## 考虑压滤效应饱和黏土压密注浆球孔扩张理论

邹 健1,2,张忠苗1,2

(1. 浙江大学 岩土工程研究所,310027 杭州,zjuzouj@163.com;2. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室,310027 杭州)

摘 要:为了研究压滤效应对压密注浆的影响,在考虑滤出水渗流和土体弹性变形耦合的基础上,推导出了考虑压滤效应时饱和黏土压密注浆球孔扩张的控制方程.并在不考虑土体渗透率变化的前提下,对该控制方程进行简化,得到径向应力和径向位移的表达式,该简化方法可较好地计算球孔扩张问题中径向应力和径向位移.与本文计算方法相比,传统的球孔扩张理论无法考虑压滤效应和有效应力比的影响,当有效应力比较小时(即浆液较稀),传统方法的误差较大.利用本文方法对压密注浆过程进行分析,结果表明:随着半径的增大,径向应力显著减小,随着有效应力比的减小,内侧土体的径向应力逐渐减小;有效应力比对内侧土体径向位移的影响不大,而随着有效应力比的减小,周围土体的径向位移逐渐增大.

关键词:压滤效应;饱和黏土;压密注浆;球孔扩张

中图分类号: TU472.6 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2011)12-0119-05

# Spherical cavity expansion theory of compaction grouting in saturated clay considering pressure filtration

ZOU Jian<sup>1,2</sup>, ZHANG Zhong-miao<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, 310027 Hangzhou, China, zjuzouj@ 163.com; 2. Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Ministry of Education, Zhejiang University, 310027 Hangzhou, China)

Abstract: The control equation of spherical cavity expansion theory of compaction grouting in saturated clay considering pressure filtration was derived to study the effect of pressure filtration on compaction grouting. Then the control equation was simplified to obtain the radial stress and radial deformation by assuming constant soil permeability, and the radial stress and radial deformation could be well calculated by simplified method. Compared with the theory in this paper, the traditional spherical cavity expansion theory can not consider the impact of effective stress ratio and pressure filtration, so that the lower effective stress ratio will lead to larger error. The results show that, with the increase of radius, the radial stress decreases notably. With the decrease of effective stress ratio, the radial stress of inner soil decreases and the radial deformation of surrounding soil increases. However, the effective stress ratio has little influence on the radial deformation of inner soil.

Key words: pressure filtration; saturated clay; compaction grouting; spherical cavity expansion

球孔扩张理论广泛应用于隧道、井筒、沉桩等问题的应力分析,国内外学者从不同角度对此作了研究<sup>[1-7]</sup>.在这些研究中,均使用注浆压力直接计算压密注浆过程中土体的变形,而忽略压密注浆过程中孔隙水的渗流.根据有效应力原理,注浆

压力为总应力,其中有效应力部分才能引起土体的变形,而孔隙水压力部分将引起孔隙水的渗流.

本文对黏土中压密注浆进行研究,并引入有效应力比(有效应力比总应力)的概念,将注浆压力明确划分为孔隙水压力和有效应力,并考虑到压滤效应的影响,对球孔扩张理论进行研究,并与传统球孔扩散理论进行对比分析.

收稿日期: 2010-09-25.

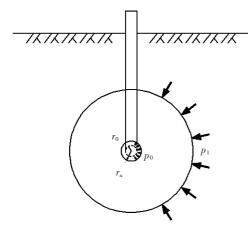
**作者简介:** 邹 健(1983—),男,博士研究生;

张忠苗(1961一),男,教授,博士生导师.

## 1 理论模型

· 120 ·

根据有效应力原理,总应力由有效应力和孔 隙水压力组成,其中有效应力引起土体的变形,而 孔隙水压力引起孔隙水的渗流.在饱和黏土中进 行压密注浆时,在均匀分布的孔隙水压力 p。的作 用下,浆液发生压滤效应,滤出水在土体中呈球状 渗透扩散,其理论模型见图 1(a).而在有效应力  $\sigma$ 。的作用下,土体将产生压缩,同时浆液的流动也 会对途经土体产生拖曳力作用,即渗透力,渗透力 将引起土体有效应力的增加,使土体产生变形,进 而改变了土体的渗透性,土体球孔扩张的理论模 型见图 1(b),其中 r。为注浆管半径, R 为注浆管 间距,  $p_0$ 为孔隙水压力  $p_0 = (1 - \alpha)\sigma$ ,  $\sigma$  为注浆 压力,α为有效应力比(取决于浆液与土体的性 质,浆液越稀,有效应力比越小,土体的孔隙越大, 有效应力比越小),  $p_1$  为原位土地下水压力, $\sigma_0$ 为有效应力 $\sigma_0 = -\alpha\sigma$ , $\sigma_1$ 为原位土有效应力, $f_i$ 为 渗透力.



