

不确定需求下的公交线路发车频率优化

黄正锋, 任 刚

(东南大学 交通学院, 210096 南京)

摘 要: 为了反映不确定的公交出行需求对线路发车频率的影响, 融入公交网络鲁棒性能指标优化线路发车频率. 采用双层规划模型进行优化, 首先分析需求的不确定性在公交网络上的传递过程, 使用解析法给出上层模型的构造形式, 其目标涉及两项内容, 一项含乘客和公交运营部门费用的公交网络系统效益, 另一项考虑公交网络鲁棒性能; 其次, 基于公交出行策略理论, 采用公交网络客流分配模型作为下层模型; 最后设计遗传算法求解. 小型网络测试和六盘水市公交网络的应用结果表明, 鲁棒性能指标可以提高线路发车频率的可靠性.

关键词: 发车频率; 不确定需求; 双层规划模型; 遗传算法

中图分类号: U491.17

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2012)12-0135-05

Optimizing bus frequencies under uncertain demand

HUANG Zheng-feng, REN Gang

(School of Transportation, Southeast University, 210096 Nanjing, China)

Abstract: To reflect the influence of uncertain demand to bus frequencies, transit network robustness performance was adopted to optimize the bus frequencies. A bi-level programming model was presented in the process. After the analysis of demand variation propagation in the passenger assignment process, the upper-level model was put forward by the analytical method. There were two items in this model, the former was transit network system benefit consisted of passengers' costs and operating costs, and the latter was transit network robustness performance. The objective of lower-level was to assign transit trips to bus route network based on optimal strategy. The adopted genetic algorithm to the model was illustrated with a test network and a city network of Liupanshui. It indicated that the transit network robustness performance could improve the reliability of bus frequencies.

Key words: bus frequency; uncertain demand; bi-level programming model; genetic algorithm

无论是公交网络规划还是公交运营调度管理, 其线路发车频率的设计都占据着重要地位. 部分文献以乘客计数方法统计出客流在公交网络上的分布, 以此作为线路发车频率确定的基础^[1-3]; 也有文献考虑乘客公交线路选择行为的反馈作用, 优化线路发车频率^[4-7]. 传统的公交线路发车频率模型虽然基于不同的数据提取方法优化公交网络系统效益, 但多以固定公交出行需求作为前提. 实际上, 公交出行需求的影响因素众多, 内在预测机理复杂, 难以避免结果的不确定性. 关于不确定公交出

行需求融入公交网络设计的研究较少, 且主要都对公交运营概率性测度的评价指标展开分析. 如文献[8]假定出行需求和公交车辆运行时间的随机变化, 从公交网络、起终(OD)点对和线路3个层次研究公交系统的可靠性. 而在道路交通网络设计领域, 国内外学者对此作出的研究较为深入. 文献[9]通过仿真技术结合遗传算法, 求解了不确定供给与需求双重影响下的城市离散道路网络设计问题. 文献[10]提出了基于灵敏度分析法、情景概率法以及最悲观需求分布下最小出行费用法3种模型, 以制定连续道路网络最优改善方案. 文献[11]在公路建设运营的BOT模式下, 综合考虑了经营者、政府和道路使用者三方面的博弈, 确定不确定需求影响下最优的道路收费额度. 上述文献分析道路网络的离

收稿日期: 2011-04-11.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51078086, 51278101).

作者简介: 黄正锋(1986—), 男, 博士研究生;

任 刚(1976—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 黄正锋, hzf321000@yahoo. cn.

散连续扩容和收费等设计问题时,都基于随机抽样的方法对不确定需求进行模拟,需要耗费大量算法运行时间,因此难以应用于大型交通网络. 避开这一缺陷,文献[12]分别使用单点和多点逼近法表示出不确定的需求,近似估计最优道路收取费率,不过这种方法只在小型网络测试中表明其结果具有较好的近似性. 文献[13]假定出行需求服从泊松分布,通过求解所有用户总行程时间的一阶和二阶矩形式近似地确定其期望和方差值,并使用对数正态分布拟合总行程时间,结合灵敏度分析法求解行程时间可靠度最大这一目标下的连续道路网络扩容问题. 这种将不确定需求依概率传递至路网影响流量更进一步影响目标性能指标的解析法具有求解速度快的优势. 因此,本文将采纳该思想进行公交发车频率优化问题目标值的求解,建立公交发车频率确定的双层规划模型并用遗传算法求解.

