

不同信号体制对 GNSS 定姿性能影响的分析

秦红磊, 陈万通, 黄金, 杨溶, 金天

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 100191 北京, qhlmmm@sina.com)

摘要: 利用 GNSS 信号能够进行高精度的载体定姿,其算法性能受不同信号体制影响较大. 针对这一问题,首先在 GNSS 单频单历元定姿算法数学模型的基础上,分析了算法性能与码和载波相位测量精度之间的关系,然后研究了不同信号体制对码和载波跟踪精度的影响,最后提出了评估信号体制对定姿性能影响的关键指标,并对其在不同信号体制下进行了仿真实验. 仿真结果表明,该指标可以有效地评估不同信号体制下的定姿性能.

关键词: 全球导航卫星系统(GNSS);姿态测量;信号体制;伪码跟踪

中图分类号: V249.3

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2012)01-0126-06

Performance analysis for GNSS-based attitude determination under different signal structure

QIN Hong-lei, CHEN Wan-tong, HUANG Jin, YANG Rong, JIN Tian

(School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, 100191 Beijing, China, qhlmmm@sina.com)

Abstract: High precise attitude can be determined using GNSS signal, but the performance of GNSS-based attitude determination algorithm is affected by different signal structures. To deal this problem, first, the relationship between performance of algorithm and accuracy of code and carrier phase is analyzed based on the mathematical model of GNSS-based single frequency single epoch attitude determination algorithm, and then the effects of signal structures on the tracking accuracy of code and carrier phase are studied, finally the key indicator is presented to evaluate the effect of signal structures on the performance of attitude determination algorithm. The simulation results demonstrate that the indicator can evaluate the performance of attitude determination algorithm under different signal structure effectively while the conclusion is important for GNSS signal design and signal selection of receivers.

Key words: GNSS; attitude determination; signal structure; code tracking

全球导航卫星系统(GNSS)已经成为重要的基础设施之一,目前已经广泛应用到定位、导航、授时、测地等各种领域. 利用 GNSS 信号进行姿态测量相比于惯性器件解算姿态具有体积小、成本低、无累积误差等优势,已经成为当前姿态测量的主要手段之一. 单频单历元定姿算法因其避免了周跳检测和修复成为当前工程应用的研究热点^[1],而其算法性能的提升则成为目前的研究难点^[2]. 定姿算法的性能与 GNSS 的信号体制有着密切的联系. 随着全球定位系统(Global Position-

ing System, GPS)现代化和伽利略定位系统(Galileo Positioning System, Galileo)以及北斗导航系统的建设,新的信号体制的设计成为关注的焦点,但对于 GNSS 定姿应用而言,无疑成为影响其算法性能的一个关键因素. 本文针对不同信号体制对单频单历元定姿性能进行了分析,给出了理论分析和仿真结果.

1 GNSS 姿态解算模型与方法

1.1 基本数学模型与解算步骤

GNSS 的数学模型和统计模型一般表述^[3]为

$$E(Y) = Bb + Aa, D\{Y\} = Q_Y. \quad (1)$$

式中: b 为基线向量; a 为整周模糊度向量; B 和 A

收稿日期: 2010-07-11.

基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2009AA12Z313).

作者简介: 秦红磊(1975—)男,博士,副教授.

分别为对应的设计矩阵; $\mathbf{Y}$ 为双差观测量; $\mathbf{Q}_Y$ 为双差观测量的方差协方差矩阵. 姿态解算的关键是正确的估计出未知参数 $\mathbf{b}$ 和 $\mathbf{a}$, 一般分为 3 个步骤:

1) 首先不考虑 $\mathbf{a}$ 的整数特性, 对式(1) 采用加权最小二乘, 求解待估参数的浮点解 $\hat{\mathbf{b}}$ 和 $\hat{\mathbf{a}}$, 即有

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{B} & \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{B} & \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{b}} \\ \hat{\mathbf{a}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{Y} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{Y} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

式(2)应用正交投影算法, 可以得到

$$\hat{\mathbf{a}} = (\bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \bar{\mathbf{A}})^{-1} \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{Y}, \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{b}} = (\bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \bar{\mathbf{B}})^{-1} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{Y}. \quad (4)$$

其中

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{P}_B^\perp \mathbf{A}, \mathbf{P}_B^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}_B, \mathbf{P}_B = \mathbf{B}(\mathbf{B}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_Y^{-1}, \quad (5)$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{B}, \mathbf{P}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}_A, \mathbf{P}_A = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_Y^{-1}. \quad (6)$$

