

碟形砂轮磨削面齿轮的数控规律

彭先龙¹, 李建华¹, 方宗德¹, 苏进展¹, 裴杉杉²

(1. 西北工业大学 机电学院, 710072 西安; 2. 西北机电工程研究所, 712099 陕西 咸阳)

摘要: 为制造高精度面齿轮, 对用碟形砂轮加工面齿轮的数控磨齿方法进行研究. 由插齿刀的齿面确定适用于磨削直齿、斜齿面齿轮的碟形砂轮曲面, 分析碟形砂轮磨削面齿轮的展成原理, 通过坐标变换建立碟形砂轮磨削面齿轮的齿面方程. 根据不同加工方法中刀具位置和运动的等价原则确定磨削面齿轮的数控机床运动规律, 为方便编程, 将该运动规律用二元 Taylor 展开式表示. 计算数控加工齿面与理论齿面的偏差, 计算实例的最大偏差为 $0.0719\ \mu\text{m}$, 表明用碟形砂轮磨削面齿轮是可行的, 数控规律是正确的, 能够达到理想的磨齿精度.

关键词: 面齿轮; 碟形砂轮; 磨齿; 数控

中图分类号: TH132.41

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2012)11-0101-04

Computer numerical controlling rules for applying grinding disk in face gear grinding

PENG Xian-long¹, LI Jian-hua¹, FANG Zong-de¹, SU Jin-zhan¹, PEI Shan-shan

(1. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China;

2. Northwest Institute of Mechanical & Electrical Engineering, 712099 Xianyang, Shanxi, China)

Abstract: To manufacture face gear with high precise, computer numerical controlled (CNC) grinding method and grinding disk in face gear machining was investigated. The tooth surface equation of face gear machined by grinding disk was determined by coordinate transformation. The motion laws of CNC machine were established by the equivalence principle of position and movement of tool in different machining method, and then the laws were transformed into Taylor expansion for convenient programming. The deviation of CNC machining tooth surface from that of theoretical was calculated, in an illustrated example the maximal deviation was $0.0719\ \mu\text{m}$. The result shows that the grinding method of face gear is feasible, the CNC motion laws are correct and the desired precision is easy to meet.

Key words: Face gear; Grinding disk; Grinding; Computer numerical controlling

面齿轮在国外已成功应用于直升机的主传动系统, 能减轻齿轮箱重量和提高承载能力^[1], 并能简化分流-汇流传动结构^[2]. 用于面齿轮的加工方法有插齿^[3-5]、蜗杆刀具滚齿或磨齿等加工技术. 由于插齿加工的齿面精度较低, 不能用于航空面齿轮传动. 蜗杆刀具滚切、磨削面齿轮加工效率高^[3,6-7], 但蜗杆齿面受奇异性影响, 导致某些

参数的插齿刀不存在对应蜗杆, 且滚刀或砂轮制造复杂, 磨损后的修整困难.

至今, 国内外只有格林森公司的 H. J. Stadtfeld 论述过碟形砂轮磨削面齿轮的方法^[8]. 采用碟形砂轮磨削面齿轮具有砂轮结构简单, 设计制造和修整方便且不受面齿轮设计参数限制的优点.

本文将主要研究碟形砂轮的设计, 研究采用碟形砂轮加工面齿轮的磨齿方法及其数控规律.

1 小齿轮和碟形砂轮的齿面

1.1 小齿轮和插齿刀的齿面方程

图1是插齿刀的坐标系, 齿面位矢如式(1)所示.

收稿日期: 2011-07-23.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875211).

作者简介: 彭先龙(1982—), 男, 博士研究生;

方宗德(1942—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 彭先龙, pxlsh@126.com.

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} l_s \cos \psi_s \sin \beta - S_0(0.5 \cos \psi_s \cos^2 \alpha \cos \beta - 0.25 \sin \psi_s \sin 2\alpha) \\ S_0(0.5 \sin \psi_s \cos^2 \alpha \cos \beta + 0.25 \cos \psi_s \sin 2\alpha) - l_s \sin \psi_s \sin \beta \\ l_s \cos \beta \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\cos \psi_s \cos \beta \sin \alpha + \sin \psi_s \cos \alpha) \cdot u_s \\ (\sin \psi_s \cos \beta \sin \alpha - \cos \psi_s \cos \alpha) \cdot u_s \\ u_s \cdot \sin \beta \sin \alpha + 0.5 S_0 \cos^2 \alpha \sin \beta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:下标 s 指定插齿刀,下文亦同; ψ_s 为齿轮展成转角,计算方法见文献[4-5,7,9]; β 为螺旋角; α 是压力角; u_s 、 l_s 是齿面参数; $S_0 = \pi m/2$ 是分度圆处齿槽宽. 插齿刀的单位法矢可由下式表示:

$$\mathbf{n}_s(u_s, l_s) = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial u_s} \times \frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial l_s}}{\left| \frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial u_s} \times \frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial l_s} \right|}.$$

