

偶极源辐射超材料表面波的存在条件及特性

罗涛^{1,2}, 尚方¹, 江岳婵¹, 江滨浩¹

(1. 哈尔滨工业大学 电气工程及自动化学院, 150001 哈尔滨; 2. 长春师范学院 物理学院, 130032 长春)

摘要: 为了更好地利用超材料, 需要研究半空间模型中超材料的表面波. 利用电磁波反射场的索末菲积分, 应用复变函数积分的鞍点法, 研究下层介质分别为等离子体、负磁性介质和左手材料时, 在竖直电偶极子与磁偶极子的反射场中所含表面波的成分构成与电磁特性. 确定了各表面波模式发生的条件, 给出了侧面波或吸附表面波模式与入射电磁波的类型、下层介质的等效介电常数等的关系.

关键词: 超材料; 表面波; 索末菲积分; 极点; 分支割线

中图分类号: O441.4; O174.4

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2012)08-0062-05

Analysis of surface waves in metamaterials based on dipole radiation sources

LUO Tao^{1,2}, SHANG Fang¹, JIANG Yue-luan¹, JIANG Bin-hao¹

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China;

2. School of Physics, Changchun Normal College, 130032 Changchun, China)

Abstract: For the better use of metamaterials, the surface waves of metamaterials are studied in half-space model with dipole radiation source. Using the Sommerfeld integrals of TM wave and TE wave, the branch-cut's effect on the computation of the integrals is investigated based on saddle point algorithm. The distribution and validity of pole points for the integrands is analyzed according to the properties of complex integral. For TM wave, there are lateral wave and Zenneck surface wave in the case of taking left-handed material as substrate; for TE wave, no Zenneck surface wave can exist in any case of metamaterials.

Key words: metamaterial; surface wave; sommerfeld integral; pole point; branch-cut

近年来具有特殊电磁性质的人造超材料得到了研究者的普遍关注^[1-3]. 超材料是一种不存在于自然界的人工复合材料, 具有超常的物理属性^[4-5], 包括光子晶体、复合左右手传输线和左手介质等, 在微波、光学等领域有着巨大的应用价值和前景^[6-8]. 超材料的制作都是采用水平层状介质实现的^[9-10], 平面层状媒质背景下电磁波传播、辐射和散射的时空分布在遥测遥感、地球物理探测、电磁材料的隐身、微带天线、光学薄膜等

领域, 具有强烈的工程应用需求.

偶极辐射源下水平层状媒质的反射场可以表示成索末菲积分的形式^[11-13], 通过对极点和分支割线的研究可以提取其表面波项. 不同的表面波模式具有不同的传播特性^[14-16], 在常规介质与超材料介质的分界面上对其可能存在的表面波模式进行研究, 可以更好地认识超材料的电磁特性和波导特性. 目前的文献中, 将索末菲积分的分析方法用于超材料的表面波分析的文章并不多, 本文分别以等离子介质、负磁性介质和左手介质作为索末菲半空间下层介质, 分析竖直偶极子源所激发的“远场区”反射场中的表面波模式及存在条件. 根据 TM 波和 TE 波的索末菲积分表达式, 研究应用鞍点法计算积分式时支点和分支割线的影响, 分析极点的分布与有效性条件, 讨论不同情况下表面波的成分构成与传播特性.

收稿日期: 2011-12-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60871035, 51177020);
高等学校博士学科点专项科研基金(20092302110027);
长春师范学院自科合字(2011-009).

作者简介: 罗涛(1977—), 男, 副教授, 博士研究生;
江滨浩(1959—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 江滨浩, jiangbh@hit.edu.cn.

1 理论模型

在半空间模型中,上半空间为常规介质,下层介质分别为等离子介质、负磁性介质和左手介质的情况,本文研究分界面上的表面波模式.首先得到各种介质材料的一些基本电磁参数,常规介质的等效介电常数 ε 和等效磁导率 μ 的实部和虚部都为正数;等离子材料有 $\text{Re}[\varepsilon] < 0$, $\text{Im}[\varepsilon] > 0$, $\text{Re}[\mu] > 0$, $\text{Im}[\mu] > 0$;负磁性材料 $\text{Re}[\varepsilon] > 0$, $\text{Im}[\varepsilon] > 0$, $\text{Re}[\mu] < 0$, $\text{Im}[\mu] > 0$;左手材料 $\text{Re}[\varepsilon] < 0$, $\text{Im}[\varepsilon] > 0$, $\text{Re}[\mu] < 0$, $\text{Im}[\mu] > 0$.