2) 将模糊度浮点解 $\hat{\mathbf{a}}$ 固定成整周 $\mathbf{a}$, 即整周模糊度估计, 之后则可以利用其来修正基线浮点解, 得到高精度的基线固定解为

$$\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) = (\mathbf{B}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{a}). \quad (7)$$

3) 固定整周模糊度后得到的基线坐标 $\check{\mathbf{b}}$ 在北东天坐标系下表示为 $\check{\mathbf{b}} = (b_N \ b_E \ b_U)^T$, 则最终的航向角计算为

$$\psi(\mathbf{b}) = \arctan\left(\frac{b_E}{b_N}\right).$$

俯仰角计算为

$$\theta(\mathbf{b}) = \arctan\left(\frac{b_U}{\sqrt{(b_N)^2 + (b_E)^2}}\right).$$

1.2 整周模糊度估计

求解最终载体姿态的关键是对整周模糊度进行估计, 即将模糊度浮点解 $\hat{\mathbf{a}}$ 固定成整周 $\mathbf{a}$, 其数学原理的本质为带有二次约束条件的整数最小二乘搜索(QC-ILS)^[4].

式(1)的最小二乘估计的目标函数为

$$\min_{\mathbf{a}, \mathbf{b}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{a} - \mathbf{B}\mathbf{b}\|_{\mathbf{Q}_Y}^2, \mathbf{a} \in \mathbf{Z}^n, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^3. \quad (8)$$

式中 $\|\cdot\|_{\mathbf{A}}^2 = (\cdot)^T \mathbf{A}^{-1} (\cdot)$, 且由正交分解可得

$$\|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{a} - \mathbf{B}\mathbf{b}\|_{\mathbf{Q}_Y}^2 = \|\hat{\mathbf{e}}\|_{\mathbf{Q}_Y}^2 + \|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{Q}_a}^2 + \|\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) - \mathbf{b}\|_{\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})}}^2.$$

式中 $\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{Y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{b}}$.

由于基线长度 l 可以作为先验条件已知, 即有 $\hat{\mathbf{b}}$ 在半径为 l 的球面 S_l 上^[5] 为

$$S_l = \{\mathbf{b} \in \mathbf{R}^3 \mid \|\mathbf{b}\| = l\}. \quad (9)$$

则式(8)变为

$$\min_{\mathbf{a} \in \mathbf{Z}^n, \mathbf{b} \in S_l} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{a} - \mathbf{B}\mathbf{b}\|_{\mathbf{Q}_Y}^2 = \|\hat{\mathbf{e}}\|_{\mathbf{Q}_Y}^2 +$$

$$\min_{\mathbf{a} \in \mathbf{Z}^n} (\|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{Q}_a}^2 + \min_{\mathbf{b} \in S_l} \|\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) - \mathbf{b}\|_{\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})}}^2). \quad (10)$$

将式(10)最后一项记为

$$\check{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) = \min_{\mathbf{b} \in S_l} \|\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) - \mathbf{b}\|_{\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})}}^2, \quad (11)$$

式(10)的解为

$$\check{\mathbf{a}} = \min_{\mathbf{a} \in \mathbf{Z}^n} (\|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{Q}_a}^2 + \|\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) - \check{\mathbf{b}}(\mathbf{a})\|_{\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})}}^2), \quad (12)$$

$$\check{\mathbf{b}} = \check{\mathbf{b}}(\check{\mathbf{a}}). \quad (13)$$

基于基线约束的 LAMBDA 算法(BC-LAMBDA)是求解式(11)的最有效的搜索算法, 是在无约束 LAMBDA 算法(UC-LAMBDA)上发展而来的. 无约束 LAMBDA 算法求解的目标函数式为 $\min_{\mathbf{a} \in \mathbf{Z}^n} \|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{Q}_a}^2$, 即对基线长度没有考虑, 其采用 $\mathbf{Z}$ 矩阵变换对原浮点解去相关, 将原极其“狭长”的高维椭球搜索域变换到近似于球形的搜索域, 从而大大提高了整数最小二乘的搜索效率. BC-LAMBDA 在目标函数中考虑了基线长度, 如式(10)所示, 使其估计更为准确. 该算法具体过程可以分为:

1) 给定一个较小的初始搜索空间 χ^2 , 用 LAMBDA 算法计算满足式(14)的候选值为

$$\|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{Q}_a}^2 \leq \chi^2. \quad (14)$$

