

MIMO 系统的改进 MCMC 迭代检测算法

李 芸^{1,2}, 李式巨¹, 易志强², 高明煜²

(1. 浙江大学 信电系, 310027 杭州; 2. 杭州电子科技大学 电子信息学院, 310018 杭州)

摘 要: 由于传统的马尔可夫链蒙特卡罗(MCMC)方法在高信噪比或迭代过程中,容易“陷入”某一采样状态从而影响到检测性能,本文提出一种改进的 MCMC 方法,基于最小均方误差(MMSE)检测算法确定采样初值,使马尔可夫链迅速收敛;对陷入状态下的采样序列,随机反转具有较大后验方差的比特,以增加有效的采样状态数. 仿真结果表明,改进 MCMC 算法能改善系统的误码率(BER)性能、降低运算复杂度.

关键词: MIMO; 迭代检测; MCMC; Gibbs 采样

中图分类号: TN911

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2012)09-0096-05

An improved MCMC iterative detection algorithm for MIMO systems

LI Yun^{1,2}, LI Shi-ju¹, YI Zhi-qiang², GAO Ming-yu²

(1. Dept. of Information Science and Electronic Engineering, Zhejiang University, 310027 Hangzhou, China;

2. Dept. of Electronic Information Hangzhou Dianzi University, 310018 Hangzhou, China)

Abstract: Because the general Markov Chain Monte Carlo(MCMC) method is easily to get trapped in some fixed state especially in the case of high SNR condition or iteration process that leads to performance degradation, in this paper, an improved MCMC algorithm is presented. Determining the initial sample value based on MMSE principle, the Markov chain is convergent rapidly. Simulation results show that the mentioned algorithm can improve the BER performance and reduce computational complexity.

Key words: MIMO; iterative detection; MCMC; Gibbs sampler

MIMO(Multiple-input multiple-output)技术是下一代移动通信系统的关键传输技术,它显著提高了通信信道容量,但也对接收机的设计提出了挑战. MIMO 接收机的设计主要围绕降低处理复杂度和提高系统性能两个目标,近来研究较多的有 BLAST 结构、球形译码(SD)技术、Turbo 迭代技术等. Turbo 迭代接收机被证明是逼近 MIMO 信道容量的有效途径^[1-2],它采用软输入软输出(SISO)的检测算法和 SISO 译码,并辅之以交织器,互相交换外信息. SISO 检测算法大致分为最大后验概率(MAP)、最大似然(ML)和线性最小均方误差(LMMSE)3种,它们的复杂度随着发送

天线的数目、信号的调制阶数以及信道记忆长度的增加呈指数增长,实现起来异常困难.

近年来,统计学中的一些先进方法,如迭代的蒙特卡罗方法,被引入到无线通信系统. 它们为高速可靠的通信系统设计提供了全新的设计思路,能以较低的复杂度获得接近理论最优的性能. 基于蒙特卡罗统计的 MIMO 信号检测方法主要有两种:序列蒙特卡罗(SMC: Sequential Monte Carlo)^[3]和马尔可夫链蒙特卡罗(MCMC: Markov Chain Monte Carol)^[4-7]. 前者是在线处理的方法,后者是批处理的方法. 基于统计的检测方法优点是复杂度明确,只和迭代的次数和采样点数有关,不受信道条件影响,这也是蒙特卡罗检测方法被广泛关注的原因. 文献[8]证明了在复杂度低于列表球形检测(LSD)算法时, MCMC 方法仍可获得 2 dB 左右的性能增益.

传统 MCMC 算法在信噪比较高时易出现“陷入”问题(stalling problem)^[9],即采样“陷入”某一

收稿日期: 2011-05-02.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61172132);浙江省教育厅科研计划资助项目(KYF045609004).

作者简介: 李 芸(1977—),女,博士研究生;

李式巨(1947—),男,教授,博士生导师.

通信作者: 李 芸, liyunr@163.com.

