

钢管混凝土拱面外稳定的可靠度与灵敏度分析

蒋伟, 吕大刚

(哈尔滨工业大学 土木工程学院, 150090 哈尔滨)

摘要: 为研究不确定性对钢管混凝土 (concrete filled steel tubular, CFST) 拱面外稳定承载能力的影响, 建立了面外失稳的极限状态函数. 利用有限元软件 ABAQUS, 分别考虑和不考虑非线性影响计算了 CFST 拱的极限承载力和临界力; 基于一次可靠度方法 (first order reliability method, FORM), 通过 MATLAB 自编程和有限元软件的协同工作得到了可靠指标随初始荷载的变化曲线以及随机变量的灵敏度指标. 对比分析表明: CFST 拱的面外稳定承载力介于临界力和极限承载力之间, 且临界力为上限值; 不同随机变量对可靠指标的灵敏度差异明显, 其中几何尺寸的影响较大, 弹性模量次之, 材料强度的影响较小, 而初始几何缺陷在规范规定的限值以内时, 影响最小; 然而, 随着横向力的增加, 材料强度的灵敏度指标逐渐增大, 而弹性模量的灵敏度指标逐渐减小.

关键词: 钢管混凝土拱; 面外失稳; 临界力; 极限承载力; 一次可靠度方法; 灵敏度

中图分类号: TU311.2

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2012)12-0008-05

Reliability and sensitivity analysis for lateral stability of concrete filled steel tubular arches

JIANG Wei, LÜ Da-gang

(School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, 150090 Harbin, China)

Abstract: To investigate the influences of uncertainties on stable bearing capacity of CFST arches, the limit state function for lateral instability is established. The software ABAQUS is used to calculate the ultimate bearing capacity or critical load for stability with or without considering nonlinearities. Based on the FORM, the cooperative work of self programming with MATLAB and finite element software is adopted to obtain reliability and sensitivity indices for different initial loads. The results show that the real bearing capacities of CFST arches for lateral stability lie between critical load and ultimate bearing capacity, and the critical load is the upper limit. The geometric size has the most important influences on reliability index and it is followed by the elastic modulus and the material strength. The initial geometric imperfection has little effect within the limit of code. However, with the increasing of lateral load, the sensitivity indices of material strength increase, while the sensitivity indices of elastic modulus decrease.

Key words: CFST arches; lateral instability; critical load; ultimate bearing capacity; FORM; sensitivity

拱桥的主拱肋以受压为主, 稳定性验算是设计计算的关键内容. 对于钢管混凝土拱桥, 随着高

强材料的应用和跨径的逐渐增大, 稳定承载能力的问题更为突出.

拱是拱桥的主要承重构件, 钢管混凝土拱的面外稳定是稳定验算的核心问题之一. 与面内稳定相比, 当前面外稳定的试验和理论研究相对较少. 文献[1]进行了平行双肋拱和 X 形双肋拱模型试验, 拱肋均为单圆管, 并采用几何非线性方法计算了其稳定承载力; 文献[2]进行了单圆管单

收稿日期: 2012-03-06.

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划资助项目(90715021);
国家自然科学基金资助项目(50678057).

作者简介: 蒋伟(1982—), 男, 博士研究生;
吕大刚(1970—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 吕大刚, ludagang@hit.edu.cn.

肋拱的空间受力全过程试验, 并采用通用有限元程序考虑双重非线性计算了其极限承载力。

拱的面外稳定承载能力虽然要受到各种不确定性的影响, 但由于其抗力表达式通常为随机变量的隐式形式, 给稳定问题的可靠性分析带来困难, 因而已有研究大多不考虑不确定性^[3]。而将有限元和可靠度方法通过有限元反应灵敏度分析进行直接耦合^[4], 可以求解结构的可靠指标或失效概率, 从而较好地解决上述难题。

