柔性翼型的气动弹性建模与颤振特性分析

尹维龙，田东奎

（哈尔滨工业大学 复合材料与结构研究所，150080 哈尔滨）

摘 要： 运用 Hamilton 原理推导了柔性翼型的沉浮－俯仰－弦向弯曲三自由度运动方程，给出了考虑弦向弯曲变形的平板薄翼作简谐运动时非定常气动力的解析表达式，建立了柔性翼型的气动弹性模型．在此基础上，研究了柔性平板薄翼的颤振特性．结果表明：对于平板薄翼而言，单一的弦向弯曲运动是不稳定的．对于给定的沉浮和俯仰振动频率，平板薄翼的颤振速度和其弦向弯曲振动频率有着很大关系．当弦向弯曲振动频率小于俯仰振动频率时，发生颤振的是弦向弯曲分支，颤振速度远小于沉浮－俯仰经典模型的预测值；当弦向弯曲振动频率为俯仰的2.5倍时，弦向弯曲和俯仰分支同时发生颤振；当弦向弯曲振动频率大于俯仰的2.5倍时，发生颤振的分支转为俯仰；当弦向弯曲振动频率大于俯仰的5倍时，沉浮－俯仰－弦向弯曲模型与传统二自由度模型的预测值几乎相等．

关键词： 柔性翼型；气动弹性；弦向弯曲；颤振；非定常气动力

中图分类号： V215.3 **文献标志码：** A **文章编号：** 0367－6234(2012)09－0069－04

Aeroelastic modeling and flutter characteristics of flexible aerofoil

YIN Wei-long, TIAN Dong-kui

(Center for Composite Materials and Structures, Harbin Institute of Technology, 150080 Harbin, China)

Abstract: The governing differential equations of motion for flexible aerofoil, which is coupled with plunge, pitch, and camber bending motions, were derived by using the Hamilton's principle. The nonlinear aerodynamic forces of oscillating thin aerofoil were given with consideration of camber bending. The two-dimensional aeroelastic model of flexible aerofoil was presented and the flutter characteristics of flexible thin aerofoil were investigated. Numerical results show that the single camber bending motion is instability. When the characteristic frequencies of pitch and plunge modes are given, the flutter velocity is powerfully affected by the characteristic frequency of camber bending mode. When the characteristic frequency of camber bending mode is less than one of pitch mode, the flutter is dominated by the camber bending mode and the flutter velocity is much lower than one given by the classical pitch-plunge coupled model. When the ratio of characteristic frequencies of camber bending and plunge modes is 2.5, the flutter is dominated by the camber bending and plunge modes. When the ratio is greater than 2.5, it is dominated by the plunge mode. When the ratio is greater than 6.0, the pitch-plunge-camber bending coupled aeroelastic model is agreed with the pitch-plunge model.

Key words: flexible aerofoil; aeroelastic; camber bending; flutter; nonlinear aerodynamic forces

气动弹性问题几乎伴随着航空飞行器发展的全过程，尤其在现代飞机的设计过程中占有非常重要的地位[1]．从早期的二元机翼－舵面系统[2]到今天的大展弦比复合材料柔性机翼[3-5]，气动弹性问题的分析方法越来越成熟，分析手段也越来越丰富，但在气动弹性的分析过程中，研究人员一直沿用“机翼剖面本身是刚性的”这样的一个假设条件．对于传统飞行器而言，机翼的中央翼段和控制面（包括副翼和前、后缘襟翼）沿着翼弦方向的刚度是非常大的，这个假设条件是可以满足的．

收稿日期： 2011－10－12.

基金项目： 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目（20102302120032）；中央高校基本科研业务费专项基金资助项目（HIT. NSRIF. 2012028）.

作者简介： 尹维龙（1980—），男，博士，副教授.

通信作者： 尹维龙，yinweilongbj@sina.com.

