# 振动对弹载 SAR 中心运动参数影响研究

孟京

(中国运载火箭技术研究院, 100076 北京, mingjing31466@ yahoo.com.cn)

摘 要:为了对导弹的杆臂效应进行分析,在考虑弹载 SAR 导弹费效比的前提下,设计 SAR 平台不带有惯导设备,考虑直接利用弹上惯组输出的运动参数信息,通过计算分析得到 SAR 天线中心实际的运动信息,用于 SAR 天线中心的运动补偿.建立了考虑振动和杆臂效应影响的惯导到天线中心的运动传递关系,并根据 给出的典型弹道和振动情况进行仿真验证分析.

关键词: SAR;振动分析;杆臂效应;传递函数

中图分类号: V414.3+3 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2011)12-0138-05

# Influence of vibration on missile-borne SAR motion parameters

#### MENG Jing

(China Academy of Launch Vehicle Technology, 100076 Beijing, China, mingjing31466@ yahoo.com.cn)

Abstract: To study the lever-arm effects of missile, considering the missile missile-borne SAR under the premise of cost-effective, and the direct use of the motion parameters output from missile's IMU, this paper designed SAR platforms without INS equipment, and got the actual SAR antenna center movement information, which was used to the SAR antenna center movement compensation. The motion transfer relationship of initial navigation to the antennary center was built up by considering of the vibration and lever-arm effects, and simulation analysis of validation was made.

Key words: SAR; vibration analysis; lever-arm effect; transfer function

SAR(合成孔径雷达)是一种主动式微波成像 传感器,可在能见度极差的气象条件下得到高分 辨率雷达图像,具有全天候的工作能力,且有远距 离、宽绘制、多极化、多频段、视角可变、有穿透性 等特点,这大大地提高雷达的信息获取能力,特别 是战场感知能力,因而被广泛应用在经济、军事和 科学研究领域<sup>[1]</sup>.将 SAR 技术应用于主动雷达导 引头<sup>[2]</sup>,可有效提高导引头的自主性和抗干扰能 力.目前 SAR 在星载和机载上得到了广泛的应 用,随着电子信息技术的发展,弹载 SAR 的研究 也越来越受到重视,成为 SAR 技术应用的又一重 要方面.

SAR 要求成像期间天线保持匀速直线运动, 而导弹飞行过程中由于存在多种扰动因素无法满 足此要求,故需采取相应措施予以保证成像质量. 导弹本身一般带有惯导系统,可输出惯组中心的 位置、速度、姿态及角速度等运动参数,但由于导 弹自身惯组的安装位置与天线相位中心并不重 合,即存在一定的距离(杆臂),会产生杆臂效应, 且导弹由于受到力学环境等方面的影响产生弯曲 和振动,因此导弹惯组输出的运动参数并不能代 表天线波束中心的运动参数.本研究在 SAR 自身 不能输出位置、速度、姿态信息的情况下,利用弹 上惯导输出的导航参数较准确地获得 SAR 天线 波束中心的运动参数,通过建立由惯导到 SAR 天 线相位中心的运动传递关系,推算 SAR 天线相位 中心的运动参数,为运动补偿提供数据.

1 运动传递分析

如果不考虑任何影响因素,将弹体按刚性体

进行分析,则天线位置和惯导位置的加速度是一样的.由几何关系可直接从惯组输出的信息得到 天线中心的运动信息.但是由于弹体的振动和杆 臂效应等因素的影响,导弹的天线中心的位置信 息会发生改变.

弹体的弹性振动不仅会给天线波束中心带来 位置误差,还会产生姿态的影响.姿态的变化会影 响天线波束的指向,位置误差主要影响天线相位 中心到目标的距离.由于安装在导弹上的惯导中 心与 SAR 中心具有一定的距离,导弹转动时,由 于科氏力的影响,会使惯导中心与 SAR 中心存在 杆臂效应现象.