1 钢管混凝土拱失稳的极限状态函数

结构可靠度分析中通常采用极限状态定义失效, 数学上表示为极限状态函数并定义为

$$Z = g(R, S) = R - S. \quad (1)$$

式中: R 为抗力, S 为荷载效应。

结构或结构构件的失稳属于承载能力极限状态, 对应最大承载能力或不适于继续承载的变形。本文以钢管混凝土拱的面外失稳为失效模式, 抗力即为拱的稳定承载力。与面内稳定类似, 拱的面外稳定同样分为分支点失稳和极值点失稳。分支点失稳为弹性失稳, 是指作用于结构上的荷载达到某一临界值时, 拱的稳定平衡状态出现分支, 导致承载能力丧失; 极值点失稳为非线性失稳, 是指结构沿着初始的平衡状态, 随着荷载的增大其非线性不断增大直至最后丧失承载能力。分支点失稳对应结构的临界力, 极值点失稳对应结构的极限承载力。

因而, 对于分支点失稳, 极限状态函数可以定义为

$$Z = g(\mathbf{X}) = P_{cr}(\mathbf{X}) - P. \quad (2)$$

式中: \mathbf{X} 为基本随机变量, P_{cr} 为钢管混凝土拱的临界力, P 为初始荷载。

同理, 对于极值点失稳, 极限状态函数可以定义为

$$Z = g(\mathbf{X}) = P_u(\mathbf{X}) - P. \quad (3)$$

式中 P_u 为钢管混凝土拱的极限承载力。

对于面外失稳, 式(2)中的 P_{cr} 可采用通用有限元软件进行特征值求解, 而式(3)中 P_u 则应考虑非线性影响进行计算。

2 钢管混凝土拱的面外稳定承载力

拱桥以面内受力为主, 其面外失稳更具有分支点失稳的特性, 但拱桥在使用阶段不可避免地会受到风和地震等面外作用的影响, 加之拱的初始几何缺陷, 使其面外失稳并不是理想的分支点

失稳。然而, 由于分支点失稳对应的临界力求解简单, 工程设计中被普遍采用, 但其计算结果仅为真实解的上限, 偏于不安全。《钢管混凝土拱桥技术规程》^[5] 规定, 钢管混凝土拱桥宜通过空间有限元分析验算其整体稳定性, 整体稳定安全系数按弹性理论计算时不小于 4.0, 考虑材料和几何非线性后不小于 2.0。上述安全系数借鉴了钢筋混凝土拱桥稳定验算的相关规定, 其值是否合理, 目前仍缺乏理论依据。

2.1 有限元模型

选用文献[2]的试验建模。其中模型拱的跨径 L 为 7 500 mm, 矢高 f 为 1 500 mm, 设计拱轴线为二次抛物线, 方程为 $y = -x^2/9\ 375$, 拱肋选用 $\phi 121 \times 4.5$ mm 的直缝钢管。试验时在拱的六分点处施加竖向集中荷载, 同时在跨中施加横向集中荷载, 横向荷载为相应单个竖向荷载的 10%。模型拱的材料参数为实测值, 其中钢管的屈服强度 $f_y = 322$ MPa, 钢材弹性模量 $E_s = 2.06 \times 10^5$ MPa; 混凝土的立方体抗压强度 $f_{cu} = 66.7$ MPa。

有限元建模时采用直梁单元模拟拱轴线。理论上, 当单元数足够多时, 采用“以直代曲”的方法完全可以满足精度要求。对于面外稳定分析, 选用 ABAQUS 的空间梁单元 B31 模拟拱肋。对于拱的初始几何缺陷, 按一致缺陷模态法^[6] 描述。

2.2 材料的本构关系

钢管混凝土在材料上属于钢-混组合结构, 在定义材料非线性时可采用单材料模型或双材料模型。单材料模型将钢管和核心混凝土换算或等效成同一种材料, 并定义该材料的非线性性能; 双材料模型分别定义钢管和核心混凝土的材料非线性。对于钢管混凝土拱的面外极限承载力, 本文在有限元分析时按双材料模型考虑。其中, 钢管的本构关系按理想弹塑性考虑, 混凝土的本构关系采用刘威^[7] 提出的适用于有限元分析的等效应力-应变关系模型, 表达式为

$$y = \begin{cases} 2x - x^2, & (x \leq 1), \\ \frac{x}{\beta_0(x-1)^2 + x}, & (x > 1). \end{cases} \quad (4)$$

