第44卷 第1期
2012年1月
哈尔滨工业大学学报
JOURNAL OF HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY
Vol. 44 No. 1
Jan. 2012

非线性系统的多模型鲁棒控制器设计

刘 斌[1,2]，王常虹[1]，李 伟[1]，刘彦昌[2]，徐晓宇[3]

（1. 哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心，150080 哈尔滨，cwang@ hit. edu. cn；2. 东北石油大学 电气信息工程学院，163318 黑龙江 大庆；3. 大庆油田有限责任公司采油工程研究院，163453 黑龙江 大庆）

摘 要：在互质分解框架下，定义了闭环系统中算子的图及其鲁棒边界的概念，并给出了反馈系统稳定的充要条件. 通过对非线性系统中多个平衡点的线性化模型进行最优鲁棒控制器设计，使之具有最大的广义稳定裕度. 将各线性闭环系统的鲁棒稳定边界用于对子控制器输出信号的加权，从而得到全局控制器的输出. 仿真实验表明，该方法不仅可以较好地跟踪设定值，而且具有较强的抗干扰能力.

关键词：最优鲁棒控制；非线性系统；互质分解；鲁棒稳定边界

中图分类号：TP271 **文献标志码**：A **文章编号**：0367 - 6234(2012)01 - 0031 - 05

Multi-model robust control of nonlinear systems

LIU Bin[1,2]，WANG Chang-hong[1]，LI Wei[1]，LIU Yan-chang[2]，XU Xiao-yu[3]

（1. Space Control and Inertial Technology Research Center，Harbin Institute of Technology，150001 Harbin，China，cwang@ hit. edu. cn；2. Electrical and Information Engineering College，Northeast Petroleum University，163318 Heilongjiang Daqing，China；3. Production Engineering & Research Institute of Daqing Oilfield Ltd.，163453 Heilongjiang Daqing，China）

Abstract：The graph of operator in closed-loop system and the robust stability margin are defined in the frame of the coprime factorization，and the sufficient and necessary conditions for feedback system are given by the graph of the plant and the inverse graph of the controller. A new multi-linear model approach is used to control a strongly nonlinear system，and reasonable operation points for nonlinear system are selected to design the corresponding optimal robust compensator with the largest generalized stability margin. Then the global robust controller is built from a weighted combination of local controllers whose outputs are weighted by the functions of generalized robust margin. The designed control system has good performance and robust stability for nonlinear system.

Key words：optimal robust control；nonlinear system；coprime factorization；robust stability margin

就线性系统而言，设计一控制器使之满足一定的性能指标和鲁棒性，其方法已趋于完善. 相比之下，非线性系统的控制器设计大多停留在理论研究和仿真实验上. 由于反馈本身就具有一定的线性化作用，因此非线性系统不一定必须用非线性控制器来控制. 那么如何将这些线性控制器的设计方法应用于非线性系统的控制，一直是该领域的研究难点和热点. 其中变增益控制和自适应控制是两种经常采用的方法[1-2]. 另一种行之有效的非线性控制方法是多模型控制[3]，并已广泛地应用于自适应控制方案中，且在实际应用中取得了明显的效果[4-5]. 该方法主要是将非线性系统中的平衡点进行线性化，从而用这些线性模型的组合来表示非线性系统. 然后采用线性加权的形式将这些线性控制器组合起来作为非线性系统的控制器[6]. 这就存在 1 个问题，即在什么条件下，这些线性控制器的组合可以有效地控制非线性系统. 针对于此，本文提出了一种基于最优鲁棒控制的多模型控制方案. 文中首先应用系统中算子的图（Graph）定义了鲁棒边界的概念，即广义的稳定裕度. 在互质分解的框架下，提出了一种基

收稿日期：2010 - 09 - 16.
基金项目：黑龙江省青年科学基金资助项目（QC2011C043）；黑龙江省教育厅科学技术资助项目（12511015，12511002）.
作者简介：刘 斌（1981—），男，博士研究生；
王常虹（1961—），男，教授，博士生导师.

于最大鲁棒边界加权的非线性控制器设计方法.