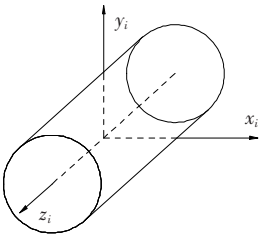


图 1 小齿轮和插齿刀的坐标系

1.2 碟形砂轮的设计

碟形砂轮的齿面为一旋转曲面,其产形线是碟形砂轮与插齿刀的接触线^[1,9-11]. 对于斜齿插齿刀,为了获得接触线的方程必须推导碟形砂轮与斜齿插齿刀的啮合方程,这种方法比较复杂. 碟形砂轮的产形线可以通过斜齿插齿刀的端面截线表示,如图 2 中粗实线所示. 将式(1)中的法面压力角 α 和齿槽宽 S_0 替换为斜齿插齿刀的端面参数,并且令 l_s 和 $\mathbf{R}_s$ 的第三分量为零,即可得到斜齿插齿刀的端面截线. 这样处理后,无论是斜齿还是直齿都是适用的.

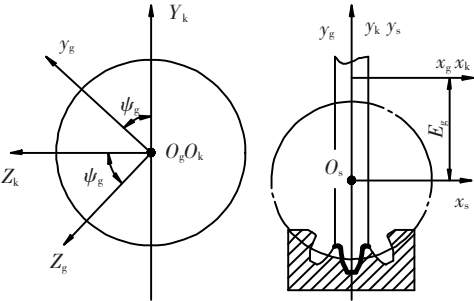


图 2 碟形砂轮的确定

图 2 中的坐标系 S_s 、 S_g 和 S_k 分别与插齿刀、碟形砂轮和机架固联. $E_g = r_g - r_{ps}$ 为碟形砂轮和插齿刀轴线间的距离,其中 r_g 为碟形砂轮的半径; r_{ps} 为插齿刀的分度圆半径. ψ_g 为产形线绕砂轮轴线 x_g 的转角. 由坐标变换可导出碟形砂轮

的齿面法矢为

$$\mathbf{R}_g(\psi_g, u_s) = \mathbf{M}_{gk}(\psi_g) \mathbf{M}_{ks} \cdot [\mathbf{R}_{sx} \ \mathbf{R}_{sy} \ 0 \ 1]^T.$$

式中, $\mathbf{R}_{sx}$ 、 $\mathbf{R}_{sy}$ 为式(1)中 $\mathbf{R}_s$ 在 x 轴和 y 轴上的分量, $\mathbf{M}_{gk}$ 、 $\mathbf{M}_{ks}$ 分别表示坐标系 S_k 到 S_g 和 S_g 到 S_k 的坐标变换矩阵,下文类同. 砂轮的法矢为

$$\mathbf{n}_g(\psi_g, u_s) = \mathbf{L}_{gk} \mathbf{L}_{ks}(\psi_g) \mathbf{n}_s(u_s).$$

式中 $\mathbf{L}_{gk}$ 、 $\mathbf{L}_{ks}$ 为由 $\mathbf{M}_{gk}$ 、 $\mathbf{M}_{ks}$ 删除最后一行和最后一列得到的变换矩阵,下文亦类同.

2 面齿轮

2.1 面齿轮的磨齿原理

碟形砂轮加工面齿轮的磨齿原理如图 3 所示. 图中面齿轮 1 与插齿刀 2 啮合,插齿刀 2 同时与碟形砂轮 3 啮合,因此碟形砂轮能够与面齿轮正确啮合. 在加工过程中,面齿轮绕其回转轴 z_2 旋转,同时砂轮绕插齿刀轴线 z_s 悬摆,砂轮的悬摆模拟了插齿刀的回转运动,这就是面齿轮磨齿的展成运动. 砂轮悬摆速度 ω_s ,悬摆角度 φ_s 与面齿轮转速 ω_2 和转角 φ_2 满足下式:

$$\omega_2/\omega_s = \varphi_2/\varphi_s = N_s/N_2 = m_{2s}.$$

式中 N_s 、 N_2 、 m_{2s} 分别是插齿刀的齿数,面齿轮的齿数和插齿刀与面齿轮的传动比.