式中: $x = \varepsilon/\varepsilon_0$; $y = \sigma/\sigma_0$; $\sigma_0 = f_c$ (N/mm²); $\varepsilon_0 = \varepsilon_c + 800\xi^{0.2} \times 10^{-6}$; $\beta_0 = 0.5(2.36 \times 10^{-5})^{0.25+(\xi-0.5)^7} f_c^{0.5} \geq 0.12$; f_c 为混凝土圆柱体轴心抗压强度; ξ 为约束效应系数; ε_c 为混凝土压应变。

2.3 有限元分析结果

利用 ABAQUS 软件分别按分支点失稳和极值点失稳计算的 CFST 拱面外极限承载力见表 1。

表1 钢管混凝土拱的面外极限承载力

$\alpha / \%$	面外极限承载力 P_u / kN	
	ABAQUS(本文)	ANSYS ^[2]
3	80.71	80.30
5	75.37	74.96
8	68.61	67.98
10	64.75	64.48
20	51.45	52.35

注: α 为横向力与单个竖向力的比值。

表1列出了钢管混凝土拱的面外极限承载力随 α 的变化趋势. 对比分析表明, 本文的非线性有限元分析结果与 ANSYS 吻合较好, 且其值显著小于临界力 P_{cr} (102.59 kN).

同时, 钢管混凝土拱的面内极限承载力为

表2 基本随机变量的统计信息

随机变量	钢管屈服强度 f_s / MPa	混凝土立方体抗压强度 f_{cu} / MPa	钢管弹性模量 E_s / GPa	混凝土弹性模量 E_c / GPa	钢管外径 D / mm	钢管壁厚 t / mm	初始几何缺陷 z / mm
分布类型	对数正态	对数正态	对数正态	对数正态	正态	正态	正态
均值	322	66.7	206	31	121	4.5	1.25
变异系数	0.083	0.10	0.06	0.10	0.013 5	0.035	0.50

表中随机变量的均值均取为试验值. 钢构件几何参数的不确定性主要来源于壁厚, 面外初始几何缺陷的相关参数则取决于缺陷幅值, 本文按文献[11]取 $L/6\ 000$.

从而, 对于钢管混凝土拱的面外分支点失稳, 极限状态函数可以表示为

$$Z = g(\mathbf{X}) = P_{cr}(E_s, E_c, D, t) - P, \quad (5)$$

同理, 对于钢管混凝土拱的面外极值点失稳, 极限状态函数可以表示为

$$Z = g(\mathbf{X}) = P_u(f_s, f_{cu}, E_s, E_c, D, t, z) - P. \quad (6)$$

4 可靠度分析方法

结构可靠度分析总是与特定的确定性分析相对应, 对于实际工程结构, 结构反应通常为随机变量的隐式形式, 只能通过数值方法求解. 而有限元和可靠度方法的结合通过有限元反应灵敏度分析, 即采用有限元分析结果作为结构反应隐式函数的函数值, 利用灵敏度分析处理结构反应隐式函数的微分问题.

4.1 FORM 的基本原理

可靠度分析方法主要有平均值一次二阶矩方法(MVFOSM)、一次可靠度方法(FORM)和二次可靠度方法(SORM)等. 其中, MVFOSM 不考虑随机变量的概率分布信息, 当极限状态函数的非线性程度较高时误差较大, 且可靠指标缺乏不变性^[12], 而 FORM 则是为了克服上述缺点引出的一种利用随机变量全部信息的全分布可靠度分析方

法, 146.20 kN, 显著大于面外极限承载力, 即空间受力的钢管混凝土拱更易于发生面外失稳. 通过与试验值的对比发现, 按分支点失稳计算的拱临界力与试验值吻合较好, 但其结果偏大, 且无法考虑横向荷载对抗力的影响, 而拱的实际稳定承载力(97.11 kN)介于临界力和极限承载力之间.

3 基本随机变量的确定及统计信息

结构的抗力要受到各种不确定性的影响, 可靠度分析主要考虑材料性能、几何参数和抗力计算模式的不确定性. 对于钢管混凝土拱面外失稳的可靠度分析, 本文考虑的基本随机变量及其统计参数见表2^[8-10].