1 模型的建立与分析

公交发车频率的变动,不仅改变公交线路营运能力,而且使线路站点等车时间发生变化以至于影响到乘客的线路选择策略. 在已有确定型需求下的发车频率双层模型中,下层模型对上述影响有充分的考虑^[4],只是常被用来作为上层的目标较为单一,如所有乘客总体出行费用^[4],乘客出行费用和公交运营损失费用组成的网络费用^[7]等等. 这些目标缺乏对不确定需求的考虑,因此没有体现公交网络鲁棒性能. 本文的上层目标除了综合考虑乘客期望出行时间和公交运营费用之外,使用乘客总出行时间的方差形式反映公交网络鲁棒性能指标,作为乘客利益的一部分代表,共同为公交运营部门的决策行为提供依据.

1.1 下层模型

1.1.1 最优出行策略选择模型

下层使用最优出行策略选择模型^[14]作为公交配流模型,该模型的求解算法类似最短路搜索的标号法,具有较快的求解速度,使得其在大型的交通商业软件如(TransCAD)中得以应用,尤其适用于求解非拥挤公交网络客流分配问题.

图1对两个站点的公交线路 l 进行扩展,括号中的变量分别对应车辆运行时间和发车频率,其中,inf表示无穷大. 经扩展,点虚线表示上车路段,实线表示车辆运行路段,点划线表示下车路段. 假定扩展公交网络 $G = (I, A)$ 中, I 表示点集,节点 $i \in I$; A 表示公交路段集,公交路段 $a \in A$; A_i^+ (A_i^-) 分别表示以 i 为紧后(紧前)点的公交路段集; c_a 为 a 的出行费用; v_a 为 a 的客流量; f_a

为 a 的发车频率; q_i 为从 i 到终点 r 的出行需求,为了便于表述,定义 $q_r = -\sum_{i \neq r} q_i$; w_i 表示 i 点的总输入流量与出行策略中 i 点出发总发车频率的商,意指 i 点所有乘客的等车时间之和. 则求解以公交路段流量为变量,到 r 点的最优出行策略线性规划模型的目标函数为

$$\min(\sum_{a \in A} c_a v_a + \sum_{i \in I} w_i). \quad (1)$$

$$\text{约束条件为 } \sum_{a \in A_i^+} v_a - \sum_{a \in A_i^-} v_a = q_i, i \in I; \quad (2)$$

$$v_a \leq f_a w_i, a \in A_i^+, i \in I; \quad (3)$$

$$v_a \geq 0, a \in A. \quad (4)$$

其中:式(1)表示所有乘客期望出行费用最小的目标;式(2)为公交路段流量守恒约束;式(3)为站点 i 输出的流量与其紧后公交路段流量之间的关系式,当 $a \in A_i^+$ 时,约束取为等式,否则取为严格不等式;式(4)为公交路段流量非负约束.

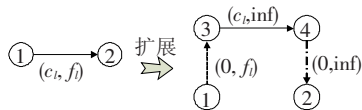


图1 公交网络扩展示例

1.1.2 公交路段客流量特征值解析形式

假定起讫点 ir 之间的公交出行需求为 q_{ir} ,则根据最优出行策略选择算法,在固定线路发车频率的前提下, ir 间需求量分配在公交路段 a 上的流量只与 q_{ir} 相关,形式为

$$v_a^{ir} = p_a^{ir} q_{ir}, \quad i, r \in I. \quad (5)$$

其中: p_a^{ir} 为定值,表示OD对 ir 间需求量经过公交路段 a 的概率大小. 受到社会人口规模、土地利用性质、出行结构变化以及突发交通事件等的影响,公交出行需求呈现不确定性. 假设不确定需求 q_{ir} 服从均值为 u_{ir} 、方差为 σ_{ir} 的某一随机分布,则根据期望和协方差的性质, v_a^{ir} 的均值以及 v_a^{ir} 和 v_b^{ir} 的协方差分别为

$$u_a^{ir} = p_a^{ir} u_{ir}, \quad i, r \in I; \quad (6)$$

$$\text{cov}(v_a^{ir}, v_b^{ir}) = p_a^{ir} p_b^{ir} \sigma_{ir}, \quad i, r \in I. \quad (7)$$