在均匀介质中,电磁场分布可以解耦为 TM 波与 TE 波的合成,竖直电偶极子只激励 TM 波,竖直磁偶极子激励的电磁场只有 TE 波,可以分别用 E_z 和 H_z 表征.设偶极子位于上半空间,且处在柱坐标系的原点,介质分界面在 $z = -d$ 处,它们在上半空间的反射场 Sommerfeld 积分表达式为^[17]

$$E_{1z} = \frac{-Il}{8\pi\omega\varepsilon_1} \int_{-\infty}^{\infty} dk_{\rho} \frac{k_{\rho}^3}{k_{1z}} H_0^{(1)}(k_{\rho}\rho) R_{12}^{\text{TM}} e^{ik_{1z}(z+2d)}, \quad (1)$$

$$H_{1z} = \frac{-iIA}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_{\rho} \frac{k_{\rho}^3}{k_{1z}} H_0^{(1)}(k_{\rho}\rho) R_{12}^{\text{TE}} e^{ik_{1z}(z+2d)}. \quad (2)$$

其中: I 为偶极源电流, l 为电偶极源两电荷之间的距离, ω 为角频率, ε_1 为上层介质的介电常数, A 为磁偶极子电流环的面积, k_{ρ} 和 k_z 分别为径向和纵向波矢量,式中的下标1、2分别代表上、下层介质, $H_0^{(1)}$ 为第1类的零阶汉克尔函数, R^{TE} 和 R^{TM} 分别为 TE 波和 TM 波在半空间的反射系数^[20].

$$R^{\text{TE}} = \frac{\mu_2 k_{1z} - \mu_1 k_{2z}}{\mu_2 k_{1z} + \mu_1 k_{2z}}, R^{\text{TM}} = \frac{\varepsilon_2 k_{1z} - \varepsilon_1 k_{2z}}{\varepsilon_2 k_{1z} + \varepsilon_1 k_{2z}}. \quad (3)$$

在式(1)、(2)中,为了进行高效的数值计算或解析分析,需要考虑积分路径的选取和被积函数的奇点问题.在竖直电偶极子和竖直磁偶极子反射场的积分表达式中,积分路径与支点、交割线间的关系,以及被积函数的奇点的贡献,决定着超材料中表面波的成分和电磁特性.由于 $k_{nz} = \sqrt{k_n^2 - k_{\rho}^2}$, ($n = 1, 2$) 的存在,被积函数呈现双值性.虽然双值函数的取值在数学上并不影响积分表达式的合理性,但为满足一些物理要求,双值函数的取值只能唯一,需要划分和规定双值函数的黎曼面. k_{ρ} 平面上存在4个支点和对应的交割线,根据辐射条件的要求,这4条分支交割线由下式确定.

$$\text{Im}[k_{nz}] = \text{Im}[\sqrt{k_n^2 - k_{\rho}^2}] = 0, \quad n = 1, 2. \quad (4)$$

设 $k_n = k'_n + ik''_n$, $k_{\rho} = k'_{\rho} + ik''_{\rho}$, 将 k_{nz} 的表达式展开得

$$k_{nz}^2 = (k'^2_n - k'^2_{\rho} - k''^2_{\rho} + k''^2_n) + 2i(k'_n k''_n - k'_{\rho} k''_{\rho}). \quad (5)$$

结合式(4),可得分交割线位置的确定表达式为

$$(k'^2_n - k'^2_{\rho} - k''^2_{\rho} + k''^2_n) \geq 0, (k'_n k''_n - k'_{\rho} k''_{\rho}) = 0. \quad (6)$$