法, 随着可靠度理论的发展已逐渐成熟. FORM 有以下3个要点:

1) 根据基本随机变量的分布信息, 通过不同的概率变换, 将其变换成标准、独立、正态随机变量(概率变换);

2) 在标准正态空间内, 将非线性极限状态函数在设计点处进行一阶泰勒级数展开(线性逼近);

3) 在标准正态空间内, 采用优化算法搜索设计点(设计点搜索).

在上述3个要点中, 设计点的迭代搜索是 FORM 最核心的问题. 本文采用 HLRF 算法^[13]搜索设计点, 其迭代公式为

$$\mathbf{u}_{i+1} = \frac{G(\mathbf{u}_i)}{\|\nabla G(\mathbf{u}_i)\|} \boldsymbol{\alpha}_i + \boldsymbol{\alpha}_i^\top \mathbf{u}_i \boldsymbol{\alpha}_i, \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\alpha}_i = -\nabla G(\mathbf{u}_i) / \|\nabla G(\mathbf{u}_i)\|$; \mathbf{u} 为标准正态随机变量, ∇ 为极限状态函数对随机变量的梯度算子.

当极限状态函数为随机变量的显式表达形式时, 可以非常方便地得到梯度的解析表达式, 而隐式形式时可以采用有限元反应灵敏度的方法计算, 如差分法、摄动法、直接微分法和半解析方法. 其中差分法有前向差分、后向差分和中心差分, 前向差分和后向差分具有一阶精度, 而中心差分具有二阶精度. 本文采用中心差分法计算极限状态函数的梯度.

4.2 灵敏度分析

可靠度分析中, 不同随机变量对结构失效概

率的影响程度不同,其重要性可以通过灵敏度分析实现. 本文主要引入灵敏度重要性向量 α .

对于 FORM, 将极限状态函数在标准正态空间设计点 u^* 处线性化:

$$G(u) \approx \bar{G}(u) = \|\nabla G\|(\beta - \alpha^T u), \quad (8)$$

式中 β 为 FORM 计算的可靠指标.

$\bar{G}(u)$ 的方差为

$$\text{Var}[\bar{G}] = \|\nabla G\|^2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2) = \|\nabla G\|^2. \quad (9)$$

上式反映了向量 α 中不同随机变量的重要性程度, α_i 越大, 则随机变量 u_i 越重要. 对于相互独立的基本随机变量, 其重要性可由灵敏度指标 α 描述. 当基本随机变量存在相关性时, 上述对应关系不再满足.

4.3 FORM 的分析流程

本文利用 MATLAB 的应用程序接口 (API) 实现 MATLAB 与 ABAQUS 软件的相互调用, 计算流程见图 1.

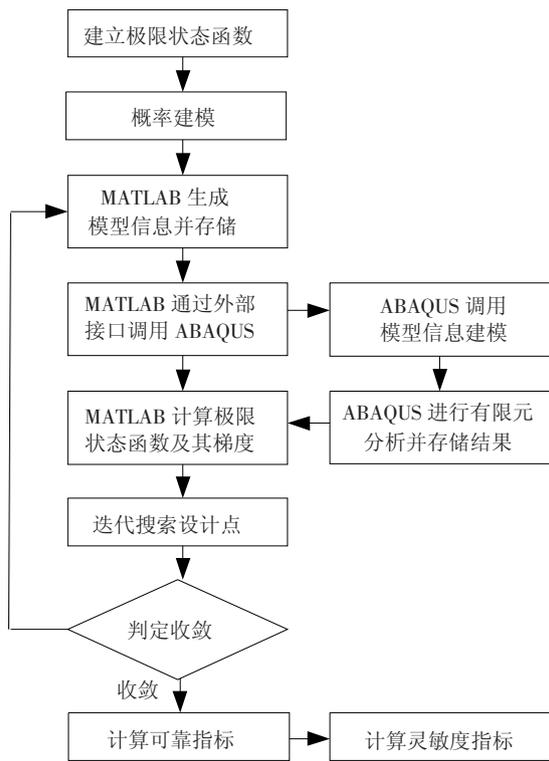


图 1 基于 MATLAB 和 ABAQUS 的 FORM 流程

FORM 在进行设计点搜索时, 每个迭代步都要调用有限元软件计算极限状态函数值及其梯度, 因而利用 ABAQUS 处理非线性问题较强的特点可以提高计算效率和精度. 本文的计算程序已经蒙特卡罗模拟 (MCS) 验证.