当 $a = b$ 时,式(7)的结果即为 v_a^{ir} 的方差 σ_a^{ir} . 假定每个OD需求互相独立,当途径同一公交路段的乘客来自多个OD需求时,无论公交出行需求服从何种分布形式,根据中心极限定理,公交路段客流服从正态分布,且均值和方差的数学形式分别为

$$u_a = \sum_{i, r \in I} u_a^{ir}, \quad (8)$$

$$\sigma_a = \sum_{i, r \in I} \sigma_a^{ir}. \quad (9)$$

1.1.3 公交路段客流量特征值解析形式正确性验证

由于下文的上层模型目标含有公交路段客流

量均值和方差特征指标,此处设计一个小型网络,验证下层模型中解析形式得出这些特征指标的正确性.以取自文献[4]的 6 个站点组成公交网络为例,公交路段时间费用、公交线路途经站点和发车频率如图 2 所示.公交 OD 出行需求服从相互独立的正态分布,均值如表 1 所示,其方差皆取为 50.通过蒙特卡洛模拟方法得出公交路段流量并进行正态分布拟合,对应的方差值如表 2 所示.表 2 列出了解析形式获得的公交路段流量方差、偏离度(形式为 $|D_{SI}-D_{AN}|/D_{SI}$,其中 D_{SI} 为模拟方差, D_{AN} 为解析方差)及经过该路段的 OD 对数值.表中的 $l_k^{(i-j)}$ 表示公交线路 l_k 途经 i 至 j 间的公交路段.由于两种方法获得的均值比较一致,这里仅对方差作出比较.观察得知,选择某一公交路段的 OD 对数越多,其偏离度越小.说明随着服务 OD 对数的增多,以解析形式估计的公交路段客流方差值越真实,符合中心极限定理的假设.现实公交网络中,每条公交路段常服务于多个 OD 对乘客,因此该法特别适用于实际大型公交网络.

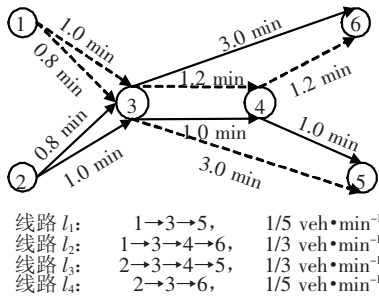


图 2 公交网络

表 1 公交出行需求均值

起点站点	到终点站点需求均值/(veh·h ⁻¹)			
	3	4	5	6
1	400	350	700	800
2	500	700	990	1 200

表 2 解析形式获得公交路段客流方差检验表

公交路段	模拟方差	解析方差	偏离度	OD 对数
$l_2^{(1-3)}$	76.9	78.1	1.6	4
$l_2^{(3-4)}$	35.5	34.8	2.0	2
$l_2^{(4-6)}$	0	0	0	0
$l_4^{(2-3)}$	70.7	71.1	0.6	4
$l_4^{(3-6)}$	101.5	100.0	1.5	2
$l_1^{(1-3)}$	27.7	28.1	1.4	4
$l_1^{(3-5)}$	18.6	19.6	5.4	2
$l_3^{(2-3)}$	60.1	58.6	2.5	3
$l_3^{(3-4)}$	78.6	79.3	0.9	4
$l_3^{(4-5)}$	45.7	44.6	2.4	2

1.2 上层模型

在文献[15-16]各自的 SP 调查结果中,都表明了出行时间及其可靠度两项指标对乘客公交

出行行为的影响程度最大.有经验的交通工程师正常使用乘客出行时间分布的方差来反映出行时间可靠度.因此,此处将所有乘客总出行时间期望及其方差一起作为代表乘客效益的指标,公交运营费用作为公交运营部门效益的指标,建立上层目标的形式为

min{E(∑_{a∈A}c_a v_a + ∑_{i,r∈I}w_{ir}) + αvar(∑_{a∈A}c_a v_a + ∑_{i,r∈I}w_{ir}) + β∑_l F_l f_l}. (10)

其中:第 1 项表示乘客总出行时间期望, $E(\cdot)$ 为求期望符号;第 2 项表示乘客总出行时间方差, $var(\cdot)$ 为求方差符号, w_{ir} 为到达 r 站点的乘客在 i 站点总等车时间, α 为比例系数,随着 α 值的变化,可获得的解将适应不同范围的公交 OD 需求情景,体现不同的公交网络鲁棒性能;第 3 项表示公交运营费用, F_l 为公交线路 l 上单位发车频率对应费用,可转化为时间单位, β 为比例系数.