固定状态,采样状态减少,从而导致后验概率估计误差。另外,初始值随机分布的马尔可夫链采样,需要经过足够次数的采样后才能趋于平衡分布。针对以上问题,本文提出了一种改进的 MCMC 算法,它基于 MMSE 算法得到采样初始值,提高了蒙特卡罗综合的精度,使马尔可夫链收敛更迅速;对陷入状态下的采样序列,随机反转具有较大后验方差的比特,能够增加有效的采样状态数量,解决高信噪比时的陷入问题。仿真结果表明,该算法能提高系统性能、降低运算复杂度。

1 系统模型

假定 1 个有 M 根发送天线、 N 根接收天线的无线 MIMO 系统,系统模型可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w}.$$

其中 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_M]^T$ 为发送信号符号向量,每个符号对应映射的比特数为 Q ,发送信号比特向量可以表示为 $\mathbf{x} = [b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_{M \cdot Q}]^T$; $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_N]^T$ 为接收信号向量; $\mathbf{H}$ 是 $N \times M$ 维信道传输矩阵; $\mathbf{w}$ 是高斯噪声向量,均值为零,协方差 $\sigma_w^2 I_N$ 。

MIMO 迭代接收机模型如图 1。

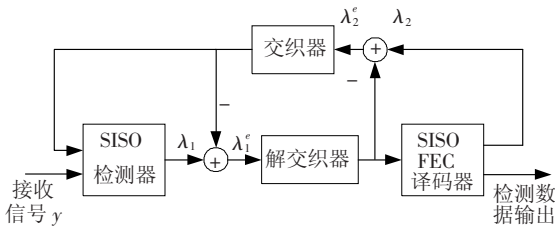


图 1 MIMO 迭代接收机模型

迭代检测器包括两个模块: SISO 检测器和一系列并行 SISO 前向纠错(FEC)信道译码器。SISO 检测器由接收信号矢量 $\mathbf{y}$ 和前一次迭代时 FEC 译码器输出的先验信息产生符号序列的软信息 λ_1 。在 λ_1 中将先验信息去除,得到的剩余信息 λ_1^e 相对信道译码器是新(外)信息,经过解交织器,输入到译码器。同样,FEC 译码器输出软信息 λ_2 也要去除每个译码器输入软信息,将剩余的新(外)信息 λ_2^e 提供给检测器做为下次检测的先验信息。

二进制数据取值为 $\{-1, +1\}$, SISO 检测器计算各比特的外信息,以对数似然比(LLR)的形式表示为

$$\lambda_1(b_k) = \ln \frac{P(b_k = +1 | \mathbf{y}, \lambda_2^e)}{P(b_k = -1 | \mathbf{y}, \lambda_2^e)}, \quad (1)$$

$$\lambda_2(b_k) = \ln \frac{P(b_k = +1 | \lambda_1^e, \text{decoding})}{P(b_k = -1 | \lambda_1^e, \text{decoding})}. \quad (2)$$

式(2)由标准 turbo 译码算法得到,例如 BCJR 算法。

$$\begin{aligned} P(b_k = +1 | \mathbf{y}, \lambda_2^e) &= \\ \sum_{b_{-k}} P(b_k = +1, \mathbf{b}_{-k} | \mathbf{y}, \lambda_2^e) &= \\ \sum_{b_{-k}} P(b_k = +1 | \mathbf{y}, \mathbf{b}_{-k}, \lambda_2^e) \times P(\mathbf{b}_{-k} | \mathbf{y}, \lambda_2^e). \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{b}_{-k} = [b_1 \ \cdots \ b_{k-1} \ b_{k+1} \ \cdots \ b_{M \cdot Q}]^T$, 式(3)需要计算所有可能的 $\mathbf{b}_{-k}$, 它可能的组合个数按 $M \cdot Q$ 的指数增长,可以采用蒙特卡罗统计方法来避免上述不可能实现的复杂运算。

2 MCMC 检测算法

MCMC 算法通过统计抽样获得发射比特列表,并用统计的方法估计各比特的后验概率,它的性能和运算量取决于采样点数和迭代次数,而待检测变量的维数无关。MCMC 算法的基本思想是构造 1 个具有任意初值的马尔可夫链,其平衡分布即为目标分布,利用目标分布的样本进行统计推断。

考虑 1 个关于随机变量 x 的函数 $h(x)$ 的加权平均值问题,给定加权函数 $f(x)$,则

$$E_f[h(x)] = \int_{\chi} h(x) f(x) dx.$$

其中 χ 是 x 的定义范围, $f(\cdot)$ 是密度函数,对所有 $x \in \chi$ 满足: $f(x) \geq 0$ 且 $\int_{\chi} f(x) dx = 1$ 。