以 $\text{Im}[k_{nz}] > 0$ 为上黎曼面, $\text{Im}[k_{nz}] < 0$ 为下黎曼面.首先考虑上半空间上方辐射源为竖直磁偶极子的情况.本文讨论无磁介质,其相对磁导率 μ 非常接近于+1或-1,在这种情况下,式(3)表示的反射系数近似化为

$$R_{12}^{\text{TE}} = \frac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1z} + k_{2z}}. \quad (7)$$

根据定义 $k_{nz} = \sqrt{k_n^2 - k_{\rho}^2}$,上式若存在极点必有 $k_1 = \pm k_2$.如果存在极点,介质1和介质2不可能是同类介质,否则其电磁参数将完全相同,半空间模型中的介质分界面将不存在,所以 $k_1 = -k_2$.因介质1为常规介质, $\text{Re}[k_1]$ 与 $\text{Im}[k_1]$ 同号,所以 $\text{Re}[k_2]$ 与 $\text{Im}[k_2]$ 也必然要同号,只有当介质2是等离子体介质时,满足此符号要求.但是,由于 k_1 实部的模大于虚部的模,而 k_2 实部的模小于虚部的模,因此选择等离子体介质作为下半空间介质时也无法满足 $k_1 = -k_2$.可见无论下半空间为哪种介质,竖直磁偶极子激励下的反射波表达式都不存在极点,这与下半空间为常规介质时相同.

半空间上方辐射源为竖直电偶极子的情况时,同样讨论无磁介质,极点由式(3)表示 R^{TM} 的反射系数的分母为零时来确定,即

$$\varepsilon_2 k_{1z} + \varepsilon_1 k_{2z} = 0. \quad (8)$$

由上式可以求得极点 k_{ρ} 的表达式为

$$k_{\rho} = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon_2^2 k_1^2 - \varepsilon_1^2 k_2^2}{\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2}}. \quad (9)$$

由式(8)的虚部为零,可得

$$k''_{2z} \approx -\varepsilon_2' k_{1z} / \varepsilon_1'. \quad (10)$$

然而并非所有的极点都需要考虑,只有当极点与包围它的部分路径处于同一黎曼面时,此极点才对积分有贡献.

2 表面波成分特性

用鞍点法计算式(1)、(2)时,等相位路径确定过程与下层介质的参数无关.选择积分路径在第一、二象限,等相位路径总是逆时针向下绕过分

支点 k_1 , 如图 1 所示. 考虑坐标原点和分支点确定的直线, 设 A 、 B 是此直线与等相位路径的两个交点, 可求得交点值分别为 $k_1\rho/\sqrt{\rho^2+(z+2d)^2}$ 和 $k_1\sqrt{\rho^2+(z+2d)^2}/\rho$. 并且可求得等相位路径与虚轴的交点 C 的值为 $ik_1\rho/(z+2d)$.

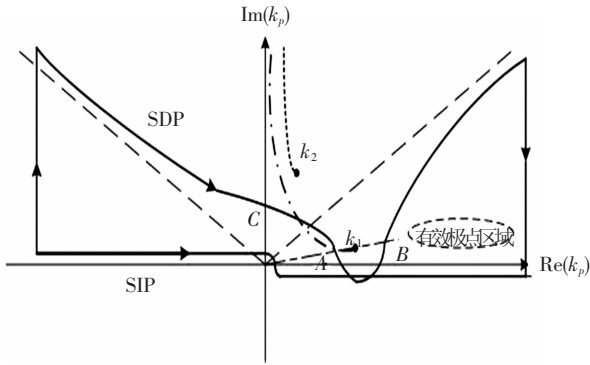


图 1 等离子体的积分路径与支点割线

在这种情况下, 等相位路径穿过 k_1 的割线 2 次, 这满足上节提出的选取积分路径的基本原则. 因此, 无需对分支点 k_1 再做处理, 亦即分支点 k_1 及其割线对积分结果无影响. 分支点 k_2 (或 $-k_2$) 在复平面的位置由下层介质的等效介电常数和等效磁导率确定, 此分支点对于积分结果是否有贡献视下层介质的参数而定. 当下层介质为不同的超材料时, 根据分支点 k_2 在复平面的位置与积分路径的关系, 分析支点 k_2 和它的分支割线对积分的贡献.