为了将式(10)表示成只与公交线路发车频率相关的函数,将第 1 项指标展开为

E(∑_{a∈A}c_a v_a + ∑_{i,r∈I}w_{ir}) = ∑_{i,r∈I}∑_{a∈A}(c_a + 1/f_{a_r^-})u_a^{ir}. (11)

其中: $f_{a_r^-}$ 为从公交路段 a 的紧前点出发,属于到达 r 站点的最优出行策略的总发车频率.

同理,第 2 项指标可表示为

var(∑_{a∈A}c_a v_a + ∑_{i,r∈I}w_{ir}) = ∑_{i,r∈I}[∑_{a∈A}(c_a + 1/f_{a_r^-})^2σ_a^{ir} + 2∑_{b,d∈A且b≠d}(c_b + 1/f_{b_r^-})(c_d + 1/f_{d_r^-})cov(v_b^{ir},v_d^{ir})]. (12)

上层目标反映出,乘客期望公交线路具有较大的发车频率,以减少其站点等车时间,增加其乘车时间的鲁棒性.公交运营部门则偏向于提供较小的线路发车频率,减小其运营费用.

上层模型需要满足两个约束:运营公交车辆数不超过总车辆数;每条线路至少保证开行 1 辆公交车辆.数学形式分别为

∑_l(∑_{a∈l}c_a + e_l)f_l ≤ T; (13)

(∑_{a∈l}c_a + e_l)f_l ≥ 1, ∀l. (14)

其中: $a ∈ l$ 表示 a 路段在线路 l 上; e_l 为线路 l 上车辆的站点延误时间及首末站休整时间之和; T 为车辆总数.

2 模型的求解

上层模型为下层模型提供发车频率信息,下

层模型为上层模型提供公交路段客流特征信息. 通过上层决策者与下层乘客的斯坦尔伯格博弈, 双层模型能够达到均衡解. 以下使用遗传算法求解, 流程见图 3, 其中将遗传代数作为算法停止准则, 其他关键模块说明如下.

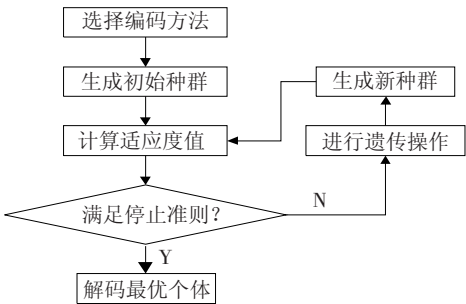


图 3 遗传算法求解流程

选择编码方法. 由于实际公交网络中线路较多, 模型的决策变量即公交线路发车频率数量庞大, 因此采用实数编码提高遗传算法搜索效率, 并且采用 $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ 个体形式, 其中 n 为线路总数.

生成初始种群. 为了使随机产生的初始种群都满足约束条件, 采用先随机产生线路运营车辆数再转化成线路发车频率的思路. 记第 $i(i \in l)$ 条线路的运营车辆数为 T_i , 具体操作如下: 首先在 $[1, T - n + 1]$ 中随机抽取 1 个整数, 记作 T_1 , 作为第 1 条线路的车辆数; 再在 $[1, T - T_1 - n + 2]$ 中随机抽取 1 个整数, 记作 T_2 , 作为第 2 条线路的车辆数; 同样的方法依顺序在 $[1, T - T_1 - T_2 - \dots - T_{i-1} - n + i]$ ($2 < i \leq n$) 中随机抽取 1 个整数, 记作 T_i , 作为第 i 条线路的车辆数, 直到最后一条线路的车辆数产生为止. 产生线路车辆数之后, 再将每条线路的车辆数转化为发车频率. 上述过程获得的初始值为一个个体, 重复以上步骤, 产生满足要求个体数量的初始可行种群.

计算适应度值. 本文的遗传算法以最小的适应度值作为搜寻目标, 因此使用层目标值代替. 可

见, 确定适应度值前需要针对每一个发车频率个体进行公交配流. 如果生成的个体不满足约束则需给适应度值加上惩罚值, 以期它在遗传操作中被淘汰.