1　闭环系统中算子的图及其不确定性描述

1.1　闭环系统中算子的图

考虑如图 1 所示的反馈系统结构,将其记为 $[\boldsymbol{P},\boldsymbol{C}]$,其中 $\boldsymbol{P} \in \Theta^{n\times m}$,$\boldsymbol{C} \in \Theta^{m\times n}$,$\Theta^{i\times j}$ 表示具有 j 个输入 i 个输出的系统集合. 将图 1 中的系统 $\boldsymbol{P}$ 视为 1 个算子,即 $\boldsymbol{P}: \Phi_P \subset \Xi \to \Psi$, 其中 $\Phi_P := \{\boldsymbol{u} \in \Xi : \boldsymbol{Pu} \in \Psi\}$ 为 $\boldsymbol{P}$ 的定义域,Ξ、Ψ 分别是输入子空间和输出子空间. 文中假设所有的信号空间均为 Hilbert 空间 H_2. 类似地,控制器 $\boldsymbol{C}$ 也可视为算子,即

$$\boldsymbol{C}: \Phi_C \subset \Psi \to \Xi.$$

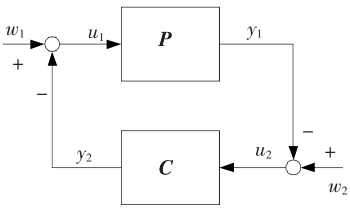


图 1　标准的反馈系统结构

定义 1　系统 $\boldsymbol{P}$ 的图定义为

$$\Gamma_P \triangleq \left\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{Pu}\end{bmatrix}: \boldsymbol{u} \in \Phi_P\right\} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_m\\ \boldsymbol{P}\end{bmatrix}\Phi_P \subset \Xi \oplus \Psi.$$

类似地,控制器 $\boldsymbol{C}$ 的图可写为

$$\Gamma_C \triangleq \left\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{Cu}\end{bmatrix}: \boldsymbol{u} \in \Phi_C\right\} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_n\\ \boldsymbol{C}\end{bmatrix}\Phi_C \subset \Psi \oplus \Xi.$$

定义 2　控制器 $\boldsymbol{C}$ 的逆图(Inverse Graph)定义为

$$\Gamma_C^I \triangleq \left\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{Cu}\\ \boldsymbol{u}\end{bmatrix}: \boldsymbol{u} \in \Phi_C\right\} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{C}\\ \boldsymbol{I}_n\end{bmatrix}\Phi_C \subset \Xi \oplus \Psi.$$

由环理论可知,任何 1 个实有理矩阵在稳定的实有理函数环上都可进行右互质分解和左互质分解.

引理 1[7]　如果传递函数矩阵 $\boldsymbol{P}$ 具有右(左)互质分解,那么它是可镇定的. 同时,$\boldsymbol{P}$ 的任一镇定控制器 $\boldsymbol{C}$ 具有左(右) 互质分解.

引理 2[7]　任一 $\boldsymbol{P} \in M(R(s))$ 都是可镇定的,而且,它的任一镇定控制器 $\boldsymbol{C}$ 具有左互质分解和右互质分解,其中 $M(R(s))$ 表示实有理函数矩阵的集合.

若 $(\boldsymbol{D}_P,\boldsymbol{N}_P)$,$(\tilde{\boldsymbol{N}}_P,\tilde{\boldsymbol{D}}_P)$,$(\boldsymbol{D}_C,\boldsymbol{N}_C)$,$(\tilde{\boldsymbol{N}}_C,\tilde{\boldsymbol{D}}_C)$ 分别表示系统 $\boldsymbol{P}$ 和控制器 $\boldsymbol{C}$ 的右互质分解和左互质分解,则有

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{N}_P\boldsymbol{D}_P^{-1} = \tilde{\boldsymbol{D}}_P^{-1}\tilde{\boldsymbol{N}}_P,$$
$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{N}_C\boldsymbol{D}_C^{-1} = \tilde{\boldsymbol{D}}_C^{-1}\tilde{\boldsymbol{N}}_C.$$

