# 配筋梯度混凝土梁刚度实用计算方法

# 周 威,郑文忠

(哈尔滨工业大学 土木工程学院,150090 哈尔滨,zhouwei-hit@163.com)

摘 要:为探索由受压区采用高强高性能混凝土、拉区采用普通混凝土形成的配筋梯度混凝土受弯构件的 变形性能,开展了三分点加载下该类简支梁试验.报道了配筋梯度混凝土简支梁截面应变与挠度试验结果, 与仿真分析结果进行对比.基于试验结果,揭示了使用荷载下该类梁压区边缘混凝土平均应变与外荷载的线 性发展规律,给出该类梁压区边缘混凝土平均应变综合系数计算公式,结合裂缝发展与截面曲率分析,提出 配筋梯度混凝土矩形截面受弯结构构件短期刚度和长期刚度实用计算方法.

关键词:梯度混凝土梁;短期刚度;曲率;挠度

中图分类号: TU375.1 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2011)12-0030-06

# Flexural stiffness calculation method for reinforced gradient concrete beams consisting of normal and high strength concrete

ZHOU Wei, ZHENG Wen-zhong

(School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, 150090 Harbin, China, zhouwei-hit@163.com)

**Abstract**: The reinforced gradient concrete beams consist of normal and high strength concrete, in which the compressed zone is made of high strength concrete, and the tensile one is made of normal strength concrete. Experiment on these simply supported beams with two-point loading was carried out, and the test results of strains and deflections of the beams under short-term load were verified and compared with those of nonlinear analysis. It revealed that the average strain at the outer fiber in the compressive zone increased linearly with the increase of external loading. Thus, the general coefficient of average compressive strain at the outer fiber was introduced, and its calculated equation was proposed. Based on the analysis of crack development and curvature of cross section, the calculation method on the immediate and long-term stiffness was proposed for the reinforced gradient concrete flexural member with rectangle section.

Key words: reinforced gradient concrete beam; the immediate flexural stiffness; curvature; deflections

在受弯构件的截面压区采用高强高性能混凝 土、截面拉区采用普通混凝土即形成了配筋梯度 混凝土受弯结构构件,该新型配筋混凝土结构构 件可充分利用两类混凝土各自的优势,实现二者 的有机结合.开展拉压区为异强混凝土的配筋梯 度混凝土受弯结构构件弯曲性能试验,可获得其 纯弯段截面应力应变分布以及纯弯段关键点挠度

收稿日期: 2010-09-30.

作者简介:周 威(1979—),男,副教授; 郑文忠(1965—),男,博士生导师,长江学者特聘教授. 实测结果,进而建立该类受弯结构构件短期刚度 和长期刚度实用计算方法<sup>[1-3]</sup>.

以承载能力极限状态相对受压区高度为基本 参数,按其分别等于 0.076、0.251、0.289、0.333、 0.427 设计制作了 5 根配筋梯度混凝土简支梁, 梁 B<sub>1</sub>~B<sub>5</sub> 受拉纵筋分别为 3  $\oplus$ 12、2 $\oplus$ 20+1 $\oplus$ 16、 2 $\oplus$ 22+1 $\oplus$ 16、2 $\oplus$ 25+1 $\oplus$ 16、3 $\oplus$ 25、其外层纵筋保 护层厚度分别为 19、18、20、20、20 mm.梁截面尺 寸均为  $b \times h = 150$  mm×200 mm,计算跨度为 1 600 mm,中部纯弯段长度为 600 mm.5 根试验梁 的压区高强混凝土厚度分别为 30、55、70、90、120 mm.为实测截面应力应变发展,在纯弯段纵筋及

**基金项目:**黑龙江省自然科学基金(E200835);哈尔滨工业大学 优秀青年教师培养计划(HITQNJS.2008.040).

跨中压区布置了应变测点,其中跨中梁顶布置一 个混凝土应变测点,其余混凝土测点按压区高强 混凝土厚度不同布置为:梁 B<sub>1</sub> 为 1 个, B<sub>2</sub> 为 2 个,B<sub>3</sub> 为 2 个,B<sub>4</sub> 为 3 个,B<sub>5</sub> 为 3 个.