进行遗传操作. 基于适应度值, 进行遗传操作以产生优秀后代种群. 本文依次采纳以下操作方法: 选择、复制、交叉、变异. 具体为基于精英原则复制当前代中最佳适应度值的个体作为优良子辈; 通过轮盘赌方法选择当前代中具有较好适应度值的个体作为父辈, 再对父辈进行两点交叉和高斯变异操作生成交叉子辈和变异子辈. 以上 3 个子辈共同组成下一代种群.

3 应用实例

3.1 小型测试路网

以图 2 所示公交网络例子作为算法有效性的证明. 上文已列公交路段费用和公交出行 OD 量数据. 每条线路单位发车频率对应费用 F_l 为 3 000, 假设该费用已经转化成了时间费用, 因此令 $\beta = 1$. 令每条线路的其他公交时耗 $e_l = 0$, 车辆总数为 32. 根据文献[16], 出行时间可靠度的权重大于出行时间均值的权重, 因此取 $\alpha = 1.5$. 在遗传算法的参数选取中, 取初始种群数为 20, 惩罚因子为 100, 优良子辈复制数为 2. 通过不同交叉概率与变异概率进行尝试, 过程与六盘水公交网络实例相同, 得到最小系统总费用为 40 147, 最优发车频率为 $\{0.69, 1.15, 0.58, 1.11\}$ veh/min.

进一步调整系数 α 与 β , 结果如表 3 所示. 固定 α, β 的增加将带来总发车频率的减少以及期望总出行时间和方差的增加; 固定 β, α 的增加(不确定需求被逐渐强化) 将带来总发车频率的增加以及期望总出行时间和方差的减少. 说明提高目标中的网络鲁棒性能指标权重或者减小运营系数, 都会增加乘客的出行效益和公交运营部门的行车成本.

表 3 目标系数变化分析表

α	β	发车频率/(veh · min ⁻¹)	期望总出行时间/min	方差	运营费用/min	系统总费用/min
1.5	1.0	{0.69, 1.15, 0.58, 1.11}	21 335	5 485	10 584	40 147
	1.5	{0.59, 0.96, 0.56, 0.73}	22 677	6 169	8 511	44 695
	2.0	{0.46, 0.83, 0.56, 0.58}	23 783	6 780	7 283	48 519
0	1.0	{0.35, 0.81, 0.60, 0.60}	23 917	6 892	7 118	31 035
	1.5	{0.33, 0.74, 0.44, 0.56}	25 072	7 655	6 176	34 336
	2.0	{0.34, 0.56, 0.31, 0.48}	27 055	8 922	5 084	37 222

3.2 大型测试路网

六盘水市中心城区占地 293 km², 人口约 46 万. 其中心城区公交线网呈带型布局, 如图 4 所示, 由 16 条公交线路和 260 个公交站点组成, 现有公交运营车辆为 265 辆. 基于站点 OD 调查获

取晚高峰公交出行 OD 数据, 其公交流量并不拥挤. 假设真实 OD 量服从正态分布, 调查值作为 OD 量的均值, 对照文献[9]取调查值的 0.2 倍作为 OD 量的标准差. 根据线路车型大小与线路长短, F_l 与 e_l 取值见表 4. 其他参数与小网络案例取

为相同. 尝试不同的交叉变异因子进行遗传操作, 通过遗传算法 (迭代过程如图 5 所示) 确定各线路的最终发车频率为 {0.95, 0.21, 0.28, 0.35, 0.28, 0.67, 0.9, 0.64, 0.4, 0.75, 1.07, 0.7, 0.57, 0.51, 0.18, 0.21} veh/min. 与现状发车频率相比, 系统总费用目标下降了 4%.