定义

$$\boldsymbol{G}_P \triangleq [\boldsymbol{D}_P \quad \boldsymbol{N}_P]^{\mathrm{T}},\tilde{\boldsymbol{G}}_P \triangleq [-\tilde{\boldsymbol{N}}_P \quad \tilde{\boldsymbol{D}}_P],$$
$$\boldsymbol{G}_C \triangleq [\boldsymbol{N}_C \quad \boldsymbol{D}_C]^{\mathrm{T}},\tilde{\boldsymbol{G}}_C \triangleq [\tilde{\boldsymbol{D}}_C \quad -\tilde{\boldsymbol{N}}_C].$$

显然,$\tilde{\boldsymbol{G}}_P\boldsymbol{G}_P = \tilde{\boldsymbol{G}}_C\boldsymbol{G}_C = 0$, 且 $[\boldsymbol{G}_P \quad \tilde{\boldsymbol{G}}_P^*]$ 和 $[\boldsymbol{G}_C \quad \tilde{\boldsymbol{G}}_C^*]$ 均为酉阵.

引理 3[8]　若 $\boldsymbol{P} \in \Theta^{n\times m}$,且 $(\boldsymbol{N}_P,\boldsymbol{D}_P)$ 为 $\boldsymbol{P}$ 的 1 个右互质分解,那么 $\boldsymbol{P}$ 的图可记为

$$\Gamma_P = \begin{pmatrix}\boldsymbol{D}_P\\ \boldsymbol{N}_P\end{pmatrix}\Phi_P = \boldsymbol{G}_P\Phi_P.$$

引理 3 表明,系统 $\boldsymbol{P}$ 的图可以通过其任一右互质分解 $(\boldsymbol{D}_P,\boldsymbol{N}_P)$ 参数化. 类似地,控制器 $\boldsymbol{C}$ 的逆图可简记为

$$\Gamma_C^I = \begin{pmatrix}\boldsymbol{N}_C\\ \boldsymbol{D}_C\end{pmatrix}\Phi_C = \boldsymbol{G}_C\Phi_C.$$

1.2　Graph 不确定性描述

绝大多数控制系统设计方法基于被控对象的数学模型,但是模型与实际系统之间的关系是十分微妙的,也是十分复杂的. 在建模以及模型简化的过程中,模型与实际系统之间不可避免地存在误差. 因此,在保证环系统稳定的前提下,研究被控对象和与之相应的控制器之间的不确定性是十分必要的. 目前通常采用的不确定性描述方式包括加性不确定性、乘性不确定性以及互质因子不确定性[9]. 本文提出了一种间隙(Gap)度量下新的不确定性描述方法——Graph 不确定性.

定义 3　设 G_P 和 $G_{P'}$ 分别表示系统 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{P}'$ 的 Graph, 那么 Graph 不确定性可描述为 $\Delta_g = \delta(\Gamma_P,\Gamma_{P'})$. 其中 $\delta(\Gamma_P,\Gamma_{P'})$ 表示 Γ_P 和 $\Gamma_{P'}$ 之间的 Gap.

由定义 3 知 $\Delta_g = \|\Pi_P - \Pi_{P'}\|_\infty$. 其中, $\Pi_P(\Pi_{P'})$ 表示沿 $\Gamma_{P'}(\Gamma_P)$ 向 $\Gamma_P(\Gamma_{P'})$ 的正交投影. 而且,$\delta(\Gamma_P,\Gamma_{P'}) = 0$ 当且仅当 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}'$. 为了计算 Graph 不确定性,需要首先知道 Π_P 的表达式,Zhu 等[10] 给出了与之相关的结果. 另外一种计算 Gap 度量的方法可以参考文献[11]. 而且,本文定义的 Graph 不确定性与互质因子不确定是等价的. 基于 Graph 不确定性的系统集合可描述为

$$B_g(\boldsymbol{P},r) = \{\boldsymbol{P}': \delta(\Gamma_P,\Gamma_{P'}) \leqslant r\}.$$

其中: $\boldsymbol{P}$ 为名义系统;r 为不确定半径,取值范围为 $0 \leqslant r \leqslant 1$.