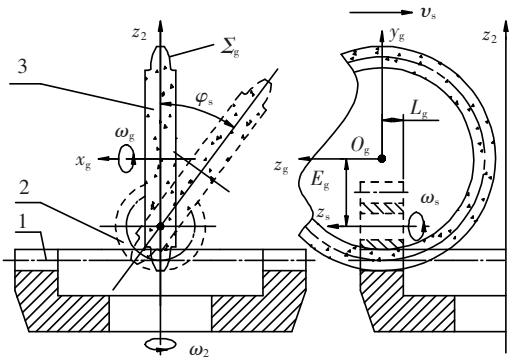


图 3 面齿轮磨齿原理

碟形砂轮、插齿刀和面齿轮三者同时啮合,它们之间的瞬时接触线如图 4 所示, L_{gs} 是碟形砂轮与插齿刀的接触线, L_{s2} 为插齿刀和面齿轮的接触线. L_{gs} 与 L_{s2} 相交于 P 点,因此碟形砂轮与面齿轮在每个瞬时都为点接触. 故碟形砂轮绕 z_s 悬摆一个周期,只能在面齿轮上磨出一个带状区域,要磨削出整个面齿轮的齿面,碟形砂轮还必须做平行于 z_s 的直线运动,这就是碟形砂轮的进给运动. 当碟形砂轮的

位移为 L_g 时, 斜齿插齿刀的转角 $\Delta\varphi_s$ 为

$$\Delta\varphi_s = L_g/p_s.$$

式中 p_s 是斜齿插齿刀的螺旋参数. 则斜齿面齿轮的转角 $\Delta\varphi_2$ 为

$$\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_s N_s/N_2 = m_{2s} L_g/p_s.$$

对于直齿插齿刀和直齿面齿轮 $\Delta\varphi_s, \Delta\varphi_2$ 均为零.

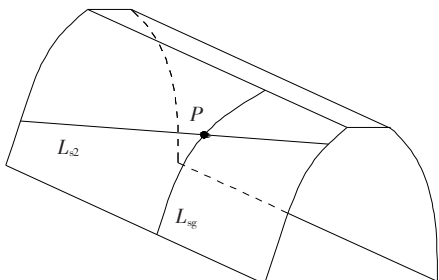
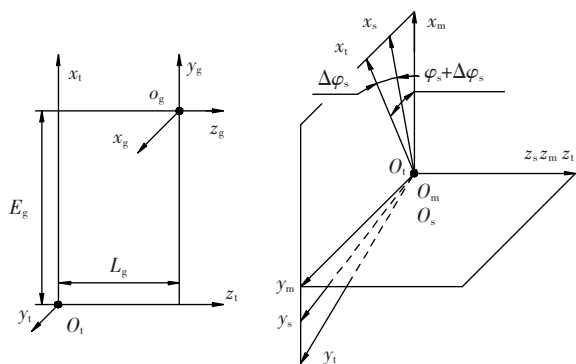


图 4 插齿刀齿面上的接触线

用碟形砂轮磨削面齿轮可以看成是双参数包络过程, 两组独立的运动参数分别为 (φ_s, φ_2) 和 $(\Delta\varphi_2, L_g)$. 另外, 面齿轮磨削的切削运动是砂轮绕轴 x_g 的高速旋转 ω_g . 当切削完一个轮齿后, 面齿轮分度, 切制下一个轮齿, 实行逐齿加工, 完成面齿轮所有轮齿的磨削.

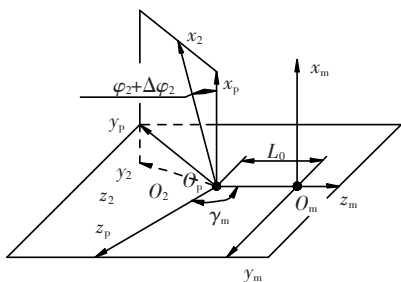
2.2 面齿轮的齿面方程

面齿轮展成坐标系如图 5 所示, S_g, S_2 和 S_s 分别与碟形砂轮、面齿轮和原插齿刀固联, 其余坐标系为辅助坐标系, L_0 为面齿轮齿宽中点.