试验梁压区采用标准立方体抗压强度实测平均值为 89.3 N/mm<sup>2</sup> 的混凝土,拉区采用标准立 方体抗压强度实测平均值为 52.7 N/mm<sup>2</sup> 的混凝 土.试验梁制作时,两类混凝土同时搅拌,首先将 普通混凝土灌入模板达设计高度,并振捣密实;然 后将高强混凝土灌入模板剩余部分并振捣密实, 在两类混凝土初凝前,混凝土浇筑施工完毕.试验 梁采用三分点加载.

由于两类混凝土几乎同时浇筑,两类混凝土 之间界面的初始状态是塑性未水化水泥砂浆,其 材料组成为两类混凝土材料中的水泥砂浆的融 合;在两类混凝土逐步硬化过程中,界面水泥砂浆 的强度也同步增长.所以不存在由于混凝土分批 进行施工而产生的界面问题,也就无须因粘结问 题对界面进行特殊处理.

1 试验结果分析

#### 1.1 挠度实测结果

通过布置在两加载点与跨中的位移计实测出 外荷载 P 与试验梁挠度 f 的关系曲线见图 1.

对于 B<sub>1</sub>~B<sub>4</sub>4 根试验梁,基本上以开始加载、 截面开裂、受拉纵筋屈服与试验梁破坏 4 个状态 为转折点呈三折线分布;由屈服至试验梁破坏的 第 3 段折线较前两段折线平坦,随着配筋率增大, 第 3 段折线斜率呈增大趋势.高配筋率试验梁 B<sub>5</sub> 的荷载-挠度关系呈曲线分布,在破坏前 3~4 级 荷载,曲线基本上过渡为直线.

开裂前,试验梁跨中挠度与两加载点挠度均 较小,数值不大.低中配筋率的4根试验梁由开裂 至受拉纵筋屈服,挠度逐步开始快速增长,跨中挠 度较两加载点处挠度增大得快,同一试验梁两加 载点挠度差异不大;当跨中受拉纵筋屈服后,试验 梁的跨中塑性铰开始形成并发生转动,在塑性铰 转动过程中跨中挠度急剧增长,占最终变形的绝 大部分;同级荷载下两加载点挠度的差异开始增 加大:一加载点下挠度逐步大于另一加载点挠度, 直至该加载点出现混凝土压碎.

#### 1.2 非线性有限元仿真分析

采用非线性有限元软件 ABAQUS 对试验 梁进行了全过程分析,混凝土为塑性损伤模 型,单元为 20 节点的三维实体单元 C3D20R; 钢筋取随动强化模型,单元为 2 节点的桁架杆 单元 T3D2.混凝土和钢筋强度均为模型试验得 到相应强度实测值.混凝土本构关系采用现行 国家标准<sup>[4]</sup>附录推荐的本构模型,钢筋本构为 两折线模型.由图 2 所示各试验梁跨中挠度计 算值与实测值可知,对于不同配筋率的梯度混 凝土梁开裂荷载吻合程度良好,而屈服荷载、 极限荷载有一定的偏差.各荷载与试验梁跨中 挠度的关系曲线如图 3 所示.



#### 图1 试验梁实测挠度

总体上,荷载与跨中挠度计算曲线与实测曲 线的变化趋势吻合<sup>[4-6]</sup>.

#### 1.3 截面应变

通过布置在试验梁纯弯段的钢筋应变片、混 凝土应变片,可量测出使用荷载下纵筋拉应变、压 区高强混凝土压应变,结合材料应力-应变关系, 可确定出试验梁截面应力.由图4所示的屈服前 试验梁截面应变可知,压区混凝土和纵筋应变基 本符合平截面假定.当然,由于加载初期截面应变 对荷载精度更敏感,所以在纵筋屈服前,距梁顶一 定高度的混凝土应变出现了一定波动.