(a) 球孔渗透扩散理论模型

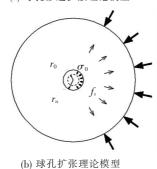


图 1 理论模型

## 2 基本假定

对黏土中压密注浆球孔扩散做如下假定:

1) 土体仅发生弹性变形,且弹性变形在应力 施加后立刻发生;

- 2) 初始状态下,土体为均质各向同性体;
- 3) 浆液和土颗粒不可压缩;
- 4) 小变形假定:
- 5) 忽略重力对渗流和土体压缩的影响;
- 6) 注浆过程中土体有效应力比不发生改变.
- 3 考虑压滤效应下饱和黏土压密注 浆球孔扩张理论

#### 3.1 滤出水的渗流

滤出水为牛顿流体,它在土体中的渗流满足达西定律

$$V = \frac{q}{A} = k' \left( -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} \right). \tag{1}$$

式中: q 为压滤量; A 为滤出水渗流过程中经过的任一球面,  $A = 4\pi r^2$ ; k' 为土体发生弹性变形后的渗透系数.

渗透系数与体积应变的关系可表示为[8]

$$k' = \frac{1}{1 + \varepsilon_V} \left( 1 + \frac{\varepsilon_V}{n_0} \right)^3 k. \tag{2}$$

式中: k 为初始渗透系数;  $n_0$  为初始孔隙度;  $\varepsilon_v$  为体积应变,  $\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_\phi$ , 对于球对称问题,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \varepsilon_\iota$ , 故  $\varepsilon_v = \varepsilon_r + 2\varepsilon_\iota$ , 多切向正应变.

由式(1)和(2)得

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = -\frac{q}{4\pi r^2 k'}.\tag{3}$$

由于滤出水的消散半径为注浆管间距 *R* 的一半,故有渗流边界条件为

$$\begin{cases} r = r_0, p = (1 - \alpha)\sigma; \\ r = \frac{1}{2}R, p = p_1. \end{cases}$$
 (4)

#### 3.2 土体的变形

球对称问题的平衡微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} + f_s = 0. \tag{5}$$

式中: $\sigma_{\iota}$ 为切向的正应力, $\sigma_{\theta} = \sigma_{\phi} = \sigma_{\iota}$ .

其中渗透力 $f_s = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = \frac{q}{4\pi r^2 k'}$ , 故平衡微分方

程可表示为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} + \frac{q}{4\pi r^2 k'} = 0, \qquad (6)$$

几何方程为

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \mathrm{d}u_r/\mathrm{d}r, \\ \varepsilon_r = u/r. \end{cases}$$
 (7)

式中 $u_r$ 为土体的径向位移.

土体的弹性本构方程为广义胡克定律,表达式为

$$\begin{cases} \varepsilon_{r} = \frac{1}{E} (\sigma_{r} - 2v\sigma_{t}), \\ \varepsilon_{t} = \frac{1}{E} [(1 - v)\sigma_{t} - v\sigma_{r}]. \end{cases}$$
 (8)

球孔扩张边界条件:

$$\begin{cases} r = r_0, \sigma_r = -\alpha \sigma + \sigma_1; \\ r = \frac{1}{2}R, u_r = 0. \end{cases}$$
 (9)

上述方程中,渗流微分方程(1)、平衡微分方程(6)、几何方程(7)、弹性本构方程(8)、渗透率与体积应变关系(2),以及渗流边界条件(4)和球孔扩张边界条件(9),共同构成了考虑压滤效应下饱和黏土压密注浆球孔扩张的控制方程.