根据蒙特卡罗积分原理^[11],可以通过对经验均值的估计来估计上式,即

$$\bar{h} = \frac{1}{N_s} \sum_{n=1}^{N_s} h(x_n).$$

其中 x_n 是 $f(x)$ 的采样点。

为了减少采样点数 N_s , 由重要抽样原理,只取 $h(x)f(x)$ 值比较重要的采样点,可以得到^[5]

$$\bar{h} = \frac{\sum_{n=1}^{N_s} f(x_n) h(x_n)}{\sum_{n=1}^{N_s} f(x_n)}.$$

将 $h(x) = P(b_k = +1 | \mathbf{y}, \mathbf{b}_{-k}, \lambda_2^e)$ 和 $f(x) = P(\mathbf{b}_{-k} | \mathbf{y}, \lambda_2^e)$ 代入上式,并由贝叶斯定理有

$$\begin{aligned} P(b_k = +1 | \mathbf{y}, \lambda_2^e) &= \\ \frac{\sum_{n=1}^{N_s} P(\mathbf{y} | \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = +1) P(\mathbf{b}_{-k} = +1 | \lambda_2^e) P(\mathbf{b}_{-k}^{(n)} | \lambda_2^e)}{\sum_{n=1}^{N_s} \sum_{b_k = \pm 1} P(\mathbf{y} | \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = b_k \lambda_2^e) P(\mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = b_k | \lambda_2^e)} \end{aligned}$$

同样可以得到 $P(b_k = -1 | \mathbf{y}, \lambda_2^e)$, 代入式

(1) 有

$$\lambda_1(b_k) = \ln \frac{\sum_{n=1}^{N_s} P(\mathbf{y} | \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = +1) P(\mathbf{b}_{-k}^{(n)} | \lambda_2^e)}{\sum_{n=1}^{N_s} P(\mathbf{y} | \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = -1) P(\mathbf{b}_{-k}^{(n)} | \lambda_2^e)} + \lambda_2^e(b_k).$$

其中:

$$\lambda_2^e(b_k) = \ln \frac{P(b_k = +1 | \lambda_2^e)}{P(b_k = -1 | \lambda_2^e)},$$

$$\lambda_1^e(b_k) = \lambda_1(b_k) - \lambda_2^e(b_k) =$$

$$\ln \frac{\sum_{n=1}^{N_s} P(\mathbf{y} | \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = +1) P(\mathbf{b}_{-k}^{(n)} | \lambda_2^e)}{\sum_{n=1}^{N_s} P(\mathbf{y} | \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = -1) P(\mathbf{b}_{-k}^{(n)} | \lambda_2^e)}.$$

利用 log-map 近似公式化简上式,可得到

$$\lambda_1^e(b_k) \approx \ln \frac{\max_n P(\mathbf{y} | \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = +1) P(\mathbf{b}_{-k}^{(n)} | \lambda_2^e)}{\max_n P(\mathbf{y} | \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, b_k = -1) P(\mathbf{b}_{-k}^{(n)} | \lambda_2^e)}.$$

其中:

$$P(\mathbf{y} | b_k, \mathbf{b}_{-k}^{(n)}) = \frac{1}{(\pi\sigma_n^2)^N} \exp\left(-\frac{1}{\sigma_n^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right).$$

MCMC 方法需要从条件分布 $P(\mathbf{x} | \mathbf{y}, \lambda_2^e)$ 中抽取样值 $\mathbf{x}$, 形成马尔可夫链. MIMO 系统中马尔可夫链的状态数与状态矢量 $\mathbf{x}$ 的维数呈指数关系, 通常采用 Gibbs 采样^[10] 来降低蒙特卡罗方法的运算量.

Gibbs 采样过程如下:

1) 随机产生初始采样序列 $\mathbf{x}^{(-N_b)}$.

2) for $n = -N_b + 1$ to N_s

由 $P(b_1 | b_2^{(n-1)}, \dots, b_{M-Q}^{(n-1)}, \mathbf{y}, \lambda_2^e)$ 得到采样点 $b_1^{(n)}$;

由 $P(b_2 | b_1^{(n)}, b_3^{(n-1)}, \dots, b_{M-Q}^{(n-1)}, \mathbf{y}, \lambda_2^e)$ 得到采样点 $b_2^{(n)}$;

⋮

由 $P(b_{M-Q} | b_1^{(n)}, \dots, b_{M-Q-1}^{(n)}, \mathbf{y}, \lambda_2^e)$ 得到采样点 $b_{M-Q}^{(n)}$.

其中前 N_b 个采样为 burn-in 过程, 用于使马尔可夫链收敛于平衡分布, 用后面 N_s 次迭代的采样值进行 LLR 计算.