## 2 基本参数分析

由于使用荷载下配筋梯度混凝土梁纯弯段沿 截面高度的平均应变满足平均应变的平截面假 定,则其刚度分析中可采用平均曲率确定平均刚 度的方法.

#### 2.1 受拉纵筋平均应变

由裂缝分析可知,配筋梯度混凝土梁受拉纵 筋应变沿构件长度分布是不均匀的,因此,提出了 受拉纵筋应变不均匀系数<sup>[1]</sup>.由于受压区混凝土 应变也具有不均匀性,裂缝截面混凝土受压应变 较大,对于不同的裂缝截面受压混凝土应变也不 一致.因此,配筋梯度混凝土受弯构件刚度分析 中,应考虑受拉纵筋和压区混凝土应变的不均匀 性.受拉纵筋的平均应变,可在裂缝截面受拉纵筋 应变计算值的基础上,乘以受拉钢筋应变不均匀 系数ψ,即可得到正常使用阶段配筋梯度混凝土 受弯构件受拉纵筋的平均应变.

$$\psi = 1.1 - \frac{0.802 f_{tk}}{\rho_{te} \sigma_{sk}}.$$
 (1)

式中各符号见现行国家标准<sup>[4]</sup>(下同),荷载标准组 合下纵向受拉钢筋应力为 $\sigma_{sk} = M_k/(0.87A_sh_0)$ .

#### 2.2 压区混凝土平均应变

在正常使用阶段,配筋梯度混凝土受弯构件 压区边缘混凝土平均应变可在裂缝截面压区边缘 混凝土应变的基础上乘以混凝土应变不均匀系数 ψ。得到.若不考虑开裂截面受拉混凝土,暂不考虑 压区纵筋影响,可得如图 5 所示短期荷载下配筋 梯度混凝土矩形梁开裂截面应力应变及其简化. 将配筋梯度混凝土矩形截面梁换算为翼缘位于压 区的 T 形截面,引入受压翼缘截面面积与腹板有 效截面面积的比值 γ',则,梯度混凝土受弯构件 开裂截面受压区面积可表达为

 $A'_{e} = (b'_{f} - b)h'_{f} + bx = (\gamma'_{f} + \xi)bh_{0}.$  (2) 式中:  $\gamma'_{f}$  为受压翼缘截面面积与腹板有效截面 面积的比值,对于梯度混凝土矩形截面受弯构件

 $\gamma'_{f} = \frac{(b'_{f} - b)}{bh_{0}}h'_{f} = \frac{(\alpha_{Ec} - 1)c_{om}}{h_{0}}; \xi$ 为正常使用阶段 梯度混凝土受弯构件裂缝截面相对受压区高度,若设正常使用阶段开裂截面压区矩形应力块



高度为 x ,则  $\xi = x/h_0$ .



因此,可确定受压混凝土压应力合力为

 $C = \omega \sigma_{\rm c} (\gamma'_{\rm f} + \xi) b h_0.$ 

依据图 5 对受拉纵筋应力合力作用点取矩可 得开裂截面压区边缘混凝土压应力为

$$\sigma_{\rm c} = \frac{M_{\rm k}}{\omega(\gamma'_{\rm f} + \xi)bh_0\eta h_0}.$$
 (3)

设 $v_{e}$ 混凝土弹性特征系数,考虑混凝土弹塑 性变形后的变形模量 $E'_{c2} = v_{e}E_{c2}$ ,这里 $E_{c2}$ 为梯 度受弯构件中普通混凝土弹性模量;将式(3)代 入压区混凝土应力应变关系 $\varepsilon_{e} = \sigma_{e}/E'_{e}$ ,同时引 入 $\psi_{e}$ 考虑混凝土应变不均匀性,则梯度混凝土受 弯构件压区边缘混凝土平均压应变 $\overline{\varepsilon_{e}}$ 可表达为

$$\overline{\varepsilon}_{c} = \frac{\psi_{c}M_{k}}{\omega(\gamma'_{f} + \xi)bh_{0}\eta h_{0}\upsilon_{c}E_{c2}}.$$
 (4)