#### 3.3 简化算法

若不考虑土体渗透率的变化,即k' = k,则式(3)为

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = -\frac{q}{4\pi k} \frac{1}{r^2}.\tag{10}$$

求解式(10),并根据渗流边界条件(4)得

$$p = \frac{(1-\alpha)\sigma - p_1}{1/r_0 - 2/R} \frac{1}{r} + p_1 - \frac{(1-\alpha)\sigma - p_1}{R/2r_0 - 1}.$$
(11)

故平衡微分方程可表示为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = \frac{C}{r^2}.$$
 (12)

其中:

$$C = -\frac{(1 - \alpha)\sigma - p_1}{1/r_0 - 2/R}.$$

联立式(7)、(8)和(12),并考虑球孔扩张边界条件(9),可求得径向应力及径向位移的表达式为

$$\sigma_r = \frac{C_1}{2r} - \frac{C_2}{r^3} + C_3. \tag{13}$$

$$u_{r} = \frac{1}{E} \left[ \frac{-2v^{2} + 1 - v}{4v} + \frac{1 + v}{2} \frac{C_{2}}{r^{2}} + (1 - 2v)rC_{3} \right].$$
(14)

苴中.

$$\begin{cases} C_1 = \frac{2v}{1-v} \frac{(1-\alpha)\sigma - p_1}{1/r_0 - 2/R}, \\ \\ C_2 = \frac{\left(-\frac{1+v}{v} + \frac{R}{r_0}\right)C_1 - 2R(-\alpha\sigma + \sigma_1)}{8\frac{1+v}{1-2v}\frac{1}{R^2} + 2\frac{R}{r_0^3}}, \\ \\ C_3 = -\alpha\sigma + \sigma_1 - \frac{C_1}{2r_0} + \frac{C_2}{r_0^3}. \end{cases}$$

## 4 传统球孔扩张理论

传统的球孔扩张理论不考虑渗透力的影响, 故平衡微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\iota}{r} = 0. \tag{15}$$

球孔扩张边界条件:

$$\begin{cases} r = r_0, \sigma_r = -\sigma + \sigma_1; \\ r = \frac{1}{2}R, u_r = 0. \end{cases}$$
 (16)

联立式(7)、(8)和(15),并考虑球孔扩张边界条件(16),可求得径向应力及径向位移的表达式为

$$\sigma_r = C_4 + C_5 r^{-3} \,, \tag{17}$$

$$u_r = \frac{1}{E} \left[ (1 - 2v) r C_4 - \frac{1 + v}{2} \frac{1}{r^2} C_5 \right].$$
 (18)

其中:

$$\begin{cases} C_4 = \frac{-\sigma + \sigma_1}{1 + \frac{1 - 2\upsilon}{4(1 + \upsilon)} \frac{R^3}{r_0^3}}, \\ C_5 = \frac{-\sigma + \sigma_1}{\frac{1 + \upsilon}{1 - 2\upsilon} \frac{4}{R^3} + \frac{1}{r_0^3}}. \end{cases}$$

与本文计算方法相比,传统的球孔扩张理论 认为注浆压力均为有效应力,无法考虑有效应力 比的影响,即传统的球孔扩张理论无法考虑浆液 浓度的影响.同时,传统球孔扩张理论无法考虑注 浆过程中的压滤效应,而室内试验表明,在黏土中 进行注浆,压滤效应的影响不容忽视<sup>[9]</sup>.

## 5 算 例

采用压密注浆对某黏土地基加固,地基地下水位为-1 m,黏土的密度为  $1.76 \times 10^3$  kg/m³,初始 孔隙度  $n_0$ =0.5,初始渗透系数 k= $10^{-10}$  m/s,弹性模量 E=20 MPa,泊松比 v=0.35,静止土压力系数  $K_0$ =0.55,注浆点深度为 5 m,注浆压力  $\sigma$ =1 MPa,注浆管半径 $r_0$ =10 cm,注浆管间距 R=2 m.根据本文考虑压滤效应下饱和黏土压密注浆球孔扩张理论的控制方程,利用 MATLAB 进行计算分析,并与传统球孔扩张理论进行对比分析.

#### 5.1 3种方法的对比

分别采用考虑压滤效应下压密注浆球孔扩张理论(简称本文方法)、简化算法及传统球孔扩张理论(简称传统方法)对不同有效应力比下的径向位移(r=r<sub>0</sub>)进行计算,结果见图 2.传统的球孔扩张理论由于无法考虑有效应力比的影响,有效应力比越小(即浆液越稀),传统方法与本文方法的偏差越大.简

化方法的计算结果与本文方法很接近,在实际工程中,可采用简化方法进行计算.