2　最优鲁棒控制

反馈控制最大的优点就是可以有效地处理闭环系统中产生的不确定性. 系统的鲁棒性指的是在不影响闭环系统内稳定的前提下,反馈系统能处理最大不确定性的能力. 目前,表征系统鲁棒性

常用的指标是系统对噪声和干扰的灵敏度函数. 考虑如图 1 所示的闭环系统,其中 $\boldsymbol{u}_1$ 和 $\boldsymbol{y}_1$ 分别是系统 $\boldsymbol{P}$ 的输入和输出,$\boldsymbol{w}_1$ 和 $\boldsymbol{w}_2$ 可视为加在 $\boldsymbol{P}$ 上的噪声和干扰,它们之间的关系式如下所示:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_1\\ \boldsymbol{y}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{CP})^{-1} & -(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{CP})^{-1}\boldsymbol{C}\\ \boldsymbol{P}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{CP})^{-1} & -\boldsymbol{P}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{CP})^{-1}\boldsymbol{C}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_1\\ \boldsymbol{w}_2\end{bmatrix}, \tag{1}$$

或是写为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_1\\ \boldsymbol{y}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{P}\end{bmatrix}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{CP})^{-1}[\boldsymbol{I}\quad -\boldsymbol{C}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_1\\ \boldsymbol{w}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{H}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{C})\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_1\\ \boldsymbol{w}_2\end{bmatrix}. \tag{2}$$

定义 $\Delta(\boldsymbol{P},\boldsymbol{C})=\tilde{\boldsymbol{D}}_C\boldsymbol{D}_P-\tilde{\boldsymbol{N}}_C\boldsymbol{N}_P=\tilde{\boldsymbol{G}}_C\boldsymbol{G}_P$. 其中 $|\Delta(\boldsymbol{P},\boldsymbol{C})|$ 是 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{C})$ 的特征多项式,简记为 $\boldsymbol{\Delta}$. 于是式(1) 或式(2) 可写为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_1\\ \boldsymbol{y}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_P\boldsymbol{\Delta}^{-1}\tilde{\boldsymbol{D}}_C & -\boldsymbol{D}_P\boldsymbol{\Delta}^{-1}\tilde{\boldsymbol{N}}_C\\ \boldsymbol{N}_P\boldsymbol{\Delta}^{-1}\tilde{\boldsymbol{D}}_C & -\boldsymbol{N}_P\boldsymbol{\Delta}^{-1}\tilde{\boldsymbol{N}}_C\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_1\\ \boldsymbol{w}_2\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_1\\ \boldsymbol{y}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_P\\ \boldsymbol{N}_P\end{bmatrix}\boldsymbol{\Delta}^{-1}[\tilde{\boldsymbol{D}}_C\quad -\tilde{\boldsymbol{N}}_C]\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_1\\ \boldsymbol{w}_2\end{bmatrix}.$$

如果闭环系统是稳定的,那么表征其鲁棒性的 1 个重要参数为

$$\rho\triangleq\|[\boldsymbol{I}\quad \boldsymbol{P}]^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{CP})^{-1}[\boldsymbol{I}\quad -\boldsymbol{C}]\|_\infty.$$

上述指标也另述为[12]

$$b_{P,C}\triangleq\rho^{-1}=\|[\boldsymbol{I}\quad \boldsymbol{P}]^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{CP})^{-1}[\boldsymbol{I}\quad -\boldsymbol{C}]\|_\infty^{-1}. \tag{3}$$

式中 $b_{P,C}$ 为鲁棒稳定边界,也可视为闭环系统的广义稳定裕度. 若系统 $\boldsymbol{P}$ 和控制器 $\boldsymbol{C}$ 都是稳定的,则$(\boldsymbol{I},\boldsymbol{P})$ 和$(\boldsymbol{C},\boldsymbol{I})$ 可分别视为 $\boldsymbol{P}$ 的右互质分解和 $\boldsymbol{C}$ 的左互质分解. 这样,由互质分解的定义和性质可知,式(3) 可记为

$$b_{P,C}=\|[\boldsymbol{D}_P\quad \boldsymbol{N}_P]^{\mathrm{T}}\Delta^{-1}[\tilde{\boldsymbol{D}}_C\quad -\tilde{\boldsymbol{N}}_C]\|_\infty^{-1}. \tag{4}$$