2 传递模型的建立

### 2.1 振动对传递关系的影响

研究弹体振动对 SAR 中心运动参数的影响, 就需要对其结构振动进行分析,通过建立弹体的 有限元模型,基于输入加速度谱形式,计算其结构 随机振动响应.

2.1.1 有限元分析

为计算弹体振动响应,将弹体等效为变截面 梁模型,采用有限元计算方法建立梁的弹性振动 方程.根据相似原理,只要参数选择适当,等效模 型与实际结构表现出的振动特性可达到一致.对 于从惯组安装面到弹头这部分结构,可将其等效 为变截面悬臂梁结构.

将悬臂梁划分为若干个单元,每个梁单元具 有不同的力学特性,弹体结构和内部质量按分布 质量处理,惯组、天线等可按集中质量处理.

每个单元的动力学方程为

$$M^{e}\hat{\delta}^{e} + C^{e}\hat{\delta}^{e} + K^{e}\delta^{e} = f$$

按有限元的集合方法,最终得到整体动力方程为

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = f$$

式中 M<sup>e</sup>、C<sup>e</sup>、K<sup>e</sup> 分别为单元的质量矩阵、阻尼矩 阵和刚度矩阵.如 C=0,f=0,则上式为自由无阻 尼振动方程,可以得到结构的无阻尼振动的频率 和振型;若f是时间 t 的周期函数,则一般只需要 计算稳态响应;但如f是任意函数,则应考虑初始 条件进行瞬态响应分析.

由于影响结构阻尼的因素甚为复杂,一般可 采用如下公式确定阻尼矩阵:



其中 $\omega_i$ 为第i阶自振频率, $\xi_i$ 为第i阶正规坐标 振型阻尼比.

这样由等效的有限元模型给出的天线位置处 的振动位移函数是

$$\{u(t)\} = \sum_{i=1}^{n} \{\phi_i\} q_i(t)$$

其中:  $\{u(t)\}$  为节点各自由度位移向量形式,  $\{\phi_i\}$  为模态振型,  $q_i(t)$  为时域的模态坐标.

由振动引起的天线位置在弹体坐标系下绕剖 面的转角为

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=l} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{d} \Phi_{i}(x)}{\mathrm{d} x}\Big|_{x=l} q_{i}(t) = \theta_{zl}.$$

2.1.2 结构振动传递函数计算

当输入是力、输出是位移时,在频域内,导弹 各节点振动位移、输入力的 Fourier 变换与系统频 响函数之间的关系如下所示:

$$[a]_{n \times 1} = [H]_{n \times n} [F]_{n \times 1}.$$

式中下标 n 是导弹的有限元自由度数.上式中各物理量之间的关系是在基础激励情况下得到的. 其中, [H] 是导弹系统的频率响应矩阵; [a] 为各节点各自由度位移输出的 Fourier 变换形式; [F] 为各节点各自由度输入力 Fourier 变换形式.

同理根据微分及 Fourier 变换相关原理,得到 输入力、输出速度和输出加速度的相关变换关系 如下所示:

$$\left[a\right]_{n\times 1}=j\omega\left[H\right]_{n\times n}\left[F\right]_{n\times 1},$$

 $[\ddot{a}]_{n\times 1} = (j\omega)^2 [H]_{n\times n} [F]_{n\times 1}.$ 

这样可以给出天线中心、惯导处6自由度结构振动位移传递函数形式如下:

$\begin{bmatrix} u_j \end{bmatrix}$		$h_{11}$	0	0	0	0	0 ]	$\begin{bmatrix} u_i \end{bmatrix}$
$v_{j}$	=	0	$h_{22}$	0	0	0	0	$v_i$
$w_{j}$		0	0	$h_{33}$	0	0	0	$w_i$
$\theta_{jx}$		0	0	0	$h_{ m 44}$	0	0	$ \theta_{ix} $
$\theta_{jy}$		0	0	0	0	$h_{55}$	0	$ \theta_{iy} $
$ heta_{_{jz}}$		0	0	0	0	0	$h_{66}$	$ heta_{iz}$

其中 $h_{11}$ , $h_{22}$ , $h_{33}$ , $h_{44}$ , $h_{55}$ , $h_{66}$ 分别为3个方向线位移和角位移的传递频域函数.