下层介质为不同超材料时, 为了对极点的分布情况有一个更清晰的认识, 本文进行了数值仿真. 其中上层介质的相对介电常数取 $\varepsilon_1 = 1.01 + 0.002i$, 下层介质的相对介电常数实部取值为 $1.2 \sim 12.0$, 虚部为 $0.002 \sim 0.020$. 图中的符号 $+$ 表示极点随下层介质的等效介电常数 ε' 的变化, 符号 o 表示极点随介电常数的虚部 ε'' 的变化.

当下层介质为等离子介质时, 如图 1 所示, 由于 $\text{Re}[k_2] < \text{Im}[k_2]$, 虽然分支点 k_2 在 k_p 平面的上黎曼面内, 但没有被最陡下降路径 SDP 和原始路径 SIP 包围在内, 并且积分路径不穿过其交割线, 所以支点 k_2 及其分支割线将不对积分结果产生影响, 没有相关的表面波.

图 2 为当下层介质为等离子介质时的极点分布情况. 由图可知, 极点仅存在于第一、三象限内, 极点的模值总大于 k_1 的模值, 实部 ε'_2 越小极点 k_p 的模值越大, 此时的极点 k_p 越远离支点 k_1 , 当 $k_p > \lambda_2 k_1$, 即 $|\varepsilon'_2| < \varepsilon'_1[\rho^2 + (z+2d)^2]/(z+2d)^2$ 时, 极点能够被积分路径包围. 当实部 ε'_2 很

小时, 虚部 ε''_2 的变化引起的作用比较明显. 由于 $\text{Re}[\varepsilon_2] < 0$, 由式(10)知 k_{1z} 和 k_{2z} 的虚部可以同号, 即极点可以同时在这两个双值函数的上黎曼面上, 因此下层介质为等离子体介质时, 在第一象限内存在有效极点. 此时极点的贡献通过留数定理求得, 对应的波模式在 z 方向以指数形式快速衰减, 在 ρ 方向以 $1/\sqrt{\rho}$ 的速度衰减, 传播速度由极点的具体值决定, 称作吸附表面波.

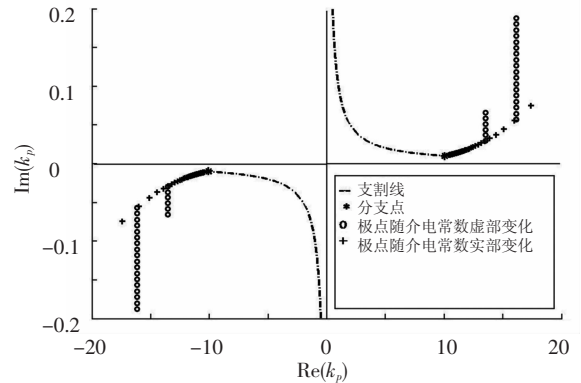


图 2 等离子体的极点分布

当下层介质为左手介质时, 分支点 $-k_2$ 被路径 SDP 和路径 SIP 包围在内, 此时需要进行增加两条互为反方向的积分路径, 如图 3 中所示. 此时增加路径的积分可以通过鞍点法求得, 对应的波模式是在 ρ 方向以 $1/\rho^2$ 衰减的表面波, 具有下层介质中的相速度, 也称之为侧面波或首波.