若闭环系统是稳定的,则式(4)可简记为

$$b_{P,C}=\|\boldsymbol{G}_P\tilde{\boldsymbol{G}}_C\|_\infty^{-1}.$$

说明:$b_{P,C}$ 的取值范围是[0,1]. $b_{P,C}$ 数值越小说明闭环系统的稳定裕度越小,当 $b_{P,C}=0$ 时,闭环系统是不稳定的. 反之,较大的 $b_{P,C}$ 说明系统具有较强的抗干扰能力.

通常意义下,闭环系统的鲁棒性是指该控制器不仅能使名义系统内稳定,而且使得在某一 $B_{\mathrm{g}}(\boldsymbol{P},r)$ 集合中任一系统内稳定. 若系统 $\boldsymbol{P}$ 和控制器 $\boldsymbol{C}$ 同时存在不确定性时,闭环系统鲁棒稳定的条件可由下面的定理给出.

定理　若闭环系统$[\boldsymbol{P},\boldsymbol{C}]$ 是稳定的,则对于正实数 r_P 和 r_C,闭环系统$[\boldsymbol{P}',\boldsymbol{C}']$ 仍然稳定的充要条件是

$$\arcsin r_P+\arcsin r_C\leqslant\arcsin b_{P,C}.$$

其中:

$$\boldsymbol{P}'\in B_{\mathrm{g}}(\boldsymbol{P},r_P);\boldsymbol{C}'\in B_{\mathrm{g}}(\boldsymbol{C},r_C);$$
$$b_{P,C}=\|\boldsymbol{G}_P\tilde{\boldsymbol{G}}_C\|_\infty^{-1}.$$

上述定理的证明可由文献[13]直接得出.

最优鲁棒控制器指的是使鲁棒稳定边界 $b_{P,C}$ 达到最大值的控制器,即该控制器可使尽可能多的不确定系统达到内稳定,此时

$$b_{P,C}=b^*(\boldsymbol{P})\triangleq\{\inf_{C\ \text{stabilizing}}\|\boldsymbol{G}_P\tilde{\boldsymbol{G}}_C\|_\infty\}^{-1}=\sqrt{1-\|[\tilde{\boldsymbol{N}}_P\quad \tilde{\boldsymbol{M}}_P]\|_H^2}.$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{M}}_P$、$\tilde{\boldsymbol{N}}_P$ 为系统 $\boldsymbol{P}$ 的规范左互质分解因子,$\|\cdot\|_H$ 表示 Hankel 范数.

3　非线性系统的多模型控制器设计

3.1　多模型次优鲁棒控制器设计

对某 1 个非线性系统,可以通过 Taylor 级数近似的方法得到它在某一平衡点附近的线性化传递函数,从而可以利用线性系统的控制器设计方法对其进行控制. 针对非线性系统的 1 个输入对应多个平衡点的特殊情况,提出了一种基于最大鲁棒稳定边界加权的多模型控制器设计方法. 不妨设该非线性系统在此处具有 m 个平衡点,其控制器的具体设计步骤如下:首先将非线性系统在 m 个平衡点线性化,得到相应的线性传递函数;然后分别对这 m 个线性系统分别设计它们的最优鲁棒控制器,使其闭环系统具有最大的鲁棒稳定裕度;最后利用加权的方法得到全局最优控制器,此时全局控制器的输出为

$$u(t)=\sum_{i=1}^{m}w_i(t)u_i(t). \tag{5}$$

其中 $u_i(t)$ 为第 i 个局部控制器 C_i 的输出,权值 $w_i(t)$ 可由 b_{P_i,C_i} 计算得出,如下所示:

$$w_i=b_{P_i,C_i}/\sum_{j=1}^{m}b_{P_j,C_j}. \tag{6}$$

综上可以看出,文中提出的多模型最优鲁棒控制系统的结构可由图 2 表示.