## 2.2 杆臂效应的计算

惯导中心与天线中心位置如图 1 所示.图中,  $O_{n}X_{i}Y_{i}Z_{i}$ 是发射惯性系; $Ox_{1}y_{1}z_{1}$ 是体系.由图中的 关系可得,天线中心在考虑天线振动时的位置相 对于发惯系位置矢量是  $R_{p}=R_{0}+r_{b}$ .则对上式两边 求微分有

$$\dot{\boldsymbol{R}}_{p}^{i} = \dot{\boldsymbol{R}}_{0}^{i} + \dot{\boldsymbol{r}}_{b}^{e} + \boldsymbol{\omega}_{op} \times \dot{\boldsymbol{r}}_{b}$$

式中: $\dot{R}_{\mu}$ 为 $R_{\mu}$ 在惯性坐标系内的微分; $\dot{R}_{0}^{i}$ 为 $R_{0}$ 

在惯性坐标系内的微分; $r_b^*$ 为 $r_b$ 在弹体坐标系内的微分; $\omega_{on}$ 为弹体坐标系相对于惯性坐标系的旋转角速度.可得p点在惯性坐标系下的加速度为

$$\ddot{\mathbf{R}}_{p}^{i} = \ddot{\mathbf{R}}_{0}^{i} + \ddot{\mathbf{r}}_{b}^{e} + 2\boldsymbol{\omega}_{on} \times \mathbf{r}_{b}^{e} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{on}^{i} \times \mathbf{r}_{b} + \mathbf{\omega}_{on} \times (\mathbf{\omega}_{on} \times \mathbf{r}_{b}).$$

#### 图1 杆臂效应示意

由于震动等因素影响,*r<sup>\*</sup><sub>b</sub>*≠0,*i<sup>\*</sup><sub>b</sub>*≠0,该式后3 项表示在考虑振动影响下的杆臂效应加速度.

考虑振动的影响,天线中心处的杆臂速度公 式中还需要叠加天线处振动所产生的角速度,即 杆臂效应速度公式如下:

 $\boldsymbol{V}_{r}^{b} = (\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} + \boldsymbol{\omega}_{g}) \times \boldsymbol{r}_{b}.$ 

式中,矢量可以在方便分解的坐标系中进行分解, 可得在计算坐标系下的具体形式.

## 2.3 传递模型的建立

将杆臂效应代入传递模型的计算中,可得到 导弹在弹性振动和杆臂效应影响下的传递方程. 给定外激励模型,计算出导弹 SAR 天线中心相对

 $\boldsymbol{C}_{n}^{b} = \begin{pmatrix} \cos \gamma \cos \psi - \sin \gamma \sin \theta \sin \phi \\ - \cos \theta \sin \psi \end{pmatrix}$ 

 $sin \gamma cos \psi + cos \gamma sin \theta sin \psi$ 导航系到天线浮动坐标系的转化关系为

$$C_n^f = C_b^f C_n^b.$$

则由惯导输出数据得到天线的姿态角为

$$\theta_t = \sin^{-1} \left[ C_f^n(3,2) \right],$$

$$\boldsymbol{\gamma}_t = \tan^{-1} \left\lfloor - C_f^n(3, 1) / C_f^n(3, 3) \right\rfloor,$$

$$\psi_t = \tan^{-1} [-C_f^n(1,2)/C_f^n(2,2)].$$

如果振动产生的姿态角度很小,则可线性化 处理,此时天线中心姿态可写为

 $\theta_{\iota} = \theta_{g} + \theta_{x}, \gamma_{\iota} = \gamma_{g} + \theta_{y}, \psi_{\iota} = \psi_{g} + \theta_{z}.$ 

这样,就给出了考虑弹体振动及杆臂效应影响的惯导到天线中心的运动参数信息传递关系.