3 MCMC 算法改进

传统算法中, Gibbs 采样初始值是随机产生的, 需要经过 N_b 个采样才能收敛至平衡分布, 考虑有效的采样初值设计方法, 结合 MMSE 检测算法, 使马尔可夫链迅速收敛, 减少采样点个数, 提

高采样估计精度, 降低算法复杂度. 由文献[12]可知, 第 m 根发送天线的发送信号 x_m 的 MMSE 检测表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_m = \bar{\mathbf{x}}_m + \mathbf{v}_m \mathbf{h}_m^H [\mathbf{H} \mathbf{V} \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N]^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{H} \bar{\mathbf{x}}_m). \quad (4)$$

其中 $\bar{\mathbf{x}}_m$ 表示发送信号的均值, 对角阵 $\mathbf{V} = \text{cov}(\mathbf{X}, \mathbf{X}) = \text{diag}(v_1, v_2, \dots, v_M)$ 是发送信号的协方差矩阵, $\mathbf{v}_m$ 和 $\mathbf{h}_m$ 分别是矩阵 $\mathbf{V}$ 和 $\mathbf{H}$ 的第 m 列. 由先验信息可以算出 $\bar{\mathbf{x}}_m$ 和 $\mathbf{v}_m$, 进而由上式得到发送信号的 MMSE 估计, 将之作为 Gibbs 采样的初始值. 文献[13]提出的改进算法也有相近的思路, 它在 MIMO 检测器前添加了预判决模块, 结合 SIC-MMSE 算法, LLR 值经过预判决器去初始化 Gibbs 采样初值, 仿真结果表明该算法比 LSD 算法性能更优, 但它没有考虑到高信噪比时面临的“陷入”问题.

从 Gibbs 采样过程可以看到, 采样点 b_k 是由后验概率 $P(b_k | \mathbf{y}, \mathbf{b}_{-k}, \lambda_2^e)$ 得到的, $k = 1, 2, \dots, MQ$. 在高信噪比时, b_k 为某一值的后验概率远远大于它取其他值的后验概率, 即采样过程容易“陷入”某一固定状态, 这样会产生很多重复的采样, 从而影响 MCMC 检测的性能. 本文算法在前述基础上对 Gibbs 采样过程进行监测, 当发现某一比特连续出现多个相同的采样值时, 认为采样已经进入“陷入”状态, 按后验方差排序, 从后验方差较大的几位中随机地选择某一位取反, 对“陷入”后的采样序列进行分散, 增加有效的采样数量, 从而提高 MCMC 检测算法的性能.

后验方差定义为

$$v_k = \sum_{b=\pm 1} (b - \mu_k)^2 P(b_k = b | \mathbf{Y}, \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, \lambda_2^e).$$

其中 $\mu_k = \sum_{b=\pm 1} b \cdot P(b_k = b | \lambda_2^e)$ 为先验均值.

由文献[14]知

$$v_k = 4P(b_k = +1 | \mathbf{Y}, \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, \lambda_2^e) \cdot [1 - P(b_k = +1 | \mathbf{Y}, \mathbf{b}_{-k}^{(n)}, \lambda_2^e)]. \quad (5)$$

后验方差反映了不同取值时后验概率的接近程度, 后验方差大说明该比特改变的可能性大, 不同取值都具有较大的后验概率; 后验方差小则该比特改变可能性小, 也就是说该比特只有某一取值具有较大的后验概率.

为了解决“陷入”问题, 将重复采样序列中的某些比特取反, 强制 Gibbs 采样状态发生变化, 随机地分散重复采样序列, 可以获得更多的采样状态. 将后验方差较大的比特反转, 反转后的采样序列仍然具有较大的后验概率, 另外, 在一定范围内随机选择一些比特反转, 能够削弱采样序列对后

验概率的依赖.

改进 MCMC 检测算法实现过程如下:

Step 1: 设定 1 个陷入状态判断门限值 L , 可反转比特数 L_1 , 要求: $L_1 \leq L$. 当有 L 个比特采样值相同时, 认为采样进入陷入状态.

Step 2: 结合 MMSE 检测算法, 由式(4)得到 Gibbs 采样的初始样值 $\mathbf{x}^0$.

For $n = 1$ to N_s

Step 3: 由式(5)计算 Gibbs 采样每一比特的后验方差, 对后验方差进行排序.

Step 4: 判断是否有连续 L 个采样值相同, 如果没有, $n = n + 1$.

Step 5: 后验方差较大的 L_1 比特为可反转比特, 等概率地选取一位进行反转, 得到新的采样序列, 将其作为下一次 Gibbs 采样的初值.