5 计算结果

5.1 可靠度分析结果

分别按分支点失稳和极值点失稳计算的不同

荷载水平下钢管混凝土拱面外失稳的可靠指标变化曲线见图 2.

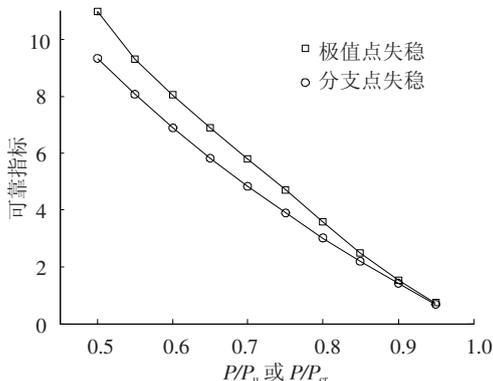


图 2 不同荷载水平下的可靠指标

图 2 显示, 在构件层面, 仅考虑抗力的不确定性时, 随着初始荷载从 $0.5P_{cr}$ 增加到 P_{cr} 或者 $0.5P_u$ 增加到 P_u , 拱的可靠指标快速减小, 且按极值点失稳的计算曲线斜率较大, 而按分支点失稳的计算曲线相对平缓.

5.2 灵敏度分析结果

分别按分支点失稳和极值点失稳, 得到的灵敏度指标见图 3.

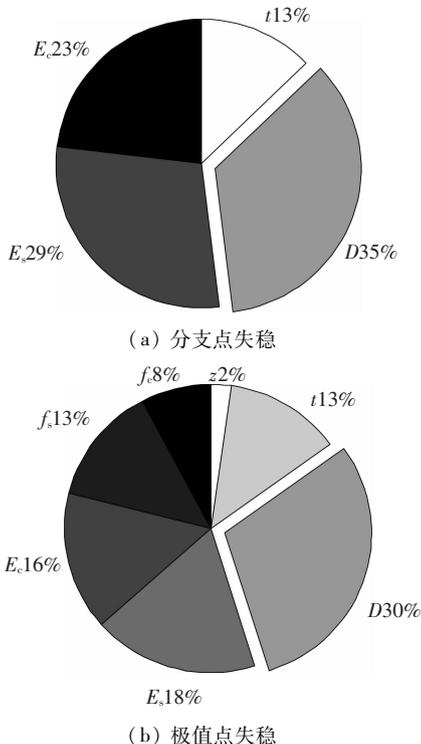
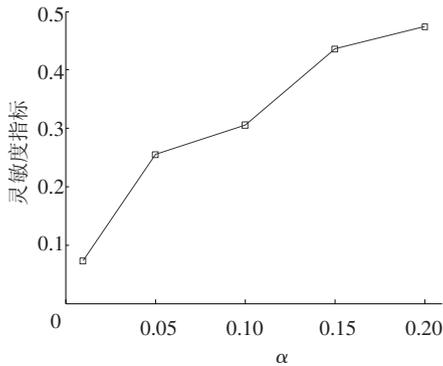


图 3 随机变量的灵敏度指标

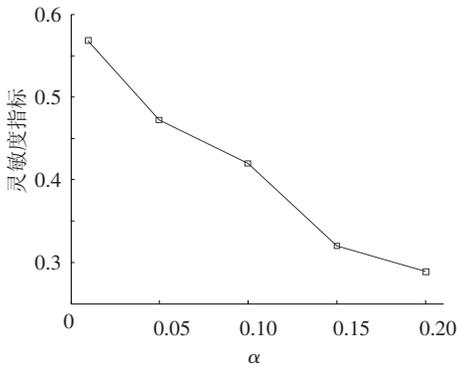
图 3(a) 中均为抗力类型的随机变量, 其中钢管外径对临界力的影响最大, 然后依次是钢的弹性模量、混凝土的弹性模量以及钢管壁厚; 图 3(b) 中拱的初始几何缺陷 z 为正值, 表现为荷载类型的随机变量, 其余均为抗力类型的随机变量, 其中钢管外径对极限承载力的影响最大, 然后依次是钢的弹性模量、混凝土的弹性模量、钢的材料强度、钢管壁