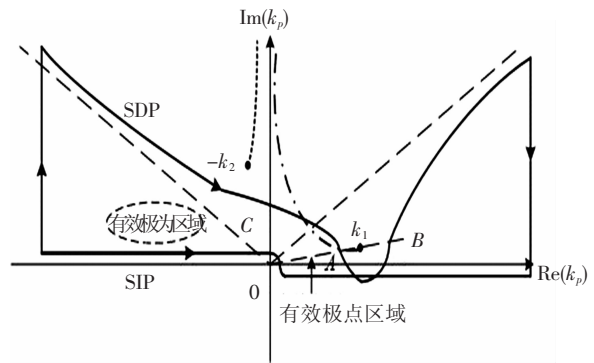


图 3 左手材料的积分路径与支点割线

图 4 为左手材料的极点分布情况. 由图可知, 极点 k_p 模值总小于 k_1 和 k_2 的模值, 实部 ε'_2 越小极点 k_p 的模值越小, 当 $k_p < \lambda_1 k_1$, 即 $|\varepsilon'_2| < \varepsilon'_1\rho^2/(z+2d)^2$ 时, 极点能够被积分路径包围. 极点主要分布于第一、三象限内, 当实部 ε'_2 较小而虚部 ε''_2 很大时, 极点可进入二、四象限内. 由于 $\text{Re}[\varepsilon_2] < 0$, k_{1z} 和 k_{2z} 的虚部可以同号, 即极点可以同时位于这两个双值函数的上黎曼面上. 因此存在有效极点, 此时极点的贡献为以 $1/\sqrt{\rho}$ 衰减的吸附表面波.

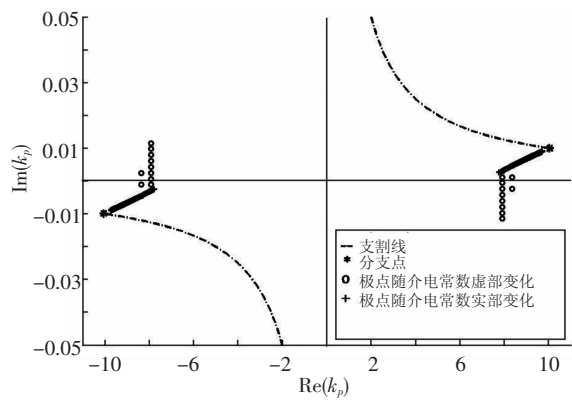


图 4 左手材料的极点分布

负磁性介质的积分路径与支割线,如图 5 所示,若 $\varepsilon'_2 > \varepsilon'_1 \rho^2 / (z + 2d)^2$,分支点 $-k_2$ 没有被 SDP 和 SIP 包围在内,并且积分路径不穿过其支割线,此时支点 $-k_2$ 及其分支割线将不对积分结果产生影响.当 $\varepsilon'_2 < \varepsilon'_1 \rho^2 / (z + 2d)^2$ 时,则分支点 $-k_2$ 割线将被积分路径穿过,从而需要增加两条互为反方向的积分路径,并对积分结果产生影响,存在 ρ 方向以 $1/\rho^2$ 衰减的侧面波.

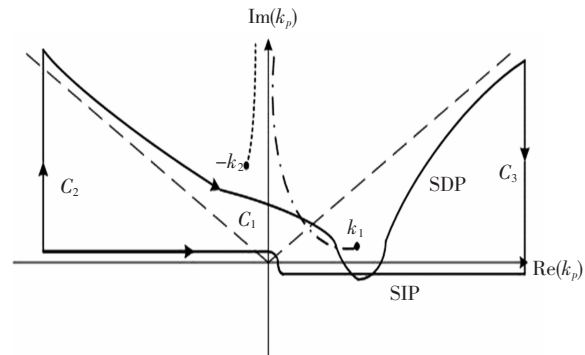


图 5 负磁性介质的积分路径与支割线

负磁性介质的极点分布如图 6 所示,极点 k_p 的模值总大于 k_1 的模值,实部 ε'_2 越小极点 k_p 的模值越大,极点的分布可存在于四个象限内.此时由于 $\text{Re}[\varepsilon_2] > 0$,根据式(10)要求 k_{1x} 和 k_{2x} 的虚数部分必须反号,即极点不能同时位于这两个双值函数的上黎曼面,因此下层介质为负磁性介质时,不存在有效极点及相关表面波.