End;

Step 6: 由获得的采样值, 进行 LLR 计算.

考虑门限值 L 的设置对检测算法性能的影响, L 值越大, 需反转的比特越少, 有效的采样状态减少, 性能下降, L 值较小时, 性能提高, 但需要付出较大运算量的代价.

改进 MCMC 算法结合 MMSE 检测得到 Gibbs 采样的初始采样序列, 可以加快马尔可夫链收敛速度. 在采样序列具有较大后验概率时, 随机分散重复采样序列能够增加有效采样状态数, 避免高信噪比时的陷入问题.

4 仿真结果及分析

考虑 1 个收发天线数均为 4 的 MIMO 系统, 调制方式采用 QPSK. 信道编码采用码率为 1/2 的卷积码, 生成多项式为 $1 + D + D^2$ 和 $1 + D^2$; 译码采用 BCJR 译码方法.

仿真结果中, 传统的 MCMC 算法简记为 MC_1 , 改进 MCMC 算法的简记为 MC_2 .

图 2 是 3 种不同情况下, 改进 MCMC 算法和传统算法的 BER 性能比较, 改进 MCMC 算法中取 $L = 4$, 可反转比特数 $L_1 = L$. 第一种情况: 一条马尔科夫链、采样点数 40, 一次迭代检测, 由于采样点数太少, 特别是高信噪比情况下重复采样点多, 系统性能较差, 从图中可以看到, 信噪比大于 6 dB 时, 误码率性能进入瓶颈状态. 第二种情况: 两条并行的马尔科夫链(两个并行 Gibbs 采样), 每条各采样 20 个点, 一次迭代检测, 由图看到, 误码率性能得到了提高, 并行 Gibbs 采样减弱了采样序列的相关性, 可以获得更多采样状态, 在不增加运算量的情况下改善了性能. 第三种情况: 两

条并行的马尔科夫链, 每条各采样 20 个点, 三次迭代检测, 迭代检测进一步提高了系统性能.

图 2 说明, 改进的 MCMC 算法, 由于结合了 MMSE 检测原理, 提高了蒙特卡罗综合的相似度; 同时, 依据一定规则随机分散采样序列, 能够获得更多的有效状态, 在上述三种情况下, 都能提高系统的 BER 性能, 在高信噪比条件下, 性能改进更多. 这说明改进的 MCMC 算法有效地改善了高信噪比时的陷入问题, 结合 MMSE 检测原理, 加快了马尔可夫链的收敛速度, 提高了蒙特卡罗综合的相似度.

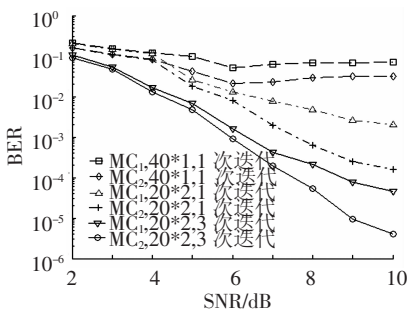


图 2 BER 性能比较

图 3 是两条并行的马尔科夫链, 采样点个数分别为 20 和 40, 三次迭代情况下, 采样点个数对传统 MCMC 算法及改进 MCMC 算法性能的影响, 改进 MCMC 算法仍然取 $L = L_1 = 4$. 可以看到, 采样点个数的增加, 可以提高算法的精度、降低误码率, 这和第 2 节的推断相符.

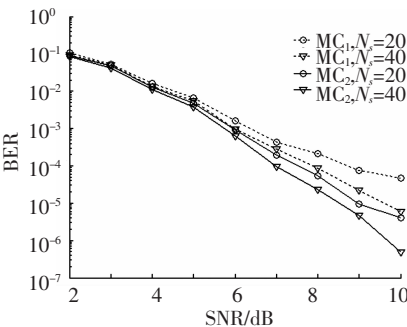


图 3 采样点个数对性能的影响

图 4 是改进 MCMC 算法中参数 L 取值对性能的影响, 两条并行的马尔科夫链, 每条 20 个采样点, 三次迭代检测. 高信噪比条件下, L 值越小, 需反转的比特越多, 有效的采样状态增加, 性能提高, 但需要付出较大运算量的代价. 低信噪比时, L 值对性能影响不大.

表 1 列出了和图 3 相同仿真条件, 误码率达到 10^{-4} 时, 两种算法在采样点个数分别为 20 和 40 时, SNR 值和总的运算次数. 可以看到, 改进的 MCMC 算法在性能接近时, 复杂度更低. 如, 改进算法在 20 个采样点数情况下和传统算法在 40 个

采样点数时都实现了在信噪比 8 dB 之前达到目标误码率,而前者的复杂度近似为后者的一半左右.