引入受压区边缘混凝土平均应变综合系数  $w(x' + \xi) = m$ 

#### 2.3 压区边缘混凝土平均应变综合系数

由图 6 所示配筋梯度混凝土梁弯矩与压区边 缘混凝土平均应变的关系曲线可知:梁 B<sub>1</sub> 在 *M/M* <sub>u</sub>为 0.386~0.757 的范围内 $\overline{e}_e$  – *M* 呈线性关系,梁 B<sub>2</sub> 在 *M/M*<sub>u</sub>为 0.375~0.804 的范围内 $\overline{e}_e$  – *M* 呈线 性关系,梁 B<sub>3</sub> 在 *M/M*<sub>u</sub>为 0.361~0.812 的范围内  $\overline{e}_e$  – *M* 呈线性关系,梁 B<sub>4</sub> 在*M/M*<sub>u</sub>为 0.348~0.870 的范围内 $\overline{e}_e$  – *M* 呈线性关系,梁 B<sub>5</sub> 在 *M/M*<sub>u</sub> 为 0.415~0.815 的范围内 $\overline{e}_e$  – *M*呈线性关系.这里,*M*<sub>u</sub> 为梁的极限抗弯承载力,因此,*M/M*<sub>u</sub> 为无量纲.

可见,在正常使用阶段(0.6~0.8)  $M_{u}$ 配筋梯 度混凝土梁处于图 6 所示第二阶段工作,由于相对 受压区高度变化不大,压区边缘混凝土平均应变 $\overline{e}_{c}$ 与外载弯矩 M 为直线关系,即二者的斜率基本为 常数,由式(5)可知,在结构构件的截面尺寸、混凝 土强度等级、混凝土弹性模量等参数已知的条件 下, $\overline{e}_{c}$ -M 的关系直线斜率为受压区边缘混凝土平 均应变综合系数ζ,即在正常使用阶段的配筋梯度 混凝土受弯构件ζ为常数.

受压区边缘混凝土平均应变综合系数  $\zeta$  与外载 弯矩的试验结果见图 7, 与 $\overline{e}_e$  – M 关系曲线相同, M– $\zeta$ 实测关系曲线表明在如前所述的  $M/M_u$  范围内, 压 区边缘混凝土平均应变综合系数  $\zeta$  为常数.





 图 7 弯矩与压区边缘混凝土平均应变综合系数曲线 为确定配筋梯度混凝土受弯构件刚度表达 式,可依据试验结果可知,使用荷载下 α<sub>Es</sub>ρ/ζ 为 α<sub>Es</sub>ρ的线性函数,对试验结果的拟合见图 8,由此





#### 图 8 压区边缘混凝土平均应变综合系数拟合

由图 8 可知,依据试验结果得到 ζ 拟合曲线 关系,在现行相关标准的曲线下方,说明在相同配 筋率、相同截面的条件下,按现行规范公式得到的 计算结果偏大,也说明配筋梯度混凝土受弯构件 的刚度较相同条件下常规钢筋混凝土受弯构件刚 度大.这主要是由于压区配置高强混凝土的梯度 混凝土受弯构件在正常使用阶段截面压区混凝土 应力发展不甚饱满,且截面裂缝发生和发展较相 同条件下常规钢筋混凝土受弯构件趋缓.

在依据试验数据对压区边缘混凝土平均应变 综合系数 ζ进行拟合时,偏于保守地取了试验数 据的上包线.