近些年来，随着智能材料和柔性结构技术的快速发展，机翼不但在翼展方向的刚度设计越来越趋向于柔性化，而且在翼弦方向的刚度也越来越低，如 NASA 的任务自适应机翼[6]. 柔性自适应机翼主要依靠机翼翼面自身的变形来改变机翼弯度和扭转角，以提供几乎理想的机翼弯度形状. 该机翼已安装在 F－111 上进行了多次飞行验证，效果良好. 随后，又出现多种不同结构形式的柔性控制面[7－10]. 由于柔性控制面的引入，机翼弦向弯曲刚度急剧降低，弦向的弯曲变形对机翼气动弹性问题的影响愈来愈显著. 传统的气动弹性模型已不能适用于这类机翼了，不得不考虑机翼弦向弯曲刚度的影响. R. Palacios 等[11－12]研究了弦向弯曲变形对机翼静气动弹性变形的影响，但关于考虑弦向弯曲自由度在内的柔性翼型和机翼的动气动弹性问题的研究还比较少. 本文主要建立了柔性翼型（是指弦向柔性的翼型）的气动弹性模型，进而研究弦向弯曲刚度对二元翼段颤振特性的影响.

1　结构模型

柔性翼型的结构模型如图 1 所示. 弦长为 $2b$，来流速度为 V. 翼型的沉浮位移为 h（向下为正），俯仰角度为 α（抬头为正），弦向弯曲形函数为 ψ，弯曲位移为 β（上弯为正），刚心距离位于翼弦中点后 ab 处. 此结构模型包含沉浮和俯仰两个刚体自由度和弦向弯曲自由度.

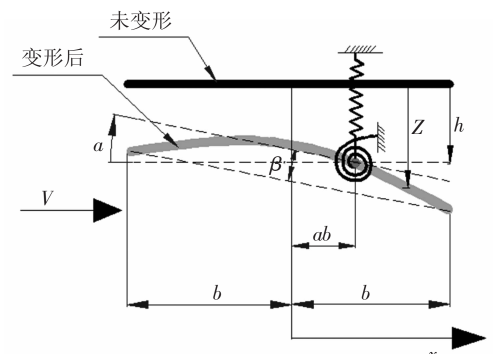

图 1　柔性翼型的结构模型

翼段上任一点的位移为

$$Z(x,t) = h(t) + (x - ab)\alpha(t) + \psi(x)\beta(t). \tag{1}$$

整个翼段的动能变分为

$$\delta T = \int_{-b}^{b} \overline{m}(\dot{Z}\delta\dot{Z})\,\mathrm{d}x.$$

其中：

$$\dot{Z} = \dot{h} + (x - ab)\dot{\alpha} + \psi\dot{\beta},$$

$$\delta\dot{Z} = \delta\dot{h} + (x - ab)\delta\dot{\alpha} + \psi\delta\dot{\beta}.$$

整个翼段的势能包括拉伸弹簧储存的势能、扭转弹簧储存的势能和弦向弯曲变形所储存的势能.

$$U_h = \frac{1}{2}K_h[h + \psi(ab)\beta]^2,$$

$$U_\alpha = \frac{1}{2}K_\alpha\alpha^2,$$

$$U_\beta = \frac{1}{2}K_\beta\beta^2.$$

式中：K_h 为拉伸弹簧系数；K_α 为扭簧的弹簧系数；K_β 为等效的弦向弯曲刚度系数.

势能变分为

$$\delta U = K_h[h + \psi(ab)\beta]\delta[h + \psi(ab)\beta] + K_\alpha\alpha\delta\alpha + K_\beta\beta\delta\beta.$$

气动力所作功的变分为

$$\delta W = -\int_{-b}^{b} \Delta p\delta Z\,\mathrm{d}x.$$

运用 Hamilton 原理，推导二元翼段的运动方程. Hamilton 原理的表达式为

$$\int_{t_1}^{t_2}(\delta U - \delta T - \delta W)\,\mathrm{d}t = 0. \tag{2}$$

代入式(2)，整理得到二元翼段的运动方程为

$$m\ddot{h} + S_\alpha\ddot{\alpha} + m_\beta\ddot{\beta} + K_h h + \psi(ab)K_h\beta = Q_h.$$

$$S_\alpha\ddot{h} + I_\alpha\ddot{\alpha} + S_\beta\ddot{\beta} + K_\alpha\alpha = Q_\alpha.$$

$$m_\beta\ddot{h} + S_\beta\ddot{\alpha} + I_\beta\ddot{\beta} + \psi(ab)K_h h + \psi^2(ab)K_h\beta + K_\beta\beta = Q_\beta.$$