3.2　一个典型的非线性系统及其控制效果分析

不失一般性,文中采用与文献[14]相同的非线性模型,其微分方程描述如下:

$$\dot{x}_1=-x_1+D_a\cdot r(x_1,x_2)-(x_f-1),$$
$$\dot{x}_2=-x_2+B\cdot D_a\cdot r(x_1,x_2)+\beta(u-x_2),$$
$$y=x_2,$$
$$r(x_1,x_2)=(1-x_1)\cdot\exp(x_2/(1+x_2/\gamma)).$$

其中：$D_a = 0.072$，$\gamma = 20$，$B = 8$，$\beta = 0.3$，$x_f = 1$，$x_1(0) = x_2(0) = 0$ 为初值．此非线性模型的输入输出映射关系如图 3 所示．可以看到，在 $u = 0$ 时，系统有 3 个平衡状态．

在图 3 中所示的 3 个平衡点附近对其进行 Taylor 级数展开，分别得到其线性化模型、最优鲁棒控制器及其鲁棒稳定边界，见表 1．其中第 1 个和第 3 个线性化模型是稳定，而第 2 个模型是不稳定的．表 1 中同时给出了各个平衡点控制器所具有的鲁棒稳定边界．根据式(5) ~ (6)即可得到全局控制器．当设定值为一系列的离散点时，图 4 中给出了此时线性模型的输出（y_1，y_2，y_3）、非线性系统的输出（y）及其相应的控制信号（u_1，u_2，u_3）．由图 4(a)可以看出，非线性系统的输出能较好的跟踪设定值，无论是响应时间还是超调量，均优于 3 个局部控制器的控制效果．从局部控制器的输出可以看出，第 2 个子控制器的输出大约是另外两个子控制器输出的 2 倍，如图 4(b)所示．这是因为第 2 个子模型是不稳定的，这在根本上制约着整个控制系统的性能．

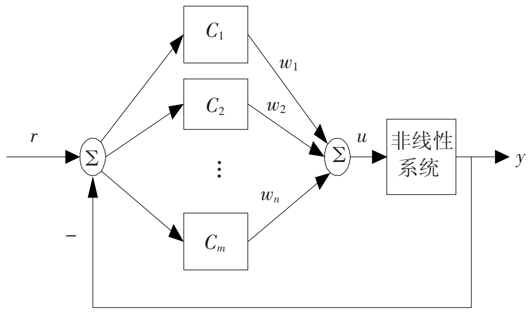


图 2　多模型最优鲁棒控制系统结构

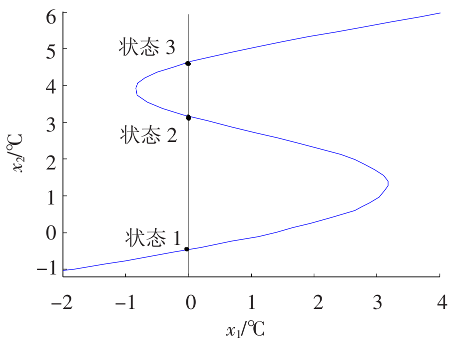
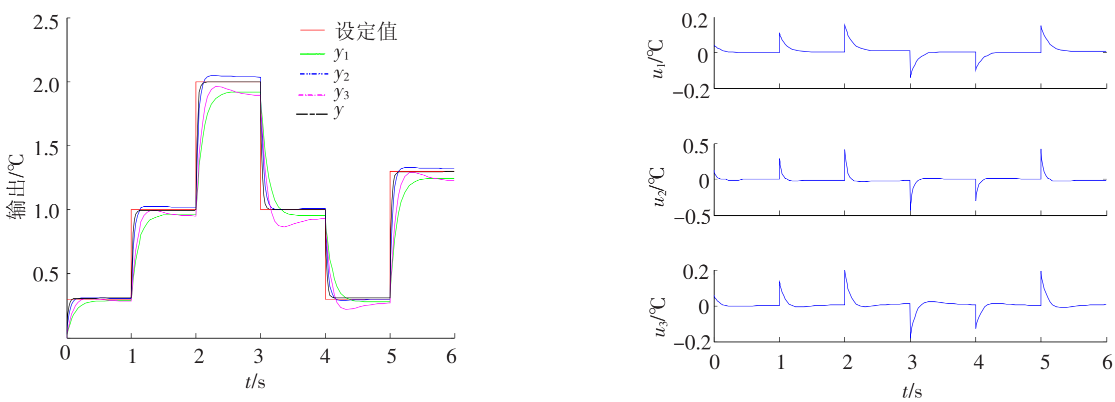