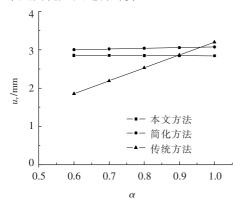


图 2 3 种方法所求的不同有效应力比下的径向位移 5.2 径向应力

不同有效应力比下,径向应力随半径变化规律见图 3.在相同的注浆压力(总应力)下,随着半径的增大,径向应力显著减小,在本文计算条件下,当半径>0.5 m时,径向应力基本等于该深度处土体的侧向土压力.同时,随着有效应力比的减小,内侧土体的径向应力逐渐减小.

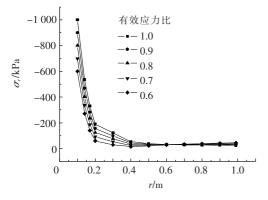


图 3 不同有效应力比下径向应力的分布

#### 5.3 径向位移

不同有效应力比下, 径向位移随半径变化规律见图 4.有效应力比对内侧土体径向位移影响不大, 随着有效应力比的减小, 周围土体  $(r_0 < r < \frac{1}{2}R)$  的径向位移逐渐增大.

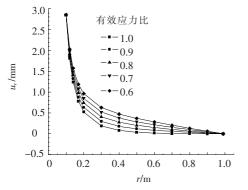


图 4 不同有效应力比下径向位移的分布

#### 5.4 孔隙水压力

不同有效应力比下,孔隙水压力随半径变化规律见图 5.随着有效应力比的增大,注浆点处孔隙水压力逐渐增大.孔隙水压力将随着扩散半径的增大而逐渐消散.

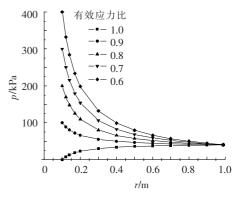


图 5 不同有效应力比下孔隙水压力的分布

#### 5.5 渗透系数

不同有效应力比下,渗透系数随半径变化规律见图 6.在球孔扩张过程中,土体的渗透系数变化不大,故在误差允许的条件下,可不考虑土体渗透率的变化进行简化计算.

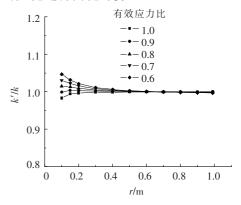


图 6 不同有效应力比下土体的渗透系数

## 6 结 论

- 1)在考虑滤出水渗流和土体弹性变形耦合的基础上,推导出考虑压滤效应下饱和黏土压密 注浆球孔扩张的控制方程.
- 2)与本文计算方法相比,传统的球孔扩张理论认为注浆压力均为有效应力,无法考虑有效应力比和压滤效应的影响,即传统的球孔扩张理论无法考虑浆液浓度的影响,故有效应力比越小(即浆液越稀),传统方法的误差越大.
- 3)在球孔扩张过程中,土体的渗透系数变化 不大,故本文通过假定土体渗透率的不变,对球孔 扩张问题的控制方程进行简化,并得到径向应力 和径向位移的表达式.该简化方法的误差较小,在 实际工程中,可用来计算球孔扩张过程中径向应

#### 力和径向位移.

- 4) 在相同的注浆压力(总应力)下,随着半径的增大,径向应力显著减小,在本文计算条件下,当半径>0.5 m时,径向应力基本等于该深度处土体的侧向土压力.同时,随着有效应力比的减小,内侧土体的径向应力逐渐减小.
- 5)有效应力比对内侧土体径向位移影响不大,随有效应力比减小,周围土体( $r_0 < r < \frac{1}{2}R$ )的径向位移逐渐增大.

## 参考文献:

- [1] RANDOLPH M F, CARTER J P, WROTH C P. Driven pile in clay the effect of installation and subsequent consolidation [J]. Geotechnique, 1979, 29(4):361-393.
- [2] SAGASETA C, HOULSBY G T, NORBURY J, et al. Quasi-static undrained expansion of a cylindrical cavity in clay in the presence of shaft friction and anisotropic initial stresses [R]. Oxford: University of Oxford, Department of Engineering Science, 1984.