其中：

$$m = \int_{-b}^{b}\overline{m}\,\mathrm{d}x,$$

$$S_\alpha = \int_{-b}^{b}\overline{m}(x - ab)\,\mathrm{d}x = mx_a,$$

$$I_\alpha = \int_{-b}^{b}\overline{m}(x - ab)^2\,\mathrm{d}x = mr_a^2,$$

$$m_\beta = \int_{-b}^{b}\overline{m}\psi\,\mathrm{d}x,$$

$$S_\beta = \int_{-b}^{b}\overline{m}(x - ab)\psi\,\mathrm{d}x,$$

$$I_\beta = \int_{-b}^{b}\overline{m}\psi^2\,\mathrm{d}x = mr_\beta^2,$$

$$Q_h = -\int_{-b}^{b}\Delta p\,\mathrm{d}x,$$

$$Q_\alpha = -\int_{-b}^{b}\Delta p(x - ab)\,\mathrm{d}x,$$

$$Q_\beta = -\int_{-b}^{b}\Delta p\psi\,\mathrm{d}x.$$

式中：Δp 为压差.

2　气动模型

在机翼颤振分析时需要利用非定常空气动力

模型. Theodorsen 在 20 世纪 30 年代末给出了二元平板机翼作简谐振动时非定常气动力的解析表达式，推导过程中假定翼型剖面本身是刚性的.

考虑弦向弯曲变形的影响，则二元平板薄翼作简谐振动时旋涡对平板上任一点的诱导速度为

$$w(x,t) = V\frac{\partial Z(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial Z(x,t)}{\partial t}. \qquad (3)$$

将式(1)代入式(3)，得

$$w(x,t) = \dot{h} + (x - ab)\dot{\alpha} + \psi\dot{\beta} + V\left(\alpha + \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}x}\right).$$

由文献[13]可以推导出沉浮－俯仰－弦向弯曲三自由度二元平板薄翼作简谐振动时非定常气动力的解析表达式. 对于等厚平板薄翼，弦向弯曲振动的形函数可取为 2 次曲线，即

$$\psi(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^2 - \frac{1}{3}.$$

当机翼作简谐振动，即

$$h = \bar{h}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \alpha = \bar{\alpha}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \beta = \bar{\beta}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

则非定常广义气动力为

$$Q_h = \frac{\omega^2}{\mu}\left\{L_h\frac{\bar{h}}{b} + [L_\alpha - (0.5 + a)L_h]\bar{\alpha} - \left(\frac{1}{12} + \frac{C}{3k}i + \frac{2C}{k^2}\right)\frac{\bar{\beta}}{b}\right\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$Q_\alpha = \frac{\omega^2}{\mu}\left\{[M_h - (0.5 + a)L_h]\frac{\bar{h}}{b} + [M_\alpha - (0.5 + a)(L_\alpha + M_h) + (0.5 + a)^2L_h]\bar{\alpha} + \left[\left(-\frac{1}{2k}i - \frac{1}{k^2} + \frac{C}{6k}i + \frac{C}{k^2}\right) - a\left(\frac{1}{12} + \frac{C}{3k}i + \frac{2C}{k^2}\right)\right]\frac{\bar{\beta}}{b}\right\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$Q_\beta = \frac{\omega^2}{\mu}\left[-\left(\frac{1}{12} + \frac{C}{3k}i\right)\frac{\bar{h}}{b} + \left(\frac{a}{12} + \frac{1}{3k}i - \frac{0.5 - a}{3k}Ci - \frac{C}{3k^2}\right)\bar{\alpha} + \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{2k^2} - \frac{C}{18k}i - \frac{3C}{k^2}\right)\frac{\bar{\beta}}{b}\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}.$$

式中：$\mu = m/(\pi\rho_a b^2)$ 为质量比；$C(k)$ 为 Theodorsen 函数；$k = \omega b/V$ 为减缩频率，L_h、L_α、M_h、M_α 分别为辅助系数[15].

3　分析方法

V-g 法是颤振分析使用最广泛的方法之一. 在这个方法中，需要引入人工结构阻尼，即

$$D_h = -\mathrm{i}g_h m\omega_h^2\bar{h}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$D_\alpha = -\mathrm{i}g_\alpha m\omega_\alpha^2\bar{h}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

$$D_\beta = -\mathrm{i}g_\beta m\omega_\beta^2\bar{h}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}.$$

式中：g_h、g_α、g_β 分别为人为引入的沉浮、俯仰和弦向弯曲自由度的人工结构阻尼系数.

