theoretical flow ripple of external gear pump [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2003, 125(9):396-404.
- [6] ISHIBASHI A. New release ports applicable to high pressure gear pumps and their effectiveness [J]. JSME International, Series 3: Vibration, Control Engineering, Engineering for Industry, 1991, 34(4):512-517.
- [7] 栾振辉. 平衡式复合齿轮泵的理论及试验研究 [D]. 南京:中国矿业大学, 2000:2-3.
- [8] 黄玉萍, 李宪华, 张军. 多联齿轮泵流量特性的仿真研究 [J]. 煤矿机械, 2004(10):30-31.
- [9] 左瑞光, 白杰. 中心轮齿数对五极外啮合齿轮复合泵流量脉动的影响分析 [J]. 液压与气压传动, 2007(3):30-32.
- [10] 张丽平. 液压泵及液压马达原理、使用与维护 [M]. 北京:化学工业出版社, 2008:11-12.
- [11] 唐德威, 罗昌杰, 邓宗全. 多圆柱齿轮液压马达的性能 [J]. 机械工程学报, 2007, 43(11):119-124.

(编辑 杨波)