# [3] CHOW Y K, TEH C I. A theoretical study of pile heave [J]. Geotechnique, 1990, 40(1):1-14.

- [4] MABSOUT M E, TASOULAS J L. A finite element model for the simulation of pile driving [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, 37:257-278.
- [5] 蒋明镜, 沈珠江. 考虑剪胀的弹脆塑性软化柱形孔扩 张问题[J]. 河海大学学报, 1996, 24(4):65-72.
- [6] YU H S, HOULSBY G T. Finite cavity expansion in dilatant soils: loading analysis [J]. Geotechnique, 1991, 41(2):173-183.
- [7] 汪鹏程, 朱向荣, 方鹏飞. 考虑土应变软化及剪胀特性的大应变球孔扩张的问题[J]. 水利学报, 2004 (9):78-82.
- [8] 冉启全, 李士伦. 流固祸合油藏数值模拟中物性参数 动态模型研究[J]. 石油勘探与开发, 1997, 24(3): 61-65.
- [9] 张忠苗, 邹健, 贺静漪, 等. 黏土中压密注浆及劈裂注浆室内模拟试验分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(12):1818-1824. (编辑 赵丽莹)

### (上接第95页)

- [ 10 ] POTHITOU P, VOUTSA D. Endocrine disrupting compounds in municipal and industrial wastewater treatment plants in Northern Greece [ J ]. Chemosphere, 2008, 7 3(11):1716-1723.
- [11] AHEL M, GIGER W, KOCH M. Behavior of alkylphenol polyethoxylate surfactants in the aquaric environment.1.occurrence and transformation in sewage-treatment[J]. Water Res, 1994,28(5):1131-1142.
- [12] 侯绍刚,孙红文. NPnEO 在中国北方四城市污水处理 厂的污染研究[J]. 环境科学研究, 2006,19:61-66.
- [ 13 ] MAGUIRE R J. Review of the persistence of nonylphenol and nonylphenol ethoxylates in aquatic environments [ J ]. Water Quality Research Journal of Canada, 1999, 34(1):37-78.
- [14] PLANAS C, GUADAYOL J M, DROGUET M. Degradation of polyethoxylated nonylphenols in a sewage treatment plant: quantitative analysis by isotopic dilution-HRGC/MS[J]. Water Res, 2002,36:982-988.
- [15] POTHITOU P, VOUTSA D. Endocrine disrupting compounds in municipal and industrial wastewater treatment plants in Northern Greece [J]. Chemosphere, 2008,73(11);1716-1723.
- [16] CESPEDES R. Chemical monitoring and occurrence of alkylphenols, alkylphenol ethoxylates, alcohol ethoxylates, phthalates and benzothiazoles in sewage treatment plants and receiving waters along the Ter River

- basin (Catalonia, N. E. Spain) [J]. Analytical and Bioanalytical Chemistry, 2006,385(6):992-1000.
- [ 17] MAGUIRE R J. Review of the persistence of nonylphenol and nonylphenol ethoxylates in aquatic environments[ J]. Water Quality Research Journal of Canada, 1999,34(1):37-78.
- [18] STASINAKIS A S. Occurrence and fate of endocrine disrupters in Greek sewage treatment plants [J]. Water Res., 2008,42(6/7);1796-1804.
- [19] FAUSER P, SÖRENSEN P B, CARLSEN L, et al. Phthalates and nonylphenols and LAS in Rosklide wastewater treatment plant. Fate and modelling based on measured concentrations in wastewater and sludge [R]. [S.l.]; NERI, 2001;354.
- [20] HEIDLER J, HALDEN R U. Mass balance assessment of triclosan removal during conventional sewage treatment [J]. Chemosphere, 2007,66: 362-369.
- [21] LOYO-ROSALES J E, RICE C P, TORRENTS A. Fate of octyl- and nonylphenol ethoxylates and some carboxylated derivatives in three American wastewater treatment plants[J]. Environ Sci & Technol, 2007,41 (19):6815-6821.
- [22] ANTONIO D C, ROMINA V. Occurrence and abundance of dicarboxylated metabolites of nonylphenol polyethoxylate surfactants in treated sewages[J]. Environ Sci & Technol, 2000,34:914-919.

(编辑 刘 形)