2) 筛选出满足式(15)的候选值为

$$\|\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) - \check{\mathbf{b}}(\mathbf{a})\|_{\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})}}^2 \leq \chi^2 - \|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{Q}_a}^2. \quad (15)$$

3) 从所有满足步骤2)的候选值中选择使得 $\|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{Q}_a}^2 + \|\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) - \check{\mathbf{b}}(\mathbf{a})\|_{\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})}}^2$ 最小的 $\mathbf{a}$ 作为模糊度固定解 $\check{\mathbf{a}}$, 然后利用式(11)求得 $\check{\mathbf{b}}$.

2 姿态解算性能分析

2.1 单频单历元定姿模型

对于单频单历元而言, 对应式(1)的 GNSS 模型有

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_b^e \\ \mathbf{y}_b^p \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_Y = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{y_b} & \\ & \mathbf{Q}_{y_b} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

式中: $\mathbf{y}_b^e$ 和 $\mathbf{y}_b^p$ 分别为双差载波相位和码观测值; $\mathbf{H}$ 为接收机到卫星的设计矩阵; σ_φ^2 和 σ_ρ^2 分别为载波和码的观测精度, 方差协方差矩阵 $\mathbf{Q}_{y_b} = \sigma_\varphi^2 \mathbf{Q}$, $\mathbf{Q}_{y_b} = \sigma_\rho^2 \mathbf{Q}$; $\mathbf{Q}$ 为双差模型的协因数矩阵, 上述各观测量均以周为单位.

2.2 模糊度搜索性能分析

令 $E(\mathbf{a}) = \|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{Q}_a}^2$, $G(\mathbf{a}) = \|\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) - \tilde{\mathbf{b}}(\mathbf{a})\|_{\mathbf{Q}_{b(a)}}^2$ 则式(12)的目标函数式可记为

$$F(\mathbf{a}) = E(\mathbf{a}) + G(\mathbf{a}). \quad (17)$$

根据式(3)和式(7),应用方差传播定律,可以得到 $\hat{\mathbf{a}}$ 和 $\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})$ 的方差协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}_a = (\bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \bar{\mathbf{A}})^{-1}$ 和 $\mathbf{Q}_{b(a)} = (\mathbf{B}^T \mathbf{Q}_Y^{-1} \mathbf{B})^{-1}$, 然后将式(5)和式(16)代入式(17),计算得到

$$\mathbf{Q}_a = \sigma_\rho^2 \left(\frac{\sigma_\varphi^2}{\sigma_\rho^2} \mathbf{Q} + \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \right), \quad (18)$$

$$\mathbf{Q}_{b(a)} = \frac{\sigma_\varphi^2}{1 + \sigma_\varphi^2 / \sigma_\rho^2} (\mathbf{H}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{H})^{-1}. \quad (19)$$

式中 $\mathbf{Q}$ 为双差模型的协因数矩阵. 由于载波相位观测值方差 σ_φ^2 比码观测值方差 σ_ρ^2 要小得多, 即 $\sigma_\varphi^2 \ll \sigma_\rho^2$, 则近似有

$$\mathbf{Q}_a \approx \sigma_\rho^2 \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T, \quad (20)$$

$$\mathbf{Q}_{b(a)} \approx \sigma_\varphi^2 (\mathbf{H}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{H})^{-1}. \quad (21)$$

且 $\|\cdot\|_A^2 = (\cdot)^T \mathbf{A}^{-1} (\cdot)$, 导致计算目标式(17)时, $E(\mathbf{a})$ 对 $F(\mathbf{a})$ 所做的贡献要比 $G(\mathbf{a})$ 要小得多, 这将要求 $E(\mathbf{a})$ 的候选值搜索空间很大, 而其中绝大多数的候选值又都不满足式(15), 即被式(15)所拒绝, 因此导致搜索过程是比较费时的. 同时也意味着, 码和载波相位测量误差的比值越小, 搜索效率越高. 另外, 码的精度提高将导致观测质量的提高, 会增加模糊度浮点解的精度, 从而使得整周模糊度估计具有更高的成功率.