图 3　非线性系统的输入输出关系

表 1　局部平衡点及其控制器

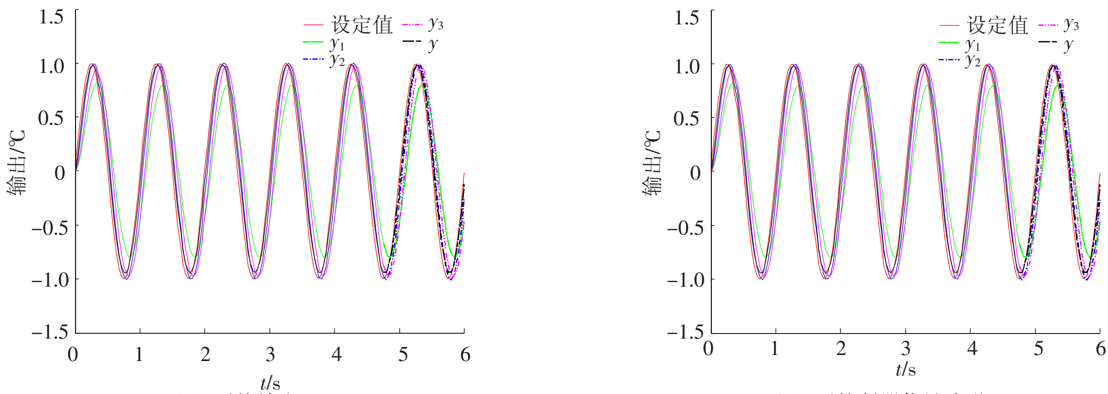
模型	线性化模型	控制器	b_{P_i,C_i}
模型 1	$P_1(s) = \dfrac{0.3s + 0.35}{s^2 + 1.4s + 0.46}$	$C_1(s) = \dfrac{0.34876s + 0.34676}{s + 1.05704}$	0.944 2
模型 2	$P_2(s) = \dfrac{0.3s + 0.53}{s^2 + 0.36s - 0.41}$	$C_2(s) = \dfrac{2.589s + 2.213}{s + 1.338}$	0.360 3
模型 3	$P_3(s) = \dfrac{0.3s + 1.26}{s^2 + 1.6s + 1.6}$	$C_3(s) = \dfrac{0.46672s + 0.46390}{s + 1.97773}$	0.906 2