(a) 砂轮的安装

(b) S_1 相对 S_m 的位置



(c) 面齿轮的安装

图 5 面齿轮展成坐标系

为了简化面齿轮齿面方程的推导, 先推导用碟形砂轮表示插齿刀的齿面方程, 在坐标系 S_s 中有

$$R_s^g(u_s, \psi_g, L_g) = M_{sg}(L_g) R_g(\psi_g, u_s). \quad (2)$$

式中, $M_{sg} = M_{st} M_{lg}$ 为坐标变换矩阵, 上标 g 表示该插齿刀是由碟形砂轮齿面推导的. 碟形砂轮与插齿刀的啮合方程如下:

$$f_s(u_s, \psi_g, L_g) = n_g v_g^{sg} = 0. \quad (3)$$

式中 v_g^{sg} 是碟形砂轮与插齿刀在 S_g 中的相对速度.

联立式(2)和式(3)即可用碟形砂轮齿面表示插齿刀的齿面方程, 并且啮合方程式(3)可以显式表示, 即 $\psi_g = \psi_g(u_s, L_g)$, 这种方法比文献[1,9]中的方法简单, 但插齿刀齿面法矢需用式(4)确定:

$$n_s^g(u_s, L_g) = \frac{\partial R_s^g}{\partial u_s} \times \frac{\partial R_s^g}{\partial L_g} \bigg/ \left| \frac{\partial R_s^g}{\partial u_s} \times \frac{\partial R_s^g}{\partial L_g} \right|. \quad (4)$$

面齿轮的齿面方程由下述方法确定:

$$R_2(u_s, \varphi_s, L_g) = M_{2s}(\varphi_s) R_s^g(u_s, L_g). \quad (5)$$

式中: $M_{2s} = M_{2p} M_{pm} M_{ms}$ 为坐标变换矩阵, 插齿刀与面齿轮的啮合方程为

$$f_2(u_s, \varphi_s, L_g) = n_s^g v_s^{s2} = 0. \quad (6)$$

式中 v_s^{s2} 为在 S_s 中插齿刀与面齿轮的相对速度. 联立式(5)和式(6)即可表示面齿轮齿面.

3 面齿轮磨齿数控规律

由于用碟形砂轮磨削面齿轮的运动比较复杂, 在普通磨齿机床上难以完成. 图 6 是秦川机床厂制造的六轴联动数控机床, 由图 6 可知, 平移 X, Y 和 B 轴的旋转相当于使砂轮轴绕插齿刀轴线做悬摆运动, 与 A 轴的旋转共同完成展成运动. 平移 Z 相当于进给运动. 砂轮轴线的自转是切削运动, 不参与齿面的形成过程.

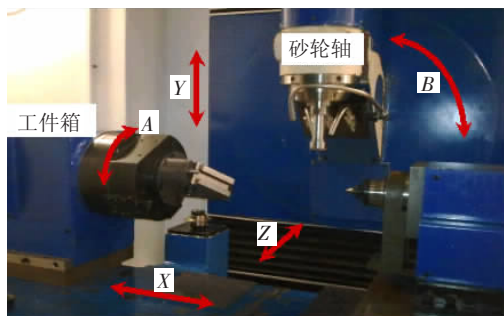


图 6 数控机床

由第 2 节的论述可知, 碟形砂轮磨削面齿轮的运动和位置可以表述为

$$M_{2g}^C = M_{2s} M_{sg} = a_{i,j}(\varphi_s, L_g).$$

式中 $(i, j = 1, 2, 3, 4)$, 上标 G 表示面齿轮抽象磨削的坐标变换.

图 7 是根据图 6 所示机床定义的数控坐标系, 其中 x_g 和 z_2 分别是砂轮和面齿轮的回转轴分, λ 、 μ 是 B 和 A 轴的转角. 在数控系统中有

$$M_{2g}^C(X, Y, Z, \lambda, \mu) = M_{2h} M_{lv} M_{vw} M_{wg}.$$

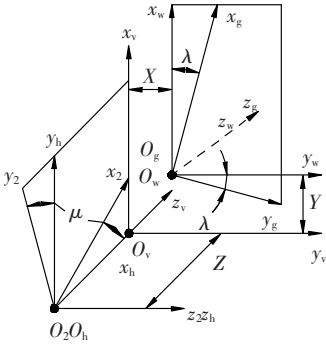


图 7 数控机床坐标系

数控方法与抽象方法加工出相同齿面的等价原则是工件与刀具间的相对位置和运动不变^[12], 即

$$\mathbf{M}_{2g}^C(X,Y,Z,\lambda,\mu) = a_{i,j}(\varphi_s,L_g).$$

最终解得:

$$\begin{cases} \mu = \arccos a_{13}, \\ \lambda = \arcsin a_{31}, \\ X = a_{34}, \\ Y = a_{14} \sin \mu + a_{24} \cos \mu, \\ Z = a_{14} \cos \mu - a_{24} \sin \mu. \end{cases} \quad (7)$$