3 刚度实用计算公式

#### 3.1 短期刚度

由于配筋梯度混凝土满足截面平均应变平截 面假定,可得截面曲率为

$$\phi = \frac{M_{\rm k}}{B_{\rm s}} = \frac{\varepsilon_{\rm s} + \varepsilon_{\rm c}}{h_0}.$$
 (7)

荷载标准组合下纵向受拉钢筋应力为  $\sigma_{sk} = M_k/(0.87A_sh_0), 可知受拉纵筋平均应力$  $为<math>\psi\sigma_{sk}, 纵向受拉钢筋平均应变 \varepsilon_s = \psi\sigma_{sk}/E_s, 结$  $合压区边缘混凝土平均应变 \varepsilon_s表达式(4), 代$ 入式(7), 经整理, 配筋梯度混凝土矩形截面受弯构件短期刚度为

$$B_{\rm s} = \frac{E_{\rm s}A_{\rm s}h_0^2}{1.15\psi + 0.044 + 6.098\alpha_{\rm Es}\rho}.$$
 (8)

根据所确定的短期刚度,依据最小刚度原则,可计算确定在荷载标准组合作用下梯度混 凝土受弯构件的挠度计算值.

#### 3.2 长期刚度

考虑到受压混凝土徐变、收缩等因素影响, 长期荷载作用下配筋梯度混凝土受弯构件的挠 度增长可采用挠度增大系数θ反映,根据已有试 验结果,单筋矩形截面、T 形截面和 I 形截面梁, θ可取为 2.0<sup>[4,7-8]</sup>.按现行规范<sup>[4]</sup>要求,梯度混 凝土受弯构件按荷载标准组合并考虑荷载长期 作用影响的刚度为

$$B = \frac{M_{\rm k}}{M_{\rm q}(\theta - 1) + M_{\rm k}} B_{\rm s}.$$
 (9)

式中 M 。为按荷载准永久组合计算的弯矩值.

### 4 结 论

1) 对配筋梯度混凝土梁压区边缘混凝土平 均应变进行分析, 在使用荷载作用下该类梁压 区边缘混凝土平均应变与外荷载呈线性关系.

2)基于试验结果,揭示了使用荷载作用下 梯度混凝土受弯构件压区边缘混凝土平均应变 综合系数为常数,提出计算公式.

3)结合构件截面曲率分析,提出梯度混凝土矩 形截面受弯构件短期刚度及长期刚度计算方法.

# 参考文献:

- [1] 周威. 梯度及预应力混凝土结构设计相关问题研究 [D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学博士后出站报告, 2010.
- [2] 郑文忠,周威,王英,等. 拉压区为异强混凝土的配筋 混凝土受弯结构构件:中国,ZL 200610009806.2 [P]. 2008-02-18.
- [3] ISKHAKOV I, RIBAKOV Y. A design method for twolayer beams consisting of normal and fibered high strength concrete [J]. Materials and Design, 2007, 28 (5): 1672-1677.
- [4] GB50010—2010 混凝土结构设计规范[S]. 北京:中 华人民共和国住房和城乡建设部,中华人民共和国 国家质量监督检验检疫总局,2010.
- [5] LORRAIN M, BOUKARI S, MAUREL O. Finite element analysis of high strength concrete beams: Modelling and validation [J]. Materials and Structures, 1999, 32 (220): 460-467.
- [6] LESLIE K E, RAJAGOPALAN K S, EVERARD N J. Flexural behavior behavior of high-strength concrete beams [J]. Journal of the American Concrete Institute, 1976, 73(9): 517-521.
- [7] 丁大钧,蒋永生,蓝宗建. 钢筋混凝土构件抗裂度裂 缝和刚度[M]. 南京:南京工学院出版社,1986.
- [8] PAULSON K A, NILSON A H, HOVER K C. Long-term deflection of high-strength concrete beams [J].
  ACI Materials Journal, 1991, 88(2): 197-206.

(编辑 赵丽莹)