(a) 系统输出　　　　(b) 子控制器信号波形

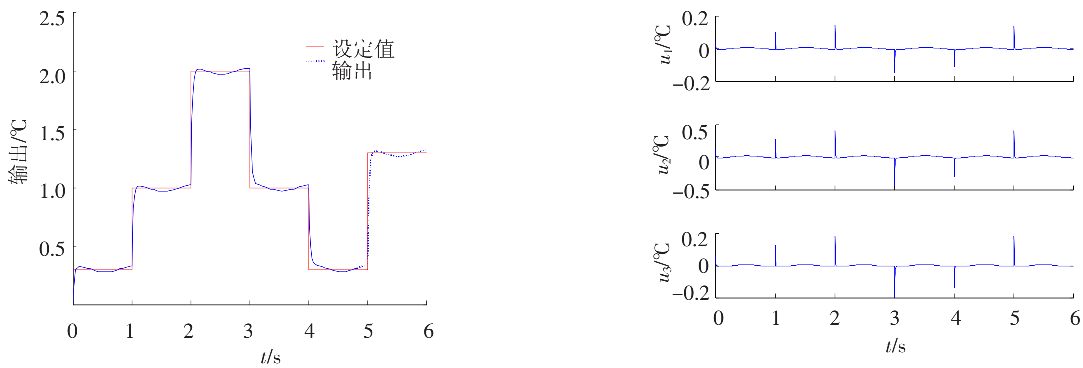
图 4　线性化模型输出、非线性系统输出及子控制器信号波形

为检验系统对信号的跟踪性能，采用幅值为 1、频率为 1 Hz 的正弦信号作为设定值．闭环系统的响应及相应的控制信号如图 5 所示．图 5 中的符号与图 4 中符号的含义一致．由图 5(b)的控制信号可以看出，不稳定的平衡点，即第 2 个线性化模型对整个闭环系统具有最大的影响．同时，采用 $d = 0.2\sin(2\pi t)$ 作为干扰分析系统的抗干扰能力，系统输出及子控制器信号波形如图 6 所示．虽然图 6(a) 中的非线性系统的响应中出现了波动，但是幅值较小，在不影响系统稳定性的前提下，可通过适当提高开环增益来减小干扰对系统输出的影响．



（a）系统输出　　（b）子控制器信号波形

图 5　设定值 $r=\sin(2\pi t)$ 时，系统输出及子控制器信号波形



（a）正弦干扰下非线性系统输出　　（b）子控制器信号波形

图 6　干扰为 $d=0.2\sin(2\pi t)$ 时，系统输出及子控制器信号波形

4　结　论

在定义了闭环系统中算子的图的基础上，文中给出了非线性系统稳定的充分必要条件. 针对一类强非线性系统提出了多模型最优鲁棒控制方法，并将广义鲁棒稳定边界用于对子控制器输出信号的加权，从而得到全局控制器的输出. 仿真实验表明，该方法不仅可以较好地跟踪设定值，而且具有一定的抗干扰能力.

参考文献：

[1] RUGH W J. Analytic framework for gain scheduling[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1991, 11(1): 79 – 84.

[2] IOANNOU P A, SUN J. Theory and design of robust direct and indirect adaptive control schemes[J]. International Journal of Control, 1988, 47(3): 775 – 813.

[3] MURRAY-SMITH R, JOHANSEN T A. Multiple model approaches to modeling and control[M]. London: Taylor & Francis, 1997.

[4] KUMPATI N S, XIANG C. Adaptive control using multiple models[J]. IEEE Transaction on Automation Control, 1997, 42(2): 171 – 187.

[5] KARIMI A, LANDAU I D. Robust adaptive control of a flexible transmission system using multiple models[J]. IEEE Transaction on control systems Technology, 2000, 8(2): 321 – 331.

[6] BANERJEE A, ARKUN Y, OGUNNAIKE B, *et al.* Estimation of nonlinear systems using linear multiple models[J]. American Institute of Chemical Engineers, 1997, 43(5): 1204 – 1226.

[7] VIDYASAGAR. Control system synthesis: a factorization approach[M]. Massachusetts: The MIT Press, 1985.

[8] HABETS L C G J M. Robust stabilization in the gap-topology[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1991.

[9] ZHOU K, DOYLE J C. Essentials of robust control[M]. New Jersey: Prentice Hall, Upper Saddle River, 1998.

[10] ZHU S Q, HAUTUS M L J, PRAAGMAN C. Sufficient conditions for robust BIBO stabilization: given by the gap metric[J]. Systems and Control Letters, 1988, 11(1): 53 – 59.

[11] GEORGIOU T T. On the computation of the gap metric[J]. Systems and Control Letters, 1988, 11(4): 253 – 257.

[12] GEORGIOU T T, SMITH M C. Optimal robustness in the gap metric[J]. IEEE Transaction on Automat Contr, 1990, 35(6): 673 – 685.

[13] QIU L, DAVISON E J. Pointwise gap metrics on transfer matrices[J]. IEEE Transaction on Automat Control, 1992, 37(6): 741 – 758.

[14] ARSLAN E, CAMURDAN M C, PALAMGLU A, *et al.* Multi-model control of nonlinear systems using closed-loop gap metric[C]//Proc of the 2004 American Control Conference. Boston: IEEE Press, 2004: 2374 – 2378.

（编辑　张　宏）