取 $g_h = g_\alpha = g_\beta = g$，则有

$$-\boldsymbol{\Omega}^2\boldsymbol{M}\begin{Bmatrix}\frac{\bar{h}}{b}\\ \bar{\alpha}\\ \frac{\bar{\beta}}{b}\end{Bmatrix} + (1 + \mathrm{i}g)\boldsymbol{K}\begin{Bmatrix}\frac{\bar{h}}{b}\\ \bar{\alpha}\\ \frac{\bar{\beta}}{b}\end{Bmatrix} = \boldsymbol{\Omega}^2\boldsymbol{A}(k)\begin{Bmatrix}\frac{\bar{h}}{b}\\ \bar{\alpha}\\ \frac{\bar{\beta}}{b}\end{Bmatrix}. \qquad (4)$$

式中：$\Omega^2 = \frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2}$，$R_h^2 = \frac{\omega_h^2}{\omega_\alpha^2}$，$R_\beta^2 = \frac{\omega_\beta^2}{\omega_\alpha^2}$；$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{K}$、$\boldsymbol{A}(k)$ 分别为质量矩阵、刚度矩阵和气动力矩阵.

求解式(4)的特征值问题，可以得出颤振频率和颤振速度.

4　结果讨论

假定材料为各向同性材料，则平板薄翼的结构系数为：$m = 2b\bar{m}$，$a = 0$，$x_a = 0$，$r_a^2 = 1/3$，$m_\beta = 0$，$S_\beta = 0$，$r_\beta^2 = 4/45$.

对于平板薄翼，主要考虑 3 个自由度，即：沉浮、俯仰和弦向弯曲. 单个自由度的人工结构阻尼系数为

$$g_h = -\frac{2F(k)}{(1 + \mu)k + 2G(k)},$$

$$g_\alpha = \left(-\frac{1}{k} + (0.5 + a)\left(1 + 2F + \frac{2G}{k^2}\right) - \frac{2(0.5 + a)^2F}{k}\right)\Bigg/\left(r_a^2 + \left[\frac{3}{8} - (0.5 + a)\left(1 + 2G - \frac{2F}{k^2}\right) + \frac{(0.5 + a)^2\left(1 + \frac{2}{k}F\right)}{k}\right]\right),$$

$$g_\beta = -\frac{F(k)k + 6G(k)}{k^2 + 18 + 2kG(k) - 6F(k) + 36\mu k^2R_\beta^2}.$$

图 2 为平板薄翼单个自由度的 V-g 曲线. 其中，g 为无量纲阻尼系数. 由图 2 可以看出，对于平板薄翼而言，沉浮和俯仰运动是稳定的，而弦向弯曲运动是不稳定的.

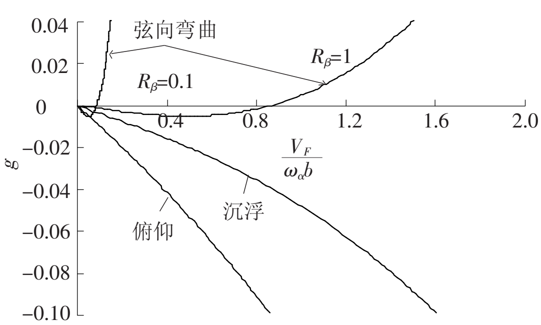

图 2　单个自由度的 V-g 曲线

由 $g_\beta = 0$，得出弦向弯曲运动的颤振临界减缩频率和速度为

$$k_F = -\frac{6G(k_F)}{F(k_F)},$$

$$\frac{V_F}{\omega_\alpha b} = 6r_\beta R_\beta(\mu/(k_F^2 + 18 + 2k_F G(k_F) - 12F(k_F) + 36\mu k_F^2 r_\beta^2))^{1/2}. \quad (5)$$

式中：$k_F \approx 1.07$.

由式(5)可知，平板薄翼弦向弯曲运动的颤振临界速度是和其弯曲振动频率成正比的.

图 3 为由沉浮－俯仰气动弹性模型得到的平板薄翼 V-g 曲线. 可以看出，由经典气动弹性模型所预测的平板薄翼无量纲颤振速度为 2.18，发生颤振的是俯仰（也称为扭转）分支.