3 仿真分析

仿真过程如图 2 所示.根据前面给出惯组到 天线的运动传递关系,计算得到在杆臂效应和振 动影响下天线处的运动信息.给定计算输入的振 于惯组的位置信息(弹体坐标系下)为

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{u}(\boldsymbol{l}, \boldsymbol{t}).$$

其中 **u**(*l*,*t*) 表示振动引起位置变化在体系下分量,*l*为惯组到天线中心的距离.

天线中心的速度(弹体坐标系下)为

$$\boldsymbol{v}_t^b = \boldsymbol{v}_{gz}^b + \boldsymbol{v}_{gb} + \boldsymbol{u}(l,t).$$

其中,**v**<sup>b</sup><sub>g</sub>为惯导中心的速度,**v**<sub>gb</sub>为杆臂效应速度, **i**(*l*,*t*)为计算出的振动速度值.则,天线中心相对 于惯组的加速度之差为

$$\boldsymbol{a}_{o} = \boldsymbol{a}_{r}^{b} + \boldsymbol{\ddot{u}}(l,t).$$

式中 $\mathbf{u}(l,t)$ 为振动计算得到的加速度, $\mathbf{a}_{b}'$ 为杆臂 效应加速度.

天线相位中心的姿态信息由惯组输出的姿态信息和振动计算出的姿态信息组合得到.由 惯导信息和振动分析结果计算天线中心的姿态信息过程如下:由振动分析结果得到天线中 心由振动产生相对弹体坐标系的角位移为 $\theta_x$ 、  $\theta_y$ 和 $\theta_z$ ,则振动的浮动坐标系同弹体坐标系之 间的转换关系为

$$\boldsymbol{C}_{b}^{f} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{y} & 0 & -\sin \theta_{y} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_{y} & 0 & \cos \theta_{y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{x} & \sin \theta_{x} \\ 0 & -\sin \theta_{x} & \cos \theta_{x} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \cos \theta_{z} & \sin \theta_{z} & 0 \\ -\sin \theta_{z} & \cos \theta_{z} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

而弹体系到导航系的转换矩阵为



#### 图 2 仿真流程

设结构振动的初始位移、速度大小均为零,计 算给出惯导、天线处各自由度的加速度传递关系, 如图 4~5 所示.由图可知,在导弹相对自由度固 有频率处出现谐振峰值.

设导弹结构振动位移、速度的初始条件为零, 根据前面所得结论,求得惯导、天线处6个自由度 振动位移、速度的均方根值,如图6~7所示.



图 6 导弹各节点位移均方根值 图 6~7 是导弹随机振动所得的各个节点的 位移、速度均方根值.1~6表示惯导处振动各自由 度物理量均方根值,而13~18表示天线处振动各 自由度物理量均方根值.由图可见,绕轴向转动的 物理量的均方根值非常小,几乎可以忽略,这是因 为绕轴没有扭转载荷.



图 7 导弹各节点速度均方根值

给定导弹轨迹是一平飞段和向下俯冲段,弹 道末端时,导弹姿态变化很大,俯仰角由 0°变化 到 80°.在惯组解算时,在发射惯性系下进行解算, 考虑地球转速,加表常值漂移为10<sup>-4</sup>g,随机漂移 为 10<sup>-5</sup>g;陀螺常值漂移为每小时 0.01°,随机漂 移为每小时 0.001°,地球半径取6 378.137 km,重 力加速度取 9.81 m/s<sup>2</sup>,则给出天线中心相对于惯 导中心的速度之差曲线(弹体坐标系下)如图 8 所示,天线中心的速度曲线(发射惯性坐标系)如 图 9 所示.