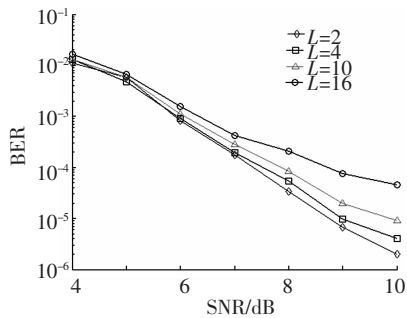


图 4 L 取值对性能的影响

表 1 算法复杂度比较

算法	SNR/dB	采样点数	运算次数
MC ₁	8.7	20	2.52×10^6
	7.9	40	5.01×10^6
MC ₂	7.5	20	2.67×10^6
	7.0	40	5.31×10^6

5 结 论

MCMC 算法是一种有效的检测方法,针对传统 MCMC 算法高信噪比时的陷入问题,以及马尔可夫链要经过相当次数的采样后才能趋于平衡分布,本文提出了一种改进的 MCMC 算法.在改进算法中,首先基于 MMSE 算法得到采样初值,提高蒙特卡罗综合的精度,使马尔可夫链收敛更迅速,从而减少采样点个数,降低算法复杂度;其次对陷入状态下的采样序列,随机分散重复采样序列,增加有效的采样状态数,使其跳出陷入状态.仿真结果说明,改进 MCMC 算法较大幅度地改善了系统性能,在相同信噪比、达到同样误码率情况下,改进 MCMC 算法的复杂度显著降低.

参考文献:

[1] BERROU C, JEZEQUEL M, DOUILLARD C. Multidimensional turbo codes [C]//Information Theory and Networking Workshop. Metsovo: [s. n.], 1999:27.

[2] HOCHWALD B M, BRINK S T. Achieving near-capacity on a multiple antenna channel [J]. IEEE Trans Commun, 2003, 51(3):389-399.

[3] BIN D, XIAODONG W, ARNAUD D. A new class of soft MIMO demodulation algorithms [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 51(11):2752-2763.

[4] CHEN Rong, LIU J S, WANG Xiao-dong. Convergence analyses and comparisons of Markov Chain Monte Carlo algorithms in digital communications [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2):255-270.

[5] FILIPPO Z M, WANG Xiaodong, GIORGIO M V. A Bayesian multiuser detection algorithm for MIMO-OFDM systems affected by multipath fading, carrier frequency offset, and phase noise [J]. IEEE Journal on selected areas in Communications, 2008, 26(3):506-516.

[6] STEPHEN A L, BEHROUZ F B. Implementation of a Markov Chain Monte Carlo based multiuser/MIMO detector [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 2009, 56(1):246-255.

[7] CHEN Rong-rong, PENG Rong-hui, ALEXEI A, et al. Approaching MIMO capacity using bitwise Markov Chain Monte Carlo detection [J]. IEEE Trans Commun, 2010, 58(2):423-428.

[8] ZHU Hai-dong, BEHROUZ F B, CHEN Rong-rong. On performance of sphere decoding and Markov Chain Monte Carlo detection methods [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 12(10):669-672.

[9] BEHROUZ F B, ZHU Hai-dong, SHI Zhen-ning. Markov Chain Monte Carlo algorithms for CDMA and MIMO communication systems [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(5):1896-1909.

[10] SPALL J C. Estimation via Markov Chain Monte Carlo [J]. IEEE Control Systems Magazine, 23(2) 2003:34-45.

[11] FISHMAN G. Monte Carlo: concepts, algorithms and applications [M]. New York: Springer-Verlag, 1996.

[12] WANG Li, XU Lei, CHEN Sheng, et al. MMSE soft-interference-cancellation aided iterative center shifting K-Best sphere detection for MIMO channels [C]//IEEE International Conference on 2008. Piscataway: IEEE, 2008:3819-3823.

[13] 肖珂,苏明超,郭书军. MIMO 系统中检测算法得研究与改进[J]. 北方工业大学学报,2009,21(3):4-9.

[14] DANGL M A, SHI Zhen-ning, REED M C, et al. Advanced Markov Chain Monte Carlo method for iterative (Turbo) multiuser detection [C]//Proc Int Symp on Turbo Codes and Related Topics. Munich: [s. n.], 2006:1-6.

(编辑 张 宏)