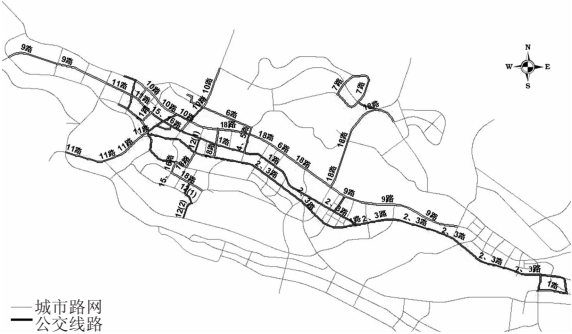


图 4 六盘水市公交线路图

表 4 线路单位发车频率费用与延误费用

线路	F_l/min	e_l/min
1~3	1 100	12
4~5	1 000	8
6~16	900	10

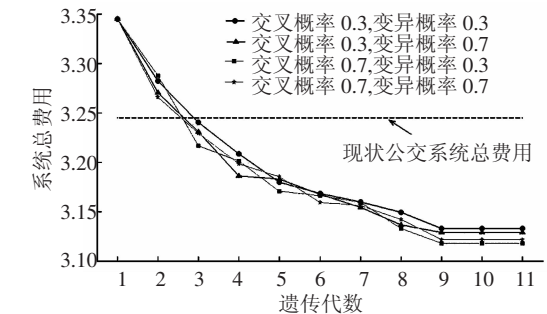


图 5 应用网络遗传迭代收敛图

4 结 论

1) 分析了不确定需求下的公交路段流量分布特征, 并以需求均值下的最优出行策略模型为下层模型, 综合考虑了不确定需求方差影响和车辆总数限制下乘客、公交运营部门利益, 使用解析的方法提出了总系统费用最少的上层目标, 建立双层规划模型并采用遗传算法求解最优发车频率.

2) 应用结果表明鲁棒性能指标的融入能够提高发车频率的可靠性. 进一步的研究方向包括: 针对拥挤的大城市公交网络进行目标构建、考虑 OD 量间相关性对目标的影响等.

参考文献:

[1] 牛学琴, 陈茜, 王炜. 城市公交线路调车发车频率优化模型[J]. 交通运输工程学报, 2003, 3(4):68-72.
[2] 韩印. 基于遗传算法的智能公交发车频率优化研究[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(33):243-245.
[3] 于滨, 邹文倩, 邵光成, 等. 公交线路发车频率优化

模型及求解方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(4):250-252.
[4] YU B, YANG Z, YAO J. Genetic algorithm for bus frequency optimization[J]. Journal of Transportation Engineering, 2010, 136(6):576-583.
[5] STEVEN C, CHUCH T. Optimization of fare structure and service frequency for maximum profitability of transit systems[J]. Transportation Planning and Technology, 2007, 30(5):477-500.
[6] LAM W H K, ZHOU J, SHENG Z. A capacity restraint transit assignment with elastic line frequency[J]. Transportation Research:Part B, 2002, 36(1):919-938.
[7] GAO Z, SUN H, SHAN L. A continuous equilibrium network design model and algorithm for transit systems[J]. Transportation Research:Part B, 2004, 38(3):235-250.
[8] YIN Y F, LAM W H K, MILLER M A. A simulation-based reliability assessment approach for congested transit network[J]. Journal of Advanced Transportation, 2003, 38(1):27-44.
[9] XU L, GAO Z. Bi-objective urban road transportation discrete network design problem under demand and supply uncertainty[C]//International Conference on Automation and Logistics. Piscataway: IEEE, 2008: 1951-1955.
[10] YIN Y, MADANAT S, LU X. Robust improvement schemes for road networks under demand uncertainty[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 198:470-479.
[11] CHEN A, SUBPRASOM K. Analysis of regulation and policy of private toll roads in a build-operate-transfer scheme under demand uncertainty[J]. Transportation Research:Part A, 2007, 41:537-558.
[12] GARDNER L, AVINASH U, WALLER S. Solution methods for robust pricing of transportation networks under uncertain demand[J]. Transportation Research:Part C, 2010, 18:656-667.
[13] SUMALEE A, WATLING D, NAKAYAMA S. Reliable network design problem:case with uncertain demand and total travel time reliability[J]. Transportation Research Record, 2006, 1964:81-94.
[14] SPIESS H, FLORIAN M. Optimal strategies; a new assignment model for transit networks[J]. Transportation Research:Part B, 1989, 23(2):83-102.
[15] Transsystems Corporation. Elements needed to create high ridership transit systems[R]. Washington DC: Transportation Research Board, 2006.
[16] UCHIDA T, IIDA Y. Risk assignment: a new traffic assignment model considering the risk travel time variation[C]//Proceedings of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory. Amsterdam: Elsevier, 1993: 89-105.

(编辑 魏希柱)