为了方便编程,可对式(7)在参考点 $\varphi_s = 0$ 、 $L_g = 0$ 处用二元函数的 Taylor 展开式表示. 例如对 λ 有

$$\lambda = \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!} \sum_{p=0}^i C_i^p t_1^p t_2^{i-p} \frac{\partial^i \lambda}{\partial \varphi_s^p \partial L_g^{i-p}} \Big|_{(0,0)}.$$

4 算 例

以直齿面齿轮和斜齿面齿轮为计算实例,设计参数如表 1 所示. 当 $n = 4$ 时,它们的数控规律分别由式(8)、(9)表示.

$$\begin{cases} \mu = 1.571 + 0.175t_1, \\ \lambda = t_1, \\ X = 11.1 + 6.1232^{-17}t_2 - 5.55t_1^2 + 0.4625t_1^4, \\ Y = -11.1t_1 + 1.85t_1^3, \\ Z = 520 + t_2; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \mu = 1.571 + 0.175t_1, \\ \lambda = t_1 + 2.9^{-3}t_2, \\ X = 7.964 - 3.982t_1^2 - 2.32^{-2}t_1t_2 - 3.375^{-5}t_2^2 + 3.32^{-1}t_1^4 + 3.9^{-3}t_1^3t_2 + \cdots, \\ Y = -7.964t_1 - 0.0232t_2 + 1.327t_1^3 + 1.16^{-2}t_1^2t_2 + \cdots, \\ Z = 545 + t_2. \end{cases} \quad (9)$$

并将

$$d = \mathbf{L}_{2s} \cdot \mathbf{n}_s \cdot (\mathbf{M}_{2s} \mathbf{R}_s - \mathbf{M}_{2g}^C \mathbf{R}_g)$$

(下转第 143 页)

定义为数控加工齿面与理论齿面的偏差,斜齿面齿轮的偏差如图 8,最大齿面误差为 $0.0719\text{ }\mu\text{m}$.

表 1 面齿轮设计参数

面齿轮 传动参数	小齿轮 齿数	插齿刀 齿数	面齿轮 齿数	压力角/ (°)	模数/ mm
设计值	25	28	160	25	6.35
面齿轮 传动参数	轴夹角/ (°)	中心距/ mm	螺旋角/ (°)	面齿轮 内径/mm	面齿轮 外径/mm
设计值	90	100	0 15	480 500	500 590

由式(8)和式(9)可以看出,斜齿面齿轮的数控规律要比直齿面齿轮的数控规律复杂得多,由于 B 轴不重合于砂轮悬摆轴,导致 X 、 Y 向运动复杂. 由图 8 可以看出,用该数控规律加工面齿轮可以达到较高的精度,说明了该加工方法的可行性和数控规律的正确性.

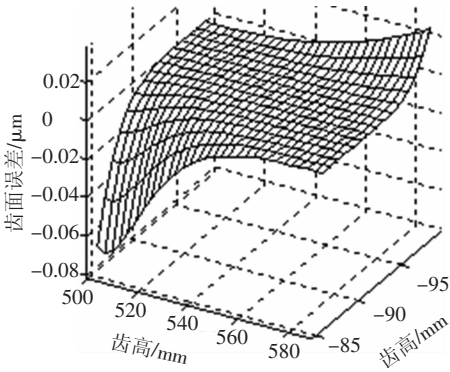


图 8 数控加工齿面误差

5 结 论

- 1) 设计了直齿、斜齿通用的碟形砂轮. 对于斜齿,改进和简化了碟形砂轮的设计,避免了碟形砂轮设计过程中啮合方程的推导.
- 2) 分析了碟形砂轮磨削面齿轮的展成原理,通过坐标变换,建立了碟形砂轮磨削直齿、斜齿面齿轮的齿面方程.
- 3) 根据抽象加工与数控加工中位置和运动的等价原则,建立了面齿轮双参数包络法数控加工模型,因此该模型也适用于蜗杆刀具加工面齿轮的场合. 将数控规律用二元 Taylor 展开式近似表示,以便编程.
- 4) 计算了直齿、斜齿面齿轮的数控规律,数控加工斜齿面齿轮的齿面误差为 $0.0719\text{ }\mu\text{m}$,说明了该数控规律的正确性.