为了提高模糊度搜索的性能, 只需要增大 $E(\mathbf{a})$ 对 $F(\mathbf{a})$ 的贡献, 由于

$$\frac{E(\mathbf{a})}{F(\mathbf{a})} = \frac{E(\mathbf{a})}{E(\mathbf{a}) + G(\mathbf{a})} = \frac{1}{1 + \frac{G(\mathbf{a})}{E(\mathbf{a})}} \approx \frac{1}{1 + \frac{\sigma_\varphi^2}{\sigma_\rho^2}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma_\rho}{\sigma_\varphi} \right)^2}$$

增大 $E(\mathbf{a})$ 对 $F(\mathbf{a})$ 的贡献, 只需要缩小 σ_ρ 和 σ_φ 的比值.

3 信号体制对定姿性能的影响

模糊度搜索性能与载波和码的跟踪精度有密切关系, 而不同的信号设计对载波和码的跟踪精度又会产生影响, 因此, 信号体制会对其产生影响.

3.1 伪码跟踪精度模型

根据 J. W. Betz^[6] 的码跟踪精度理论可知, 高斯白噪声下相干 DLL 跟踪误差表达式为

$$\sigma_{\text{CELP}}^2 = \frac{B_L (1 - 0.5 B_L T) \int_{-\beta_r/2}^{\beta_r/2} G_s(f) \sin^2(\pi f \Delta) df}{(2\pi)^2 \frac{C_s}{N_0} \left(\int_{-\beta_r/2}^{\beta_r/2} f G_s(f) \sin(\pi f \Delta) df \right)^2}. \quad (22)$$

非相干 DLL 的跟踪误差表达式为^[7]

$$\sigma_{\text{NELP}}^2 = \sigma_{\text{CELP}}^2 \times \left[1 + \frac{\int_{-\beta_r/2}^{\beta_r/2} G_s(f) \cos^2(\pi f \Delta) df}{T \frac{C_s}{N_0} \left(\int_{-\beta_r/2}^{\beta_r/2} G_s(f) \cos(\pi f \Delta) df \right)^2} \right]. \quad (23)$$

式中: B_L 为 DLL 环路带宽; T 为积分时间; β_r 为前端滤波器带宽; Δ 为早晚码相关间隔; $\frac{C_s}{N_0}$ 为载噪比, dB-Hz; $G_s(f)$ 为无限带宽下归一化功率谱密度, 即 $\int_{-\infty}^{\infty} G_s(f) df = 1$. σ_{CELP} 和 σ_{NELP} 的单位均为 s.

考虑到动态应力误差对码跟踪环的影响, 则有^[8]

$$\sigma_{\text{DLL}} = \sigma_{\text{iDLL}} + \frac{R_e}{3} \leq \frac{d}{6}. \quad (24)$$

式中: σ_{iDLL} 为热噪声对码环跟踪精度的影响, m; c 为光速, 即 $\sigma_{\text{iDLL}} = c \cdot \sigma_{\text{CELP}}$ 或 $\sigma_{\text{iDLL}} = c \cdot \sigma_{\text{NELP}}$; R_e 为码跟踪环 3σ 应力的稳态误差. 对于动态应力误差, 二阶环情况下一般为^[9]

$$R_{e2} = 0.2809 \frac{dR^2/dt^2}{B_L^2}. \quad (25)$$

式中 dR^2/dt^2 为最大视距加速度, m/s^2 .

3.2 载波相位跟踪精度模型

载波环的跟踪精度受许多的因素影响, 例如: 热噪声、晶振相位噪声和动态应力误差(由信号的变化引起的误差)等. 这些误差严重影响了载波环的跟踪性能. 其中晶振相位噪声又分为接收机晶振的频率不稳定性(一般用阿伦方差来描述, 属于系统误差)和接收机的动态性引起的震动相位噪声. 根据上述情况, 载波环的误差公式可表述为^[9]

$$\sigma_{\text{PLL}} = \sqrt{\sigma_{\text{iPLL}}^2 + \sigma_V^2 + \theta_A^2} + \frac{\theta_e}{3} \leq 0.042. \quad (26)$$

式中: σ_{iPLL} 为热噪声引起的误差; σ_V 为震动引起的晶振相位噪声; θ_A 为由阿伦方差引起的振荡器颤动; θ_e 为载波环 3σ 应力的稳态误差, ($^\circ$). 式(26)右侧的值为跟踪门限的经验值, 一旦误差超过这个值, 就认为环路失锁.

接收机的 PLL 主要的相位误差源是相位噪

声和动态应力误差. 由于其他的 PLL 振动源有可能是瞬时的, 或者可以忽略, 而热噪声则是一直存在的误差项, 因此这里主要考虑白噪声的影响. 根据 J. W. Betz 的码跟踪精度理论可以推导出白噪声下相干 PLL 以及非相干 PLL (科斯塔斯环) 的跟踪精度.