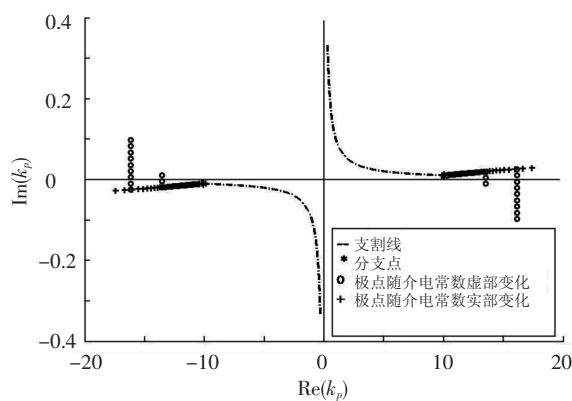


图 6 负磁性介质的极点分布

3 结 论

1) 对于不同的介质分界面,表面波模式有所不同.在上、下层介质均为常规介质时只存在 ρ 方向以 $1/\rho^2$ 的速度衰减的表面波,也称侧面波.而下层介质分别为等离子介质和左手材料介质时,在竖直电偶极子的反射场中,出现了一种新的在 ρ 方向以 $1/\sqrt{\rho}$ 的速度衰减的吸附表面波,也叫 Zenneck 表面波.

2) 对于 TM 波,当下层介质为等离子介质, $|\varepsilon'_2| < \varepsilon'_1 [\rho^2 + (z + 2d)^2] / (z + 2d)^2$ 时第一象限内存在有效极点,此时极点留数的贡献为吸附表面波,在 ρ 方向以 $1/\sqrt{\rho}$ 的速度衰减,但不存在常规介质时的侧面波;当下层介质为左手介质, $|\varepsilon'_2| < \varepsilon'_1 \rho^2 / (z + 2d)^2$ 时存在有效极点,表面波中同时存在分别以 $1/\rho^2$ 和 $1/\sqrt{\rho}$ 衰减的侧面波和吸附表面波;下层介质为负磁性介质时无有效极点,且只有当 $\varepsilon'_2 < \varepsilon'_1 \rho^2 / (z + 2d)^2$ 时,存在支点贡献的侧面波成分.对于 TE 波,在下层为 3 种不同介质的情况下都无有效极点,即不出现吸附表面波模式;在下层介质为左手介质或负磁性介质时才存在分支点贡献的侧面波模式.

3) 对于常规介质与等离子介质、左手材料介质的界面上可以存在吸附表面波模式,它的衰减速度更慢,使得以表面波形式传播的能量能够到达更远距离的区域.由于在实际问题中下层的超材料介质的厚度和范围往往是有限的,故本模型分析的结果存在一定的局限性.

参考文献:

[1] 冯瑞华. 超材料研究文献计量分析[J]. 材料导报: 综述篇,2009,23(4):66-71.

[2] 周济.“超材料 (metamaterials)”:超材料性能的自然极限[J]. 四川大学学报:自然科学版,2005,42(增刊 1):15-18.

[3] TOSHIHIKO B. Slow light in photonic crystals [J]. Nature, 2008, 2: 465-473.

[4] ANTHONY G, ELEFThERIADES G Y. Experimental verification of backward-wave radiation from a negative refractive index metamaterial [J]. Journal of Applied Physics, 2002, 92(10): 5930-5935.

[5] ALU A, SALANDRINO A, ENGHETA N. Negative effective permeability and left-handed materials at optical frequencies [J]. Optical Society of America, 2006, 14(4): 1557-1567.

[6] HESS D W. Plasma-material interactions[J]. Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces,

- and Films, 2009, 8(3): 1677 – 1684.
- [7] GIL M, BONACHE J, GARCIA J, *et al.* Composite right/left-handed metamaterial transmission lines based on complementary split-rings resonators and their applications to very wideband and compact filter design[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2007, 55(6): 1296 – 1304.
- [8] MARQUES R, MARTIN F, SOROLLA M. Metamaterials with negative parameters [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.
- [9] VAY J M, ENGHETA N, HOORFAR A. High-impedance metamaterial surface using Hilbert-curve inclusions[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2004, 14(3): 130 – 133.
- [10] GUASONI M, CONFORTI M, ANGELIS C D. Light propagation in nonuniform plasmonic subwavelength waveguide arrays [J]. Optics Communications, 2010, 283(6): 1161 – 1168.
- [11] HE S. A uniform approximation to the scattering and problem for a stratified bi-anisotropic slab [J]. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 1996, 17(2): 415 – 431.
- [12] SHULEY N V, BOIX R R, MEDINA F, *et al.* On the fast approximation of green's functions in MPIE formulations for planar layered media [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2002, 50(9): 2185 – 2192.
- [13] CUI T J, CHEW W C. Efficient evaluation of Sommerfeld integrals for TM wave scattering by buried objects [J]. J Electromagnetic Waves Applications, 1998, 12(4): 607 – 615.
- [14] WAIT J R. Electromagnetic waves in stratified media [M]. New York: Pergamon Press, 1962.
- [15] BANOS A J. Dipole radiation in the presence of a conducting half-space [M]. New York: Pergamon Press, 1966: 23 – 28.
- [16] CHEW W C. Sommerfeld integrals for LH materials [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 8(4): 2552 – 2555.
- [17] CHEW W C. Waves and fields in inhomogeneous media [M]. New York: IEEE Press, 1995.