厚、混凝土的材料强度以及初始几何缺陷。

有限元分析结果表明,拱的分支点失稳对应的临界力随横向力的变化很小,而极值点失稳对应的极限承载力受横向力的影响较大.对于极值点失稳,不同横向力对应的基本随机变量的灵敏度指标变化较大,其中钢和混凝土材料强度的灵敏度指标随着横向力的增大而增大,钢和混凝土弹性模量的灵敏度指标随着横向力的增大而减小,即随着横向力的增加,材料非线性的影响逐渐增大.其中钢材材料强度和弹性模量的灵敏度指标随 α 的变化趋势见图4.



(a) 钢的材料强度



(b) 钢的弹性模量

图4 不同横向力对应的灵敏度指标

6 结 论

采用基于 MATLAB 自编程和有限元软件 ABAQUS 相结合的一次可靠度方法,对钢管混凝土拱面外稳定承载能力的可靠度和灵敏度进行研究,得出以下结论:

1) 单肋拱的面外失稳更具有分支点失稳的特性,结构的实际面外稳定承载力介于临界力和极限承载力之间,且临界力为上限解。

2) 工程应用中拱的面外稳定常按分支点失稳计算,并根据经验选用较大的安全系数,本文初步研究了抗力不确定性对拱面外临界力和极限承载力的影响,并给出了可靠指标随荷载水平的变化趋势。

3) 对于钢管混凝土拱的面外失稳,几何尺寸和弹性模量的变异性为主要影响因素,材料强度次之,而拱的面外初始缺陷在规范规定的限值以内时,其变异性的影响相对较小,而随着横向力的增加,材料强度的灵敏度指标逐渐增加,弹性模量逐渐减小。

参考文献:

- [1] 杨永清. 钢管混凝土拱桥横向稳定性研究[D]. 成都:西南交通大学,1998:117-121.
- [2] 陈宝春,韦建刚,林嘉阳. 钢管混凝土(单圆管)单肋拱空间受力试验研究[J]. 工程力学,2006,23(5):99-106.
- [3] 林道锦,秦权. 一座现有拱桥面内失稳的可靠度随机有限元分析[J]. 工程力学,2005,22(6):122-126.
- [4] DER KIUREGHIAN A, TAYLOR R L. Numerical Methods in Structural Reliability [C]//Fourth International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering. Florence, Italy: University of Firenze 1983:769-784.
- [5] 福建省工程建设地方标准. DBJ/T 13—136—2011 钢管混凝土拱桥技术规程[S]. 北京:人民交通出版社,2011.
- [6] 沈世钊,陈昕. 网壳结构的稳定性[M]. 北京:科学技术出版社,1999:52-60.
- [7] 刘威. 钢管混凝土局部受压时的工作机理研究[D]. 福州:福州大学,2005:64.
- [8] 欧进平,段忠东. 结构可靠度——荷载与抗力系数设计法[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2000.
- [9] CHENG JIN, LI Q S. Reliability analysis of a long span steel arch bridge against wind-induced stability failure during construction [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2009, 65: 552-558.
- [10] 唐敢,黎德琳,赵才其,等. 空间结构初始几何缺陷分布规律的实测数据及统计参数[J]. 建筑结构,2008,38(2):74-78.
- [11] 中华人民共和国行业标准. JTG/T F50—2011 公路桥涵施工技术规范[S]. 北京:人民交通出版社,2011.
- [12] DITLEVSEN O. Structural reliability and the invariant problem [R]. Waterloo, Canada; Solid Mechanics Division, University of Waterloo, 1973.
- [13] RACKWITZ R, FIESSLER B. Structural reliability under combined load sequence [J]. Computer and Structures, ASCE, 1978, 114(12): 2195-2199.

(编辑 赵丽莹)