假定接收的信号形式已知 (除了载波相位), 则在观测时间间隔 T_{obs} 内接收信号为

$$X(t) = \sqrt{2C_s} S(t - t_0) \cos[(\omega_{IF} + \omega_D)(t - t_0) + \theta] + n(t). \quad (27)$$

式中: C_s 为信号载波功率; θ 为载波相位; $\omega_{IF} = 2\pi f_{IF}$, $\omega_D = 2\pi f_D$; f_{IF} 和 f_D 分别为中频以及多普勒频移; t_0 为码相位延迟; $n(t)$ 为窄带高斯白噪声 (其中心频率为 $f_{IF} + f_D$).

环路滤波器也可以等效为一个低通滤波器, 其平滑作用为相位方差减小为原来的 $2B_\theta T(1 - 0.5B_\theta T)$.

相干 PLL 即采用同相支路的输出作为鉴相器函数. 可以得到其跟踪误差为

$$\sigma_{\text{coherent}}^2 = \frac{B_\theta(1 - 0.5B_\theta T)}{C_s \int_{-\beta/2}^{\beta/2} G_s(f) df}. \quad (28)$$

科斯塔斯环使用同相支路与正交支路的乘积作为鉴相器函数. 同样可得到跟踪误差表达式为

$$\sigma_{\text{costas}}^2 = \sigma_{\text{coherent}}^2 \times \left[1 + \frac{1}{2T \frac{C_s}{N_0} \int_{-\beta/2}^{\beta/2} G_s(f) df} \right]. \quad (29)$$

式中: B_θ 为 PLL 环路带宽; 其他变量与 DLL 相同. σ_{coherent} 和 σ_{costas} 的单位均为弧度, rad.

对于由震动引起的晶振相位噪声 σ_v , 一般有

$$\sigma_v = f_L \sqrt{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S_v^2(f_m) \frac{P(f_m)}{f_m^2} df_m}. \quad (30)$$

式中: f_L 为 L 频段的输入频率, Hz; $S_v(f_m)$ 作为 f_m 函数的振荡器振动灵敏度, 以每个 G 的 $\frac{\Delta f}{f_L}$ 表示; f_m 为随机振动的调制频率, Hz; $P(f_m)$ 作为 f_m 函数的随机振动的功率谱, 以 G^2/Hz 表示.

对于阿伦方差振荡器相位噪声 θ_A , 在二阶环情况则有

$$\theta_A^2 = \frac{144}{360} \frac{\sigma_A(\tau) f_L}{B_\theta}. \quad (31)$$

式中阿伦方差规定为 $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ 或更好, B_θ 为环路带宽.

对于二阶环情况下动态应力误差, 有

$$\theta_e^2 = 0.2809 \frac{d\phi^2/dt^2}{B_\theta^2}. \quad (32)$$

式中 $d\phi^2/dt^2$ 为最大视距加速度, cycle/s².

3.3 信号体制对跟踪精度的影响

对于单频测姿而言, 不管是 GPS, 还是 Galileo, 通常都选择 L1 频段, 因为其载波波长最短, 具有可以更好的定姿效果. 因此, 主要分析 L1 频段上的可用信号对跟踪精度的影响, 进而分析对定姿性能的影响.

GPS L1 频段上的信号调制方式主要有 C/A 码上的 BPSK-R, L1M 上的 BOC(10,5) 和 L1C 上的 MBOC(6,1)3 种调制方式.

Galileo L1 频段上的信号调制方式主要有 L1 PRS 信号的 BOC_c(15, 2.5) 调制和 L1 OS 的 MBOC(6,1) 调制.

对于矩形码片的 BPSK 调制 (BPSK-R), C/A 码和 P 码的码速率分别为 T_c 和 T_p , 可以得到归一化功率谱密度函数为

$$G_{CA}(f) = T_c \sin^2(\pi f T_c), \quad (33)$$

$$G_P(f) = T_p \sin^2(\pi f T_p). \quad (34)$$

BOC($f_s/f_0, f_c/f_0$) 的功率谱密度为^[10]

$$G_{\text{BOC}}(f) = \begin{cases} f_c \left[\frac{\tan\left(\frac{\pi f}{2f_s}\right) \sin\left(\frac{\pi f}{f_c}\right)}{\pi f} \right]^2, & \frac{2f_s}{f_c} = n \text{ 为偶数}; \\ f_c \left[\frac{\tan\left(\frac{\pi f}{2f_s}\right) \cos\left(\frac{\pi f}{f_c}\right)}{\pi f} \right]^2, & \frac{2f_s}{f_c} = n \text{ 为奇数}. \end{cases} \quad (35)$$

式中: f_s 为副载波频率; f_c 为码速率; f_0 为参考频率, $f_0 = 1.023 \text{ MHz}$.