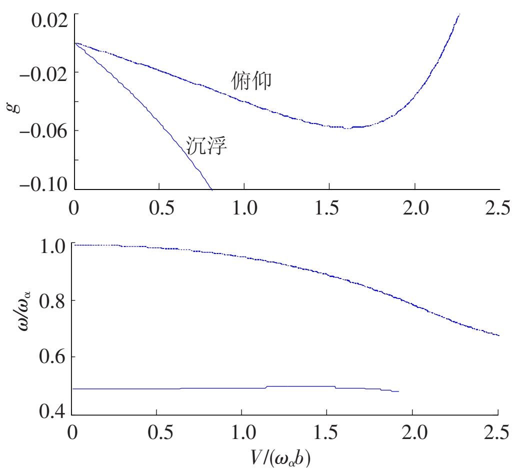

图 3　平板薄翼 V-g 和 V-ω 图($R_h = 0.5$)

图 4 为不同弦向弯曲刚度的平板薄翼颤振速度随着弦向弯曲振动频率的变化曲线. 可以看出，当弦向弯曲振动频率小于俯仰振动频率时，机翼的无量纲颤振速度是随着弦向弯曲频率的增加而增加的. 当弦向弯曲振动频率小于沉浮振动振动频率时，沉浮－弦向弯曲模型与沉浮－俯仰－弦向弯曲模型的分析结果很接近，此时俯仰自由度可以忽略.

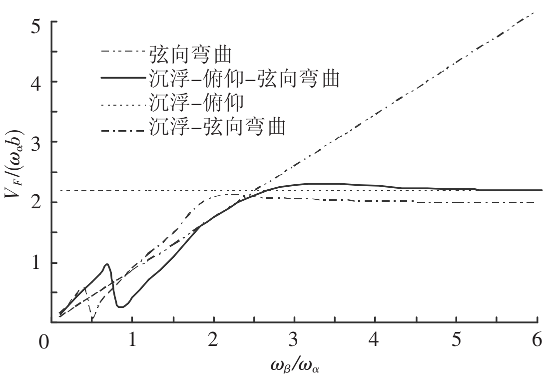

图 4　颤振速度随弦向弯曲振动频率变化曲线图($R_h = 0.5$)

V-g 图中的颤振分支在颤振点处的斜率反映了颤振的突发程度，曲线斜率越大，表示颤振的突发性越大. 从图 4 中可以看出，当弦向弯曲振动频率小于俯仰振动频率时，弦向弯曲分支在颤振点处的斜率比较大，也就是说，发生颤振的突发性比较大.

对于平板薄翼而言，如果要求弦向弯曲刚度的降低不影响机翼的颤振速度（即由沉浮－俯仰两自由度模型所预测的结果）的话，那么弦向弯曲振动频率不能低于扭转振动频率的 2.6 倍（即图 4 中实黑线与虚线交叉点的横坐标值）. 否则，由于弦向弯曲刚度的降低，机翼的颤振速度将随之降低. 因此，柔性自适应机翼的结构设计中要综合考虑弦向弯曲刚度的影响.

4　结　论

1）对于平板薄翼而言，单一的弦向弯曲运动是不稳定的，其颤振临界速度是和其弯曲振动频率成正比的.

2）当弦向弯曲振动频率小于俯仰振动频率时，发生颤振的是弦向弯曲分支，且该分支发生颤振的突发性比较大；颤振速度是随着弦向弯曲频率的增加而增加的.

3）当弦向弯曲振动频率接近俯仰振动频率时，发生颤振的仍然是弦向弯曲分支，颤振速度急剧降低，但颤振的突发性变小了.

4）当弦向弯曲振动频率高于俯仰振动频率的 2～3 倍时，沉浮－俯仰－弦向弯曲模型所预测的颤振速度略高于沉浮－俯仰模型的预测值；当弦向弯曲振动频率为俯仰振动频率的 2.5 倍时，弦向弯曲和俯仰分支同时发生颤振，但俯仰分支发生颤振的突发性更大；当弦向弯曲振动频率大于俯仰振动频率的 2.5 倍时，发生颤振的分支转为俯仰.

5）弦向弯曲频率大于俯仰频率的 5 倍时，发生颤振的是俯仰分支，颤振速度逼近沉浮－俯仰模型的预测值，可以不考虑弦向弯曲自由度的影响.

参考文献：

[1] 陈桂彬，邹丛青，杨超. 气动弹性设计基础[M]. 北京：北京航空航天大学出版社，2004：99－100.

[2] THEODORSEN T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter[R]. NACA－496, 1935.

[3] 冷佳桢，谢长川，杨超. 水平弯曲刚度对大展弦比机翼颤振的影响[J]. 北京航空航天大学学报，2009, 35(6)：718－722.

（下转第 117 页）