图 8 天线中心相对于惯组输出的速度之差曲线

振动分析计算得到姿态信息给出为绕 y 轴、z 轴(弹体坐标系下)都为 5×10<sup>-6</sup>rad,计算得到天 线中心的姿态位置处的姿态角曲线如图 10 所示.

由仿真结果可以看出,振动对天线中心的姿态角影响不大,但是振动的姿态角加速度相对较大,由于其频率较高,使得姿态变化并不大,在

10<sup>-4</sup>度以下.杆臂效应的大小受姿态运动影响较 大.由于杆臂速度的影响,天线中心的速度信息受 杆臂效应影响较大,这是由于振动的角速度在杆 臂效应中也起一定的作用.

由于振动位移不大,所以天线中心相对于惯 组在弹体坐标系下的位置信息变化不是很大,计 算得到结果在 10<sup>-5</sup> m 量级以下.



4 结 论

1)导弹惯导天线处传递函数的求取是在结构模态分析和频响函数求取基础之上得到的.

2)在振动计算所得数据中,位移、速度和加速度的均方根数值均较小,振动频率较高,就数值 大小而言,加速度均方根值最大,速度次之,位移最小.

3)导弹试验件计算出来的振动产生的姿态 角度变化很小,结果叠加到天线位置后其姿态角 信息变化不大.由于杆臂效应是由导弹的旋转运 动产生的,在导弹相对发射惯性系(导航系)姿态 变化不大时杆臂效应很小.如姿态变化比较剧烈, 此时杆臂效应较明显.考虑振动的影响,在给定的 弹道和姿态运动条件下杆臂加速度能达到 0.09 m/s<sup>2</sup>,杆臂速度能达到0.09 m/s.综合导弹 惯导到天线中心的运动传递,考虑振动和杆臂效 应因素,其位移相对惯导变化不大,速度之差主要 体现在杆臂速度影响上,而加速度主要体现在振 动上.

本文的后续工作是研究得到更为精确的导弹 振动计算模型,能实时对导弹的 SAR 中心运动信 息进行计算分析.

# 参考文献:

- [1] 秦玉亮,王建涛,王宏强,等. 弹载合成孔径雷达技术 研究综述[J].信号处理,2009,25(4):630-634.
- [2] 高烽.合成孔径雷达导引头技术[J].制导与引信, 2004,25(1):1-4.
- [3] 燕英,周荫清,李春生,等.弹载合成孔径雷达成像处 理及定位误差分析[J].电子与信息学报,2002,24 (12):1932-1938.
- [4] 徐孝诚, 王成华, 韩增尧. 再入飞行器复杂结构随机 振动响应分析研究[J]. 强度与环境, 2002, 29(3):1-4.
- [5] ZHANG Y H, LI Q S, LIN J H, et al. Random vibration analysis of long-span structures subjected to spatially varying ground motions [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009,7(12):620-629.
- [6] GAO Wei, ZHANG Nong, JI Jinchen. A new method for random vibration analysis of stochastic truss structures
   [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2009, 22 (17):190–199.
- [7] ZHANG Youwei, LIN Jiahao, ZHAO Yan. Symple random vibration analysis of a vehicle moving on an infinitely long periodic track [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010,43(12):4440-4454.
- [8] LI Zhimin, ZHAO Yan, WANG Jinan. Rapid transfer alignment about lever arm and fix error angle[J].Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(5):553-555.
- [9] GAO Qingwei, ZHAO Guorong, WANG Xibin. Transfer alignment error compensator design for flexure and leverarm effect[J]. Industrial Electronics and Applications, 2009,12(2): 1819-1822.
- [10] POIRION F, SOIZE C. Monte carlo construction of karhunen loeve expansion for non-gaussian random fields [C]// Engineering Mechanics Conference. Baltimore, MD:[s.n.], 1999: 13-16.
- [11] NEWLAND D E. An introduction to random vibrations, spectral & wavelet analysis [M].[S.l.]:Dover Publications Inc, 2005:35-40. (编辑 张 宏)