MBOC 是 BOC(1,1) 和 BOC(6,1) 的复合调制^[11], 其功率谱为

$$G_{\text{MBOC}}(f) = \frac{10}{11} G_{\text{BOC}(1,1)}(f) + \frac{1}{11} G_{\text{BOC}(6,1)}(f). \quad (36)$$

将调制信号的功率谱密度分别代入式 (22) 和式 (23) 以及式 (25) 和式 (26) 可以得到码和载波在噪声为高斯情形下的相干和非相干的跟踪精度的理论值.

3.4 跟踪精度对定姿性能的影响

根据模糊度搜索功能的分析, 定义定姿性能比例因子为

$$\eta = \frac{\sigma_\rho}{\sigma_\phi}. \quad (37)$$

式中伪距和载波相位的测量误差均以周计 (即一个波长). 该因子越小则说明码跟踪误差和载波相位跟踪误差的比值越小, 则定姿过程中的整周模糊度搜索效率越高.

考虑跟踪精度的理论表达式,则

$$\eta = \frac{\frac{1}{\lambda_1} \cdot \sigma_{DLL}}{\sigma_{PLL}} = \frac{1}{\lambda_1} \cdot \frac{\sigma_{DLL}}{\sigma_{PLL}}. \quad (38)$$

式中: λ_1 为 L1 波段的载波波长; σ_{DLL} 为码的跟踪误差, m; σ_{PLL} 为载波环的跟踪误差,周. 由于通常情况下导航数据位通常是未知的,这使得相干延迟锁定环和锁相环的跟踪算法的应用受到限制,实际中多采用非相干算法,假设码环和载波环的跟踪误差仅考虑热噪声的影响,则定姿性能比例因子为

$$\hat{\eta}_N = \frac{\frac{1}{\lambda_1} c \sigma_{NELP}}{\frac{1}{2\pi} \cdot \sigma_{\text{costas}}} = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \frac{c \sigma_{NELP}}{\sigma_{\text{costas}}}. \quad (39)$$

实际情况下,载波跟踪精度还受动态应力误差和相位噪声的影响,则实际的定姿性能因子为

$$\eta_N = \frac{\frac{1}{\lambda_1} \sigma_{DLL}}{\sigma_{PLL}} = \frac{1}{\lambda_1} \frac{c \sigma_{NELP} + \frac{R_e}{3}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{\text{costas}}}{2\pi}\right)^2 + \sigma_V^2 + \theta_A^2 + \frac{\theta_e}{3}}}. \quad (40)$$

4 仿真结果

为了分析不同信号体制下定姿性能的差异,进行了理论仿真. 假设码环的带宽为 2 Hz,载波环的带宽为 15 Hz,预检测积分时间为 1 ms,前端带宽为 40 MHz(涵盖了所有 L1 上信号的带宽),相关间隔选取为 0.5 个码片长度.

4.1 仅考虑热噪声影响的定姿性能比例因子分析

首先,假设码和载波跟踪环的误差都仅考虑热噪声的影响,则定姿性能比例因子在不同信号体制下随信噪比的变化结果如图 1 所示.

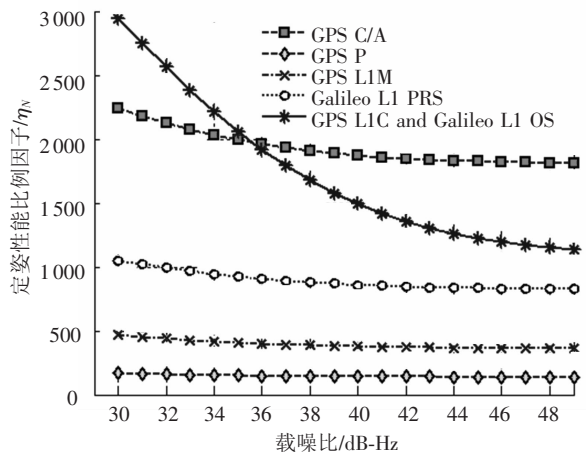


图 1 不同信号体制下的定姿性能比例因子
(仅考虑热噪声影响)