(编辑 魏希柱)

(上接第 42 页)

- [2] HU Junli, LIN Xiangui, WANG Junhua. Arbuscular mycorrhizal fungus enhances crop yield and P-uptake of maize (*Zea mays* L.): A field case study on a sandy loam soil as affected by long-term P-deficiency fertilization[J]. Soil Biology & Biochemistry, 2009, 41: 2460 – 2465.
- [3] 王立, 贾文奇, 马放, 等. 菌根技术在环境修复领域中的应用及展望[J]. 生态环境学报, 2010, 19(2): 487 – 493.
- [4] YU Yang, ZHANG Shuzhen, HUANG Honglin. Arsenic accumulation and speciation in maize as affected by inoculation with arbuscular mycorrhizal fungus *glomus mosseae* [J]. Agric Food Chem, 2009, 57: 3695 – 3701.
- [5] SHARMA A K, JOHRI B N, GIANINAZZI S. Vesicular-arbuscular mycorrhizae in relation to plant disease [J]. World Journal of Microbiology and Biotechnology, 1992, 8: 559 – 563.
- [6] 刘润进, 焦惠, 李岩, 等. 丛枝菌根真菌物种多样性研究进展[J]. 应用生态学报, 2009, 20(9): 2301 – 2307.
- [7] WANG Yuanyuan, VESTBERG M, WALKER C, *et al.* Diversity and infectivity of arbuscular mycorrhizal fungi in agricultural soils of the Sichuan Province of mainland China[J]. Mycorrhiza, 2008, 18: 59 – 68.
- [8] UTA P, SCOTT K, CHRISTOPHE R, *et al.* Rice phosphate transporters include an evolutionarily divergent gene specifically activated in arbuscular mycorrhizal symbiosis[J]. PNAS, 2002, 99(20): 13324 – 13329.
- [9] 王曙光, 刁晓君, 冯兆忠. 湿地植物的丛枝菌根(AM) [J]. 生态学报, 2008, 28(10): 5076 – 5081.
- [10] BHATTACHARJEE S, SHARMA G D. The vesicular arbuscular mycorrhiza associated with three cultivars of rice (*Oryza sativa* L.) [J]. Indian J Microbiol, 2011, 51(3): 377 – 383.
- [11] 张淑娟, 王立, 马放, 等. 丛枝菌根(AM)对水稻生长促进及化肥减量研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(6): 958 – 962.
- [12] ERICA L, MARTA V, ALGUACIL M M. Different farming and water regimes in Italian rice fields affect arbuscular mycorrhizal fungal soil communities [J]. Ecological Applications, 2011, 21(5): 1696 – 1707.
- [13] LI H, YE Z H, CHEN W F, *et al.* Can arbuscular mycorrhizal fungi improve grain yield, as uptake and tolerance of rice grown under aerobic conditions [J]. Environmental Pollution, 2011, 159(10): 2537 – 2545.
- [14] WANG Li, MA Fang, ZHANG Shujuan, *et al.* Effect of *Glomus Mosseae* inoculation on growth and reproduction of rice [C]// CMBB. Qiqihar: [s. n.], 2010.
- [15] 卢升高. 环境生态学 [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2010.
- [16] 李元. 环境生态学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.

(编辑 刘 彤)