从图 1 中可以看出,在载噪比 >35.5 dB-Hz 时不同信号体制的定姿性能比例因子的大小关系为

$$\hat{\eta}_N(\text{GPS P}) < \hat{\eta}_N(\text{GPS L1M}) < \hat{\eta}_N(\text{Galileo L1 PRS}) < \hat{\eta}_N(\text{GPS L1 C and Galileo L1 OS}) < \hat{\eta}_N(\text{GPS C/A}).$$

载噪比 <35.5 dBHz 时为

$$\hat{\eta}_N(\text{GPS P}) < \hat{\eta}_N(\text{GPS L1M}) < \hat{\eta}_N(\text{Galileo L1 PRS}) < \hat{\eta}_N(\text{GPS C/A}) < \hat{\eta}_N(\text{GPS L1 C and Galileo L1 OS}).$$

由于比例因子越小则定姿算法中搜索整周模糊度的效率越高,从分析来看,GPS 的 P 码和 L1M 以及 Galileo 的 L1 PRS 的性能比较好,而这 3 种码在军事上也确实有着自己的特殊用途. 另外可以看到,载噪比越高,则定姿性能比例因子越小,同时模糊度搜索效率也越高. 载噪比对于 GPS 的 C/A 码和 L1C 和 Galileo 的 L1 OS 改善比较明显,而对于 GPS 的 P 码和 L1M 以及 Galileo 的 L1 PRS 而言,载噪比即使大幅度下降,该比例因子下降的幅度也不是很大.

4.2 考虑动态应力误差和晶振噪声的定姿性能比例因子

实际中,除了热噪声的影响外,码跟踪环的跟踪精度还受动态应力误差 R_e 的影响,载波跟踪环的误差受由震动引起的晶振相位噪声 σ_V 以及由阿伦方差引起的振荡器颤动 θ_A 和动态应力误差 θ_e 的影响,因此 σ_{DLL} 和 σ_{PLL} 均大于仅考虑热噪声时的误差. 假设跟踪环为二阶,研究定姿性能比例因子在不同信号体制下随信噪比的变化,即采用式(40).

为了计算式(30)所述的晶振相位噪声 σ_V ,各参数均采用典型值,即随机振动的调制频率 f_m 为 20 ~ 2 000 Hz,振荡器振动灵敏度 $S_v(f_m)$ 在该范围内是不变化的,为 $1 \times 10^{-9}/\text{G}$,随机振动的功率幅度 $P(f_m)$ 为 $0.005 \text{ G}^2/\text{Hz}$, $f_L = L_1 = 1\,575.42 \times 10^6 \text{ Hz}$.

假定运动载体的加速度为 $g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 51.5 \text{ cycle/s}^2$,则由式(25)和式(32)计算可知 $R_e^2 = 0.688 \text{ m}$ 以及 $\theta_e^2 = 0.064 \text{ cycle}$,综合式(30),式(31),可以得到式(40)的仿真结果如图 2 所示. 由于动态应力误差对载波环和码环均有影响,但对于载波环而言动态应力误差要远大于热噪声引起的误差,且其处于分母的位置,导致定姿性能比例因子比仅考虑热噪声的情况下大幅度减小. 图 3 给出了载噪比为 40 dB-Hz 时定姿性能比例因子随加速度的变化曲线,可以看出,随着加速度的增大,定姿性能比例因子成减小趋势,主要是由于动态特性对载波环的影响占主要因素,

而对码环而言,热噪声的影响仍然是误差的主要来源. 同时,当加速度非常大时,则导致信号体制对其影响的差距逐渐缩小.

虽然加速度的增大导致定姿性能比例因子变小,这将导致定姿算法中模糊度搜索的效率会提高,因而会导致码环和载波环的跟踪误差增大,同时模糊度浮点解的质量下降,将对整周模糊度估计的成功率造成影响,这样也会造成定姿精度的降低.

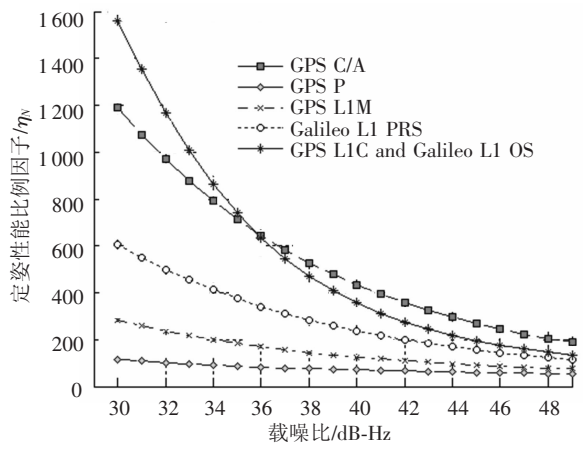


图 2 加速度为 g 情况下的定姿性能比例因子随载噪比的变化曲线

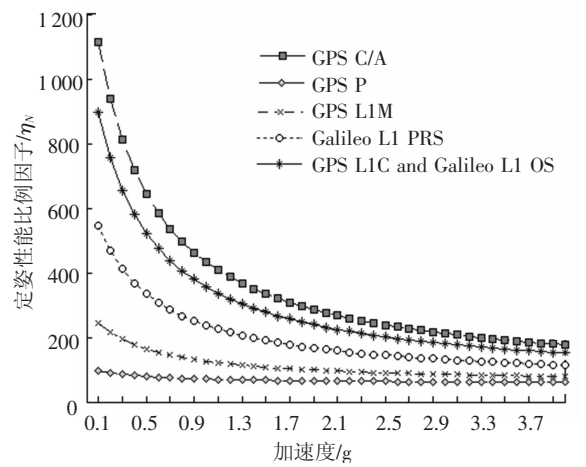


图 3 载噪比为 40 dB 情况下的定姿性能比例因子随加速度的变化曲线

5 结 论

1)单频单历元定姿算法的性能进行了分析,提出了衡量姿态解算中模糊度搜索效率的定姿性能比例因子,通过码跟踪环和载波跟踪环的误差分析表达式,研究了不同信号体制对其的影响.

2)仿真给出了不同载噪比和不同的加速度情况下 L1 上调制的不同 GNSS 信号对定姿性能

比例因子的影响曲线,对于工程应用具有重要的指导意义.

参考文献:

[1] BUIST P. The baseline constrained LAMBDA method for single epoch, single frequency attitude determination applications [C]//Pceedings of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ON GNSS 2007). Texas: Fort Worth, 2007: 2962 – 2973.

[2] WANG Bo, MIAO Lingjuan, WANG Shunting, *et al.* A constrained LAMBDA method for GPS attitude determination [J]. GPS Solutions, 2009, 13(2): 97 – 107.

[3] TEUNISSEN P J G. The LAMBDA method for the GNSS compass [J]. Artificial Satellites, 2006, 41(3): 89 – 103.

[4] CHANSIK P, TEUNISSEN P J G. Integer least squares with quadratic equality constraints and its application to GNSS attitude determination systems [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2009, 7(4): 566 – 576.

[5] TEUNISSEN P J G. Integer least-squares theory for the GNSS compass [J]. Journal of Geodesy, Springer, 2010, 84(7): 433 – 447.

[6] BETZ J W, KOLODZIEJSKI K R. Generalized theory of code tracking with an early-late discriminator, Part 1: Lower bound and coherent processing [J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronics and Systems, 2009, 45(4): 1538 – 1550.

[7] BETZ J W, KOLODZIEJSKI K R. Generalized theory of code tracking with an early-late discriminator, Part 2: Non-coherent processing and numerical results [J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronics and Systems, 2009, 45(4): 1551 – 1564.

[8] JWO D J. Optimization and sensitivity analysis of GPS receiver tracking loops in dynamic environments [J]. IEEE Proc-Radar, Sonar Navig, 2001, 148(4): 241 – 250.

[9] KAPLAN E D, CHRISTOPHER J H. Understanding GPS Principles and Applications [M]. 2nd Edition. London: Artech House, 2006: 184 – 191.

[10] BETZ J W. Binary offset carrier modulations for radionavigation [J]. Journal of the Institute of Navigation, 2002, 48(4): 227 – 246.

[11] HEIN G W, AVILA-RODRIGUEZ J A, Wallner S, *et al.* MBOC: The new optimized spreading modulation recommended for Galileo L1OS and GPS L1C [C]// Proceedings of the International Technical Meeting of the Institute of Navigation. San Diego, CA: IEEE/ION PLANS, 2006: 883 – 892.

(编辑 张 红)