第45卷 第1期
2013年1月

哈 尔 滨 工 业 大 学 学 报
JOURNAL OF HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Vol.45 No.1
Jan. 2013

近地单质量块 Drag-Free 卫星自适应控制方法

董晓光, 曹喜滨, 张锦绣, 施 梨

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 150001 哈尔滨)

摘 要: 为了实现 Drag-Free 卫星中卫星本体对内部质量块的高精度跟踪,首先推导了近地环境下卫星与质量块的相对运动动力学方程,并分析了影响二者相对运动的主要干扰源,针对单质量块 Drag-Free 卫星的位移模式设计了自适应控制器,适用于卫星质量和空间干扰为定常或慢变未知量的情况,且在卫星质量和外部干扰为未知常值的假设下,控制器能够保证卫星对质量块跟踪误差的全局渐近收敛,最后给出了仿真场景以说明本文方法的有效性.

关键词: Drag-Free 卫星;位移模式;自适应控制;参数估计;干扰补偿

中图分类号: V448.2 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2013)01-0001-06

An adaptive controller for near-earth drag-free satellites with single test mass

DONG Xiaoguang, CAO Xibin, ZHANG Jinxiu, SHI Li

(Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, 150080 Harbin, China)

Abstract: To realize precise tracking of test mass in a drag-free satellite, the relative motion between the test mass and the outer satellite is derived and the main disturbance sources in the relative dynamics are analyzed. Based on the analysis, an adaptive controller for the displacement mode of drag-free satellites with single test mass is designed and it is applicable for unknown but constant or slow-varying satellite mass and spatial disturbances. Under the assumption that both the satellite mass and the disturbances are unknown constants, the controller can guarantee global asymptotic convergence of the tracking errors. Simulation results are given to show the efficiency of the controller.

Key words: drag-free satellite; displacement mode; adaptive control; parameter estimation; disturbance compensation

Drag-Free 卫星在控制上可以分为两种模式:位移模式和加速度计模式[1]. 由 Lange[2] 在20世纪60年代首先提出并详细研究的早期 Drag-Free 卫星属于位移模式,其基本思想是将1个球形质量块放置于卫星的封闭内腔中,由于卫星的屏蔽作用,质量块不受大气阻力、太阳光压等无法穿透卫星本体的空间干扰的影响,忽略三体引力以及与卫星本体的耦合影响,质量块将运行于纯引力轨道,通过测量质量块与卫星之间的相对运动并控制卫星本体以保持质量块位于内腔中心,则卫星也将运行于相同的纯引力轨道. 经过70年代开始的 DISCOS/TRIAD I、TRIAD II/TIP II、TIP III 以及 NOVA I、II、III 系列卫星的验证,这一技术已经被证明是一种可以有效消除大气阻力和太阳光压等环境干扰的技术,能够极大地提高轨道预报和保持精度.

20世纪90年代后,Drag-Free 技术有了进一步的发展:一方面,产生了加速度计模式,在此模式中,需要通过静电力控制质量块跟踪外部卫星的运动,而把对质量块的控制加速度作为对干扰的测量反馈到卫星控制回路中实现卫星本体的 Drag-Free 控制,此模式的优点是质量块可以不必

收稿日期: 2011-12-20.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11002040).
作者简介: 董晓光(1984—),男,博士研究生;
曹喜滨(1963—),男,长江学者特聘教授,博士生导师;
张锦绣(1978—),男,副教授,博士生导师.
通信作者: 曹喜滨,xbcao@hit.edu.cn.

位于卫星质心,且可以具有更高的控制带宽,另一方面,质量块的个数也不再局限为1个,从而能够更好地适应任务需求[3].

对于Drag-Free卫星来说,一方面,实时消除空间干扰所需要的控制输出可以用来分析高层大气和太阳等干扰源的特性,另一方面,空间干扰的消除在卫星内部为其他有效载荷提供了1个高宁静的运行环境,使得一些对干扰抑制要求苛刻的科学任务得以实现,因此,Drag-Free技术在高层大气研究、引力场测量(GOCE及其后续任务[3-4])、高精度陀螺仪(GPB[5])、引力波探测(LISA及其技术演示任务LPF[6-7])以及相对论验证(GPB和STEP[5,8])等领域得到了大量应用.

本文研究了运行于位移模式的近地轨道单质量块Drag-Free卫星的自适应控制问题,首先给出了卫星本体与质量块的相对运动模型,并分析了影响二者相对运动的主要干扰源;然后基于卫星质量和空间干扰的主要部分为慢变的未知量,设计了自适应控制律,对于定常的未知质量和干扰,此控制器能够保证跟踪误差的全局渐进收敛;最后给出了具体的仿真场景对本文的主要结果进行了仿真验证.

1 Drag-Free卫星建模与分析

1.1 动力学模型

图1给出了近地轨道Drag-Free卫星的示意图,其中O代表地心,C代表卫星质心,T代表质量块质心. Drag-Free卫星通常涉及到如下坐标系:地心惯性坐标系$\{O,x_I,y_I,z_I\}$,通常为J2000坐标系,用于描述卫星和质量块的绝对运动;参考轨道坐标系$\{C,x,y,z\}$,其中x与卫星在地心惯性坐标系的位置矢量方向相同,z指向轨道面法线方向,y轴完成右手坐标系;卫星体坐标系$\{C,x_b,y_b,z_b\}$,用于描述卫星的姿态以及将控制力分配到各推力器;测量坐标系$\{C_S,x_S,y_S,z_S\}$,也叫做敏感器坐标系,固连于质量块所处腔体,C_S为腔体的中心,用于测量质量块相对于腔体中心的位移,测量坐标系在体坐标系中的位置一般是固定的,对于位移模式的单质量块卫星来说,为了尽可能的减少卫星与质量块之间的耦合及引力梯度,一般需要将质量块放置于卫星质心,则测量坐标系与体坐标系原点重合. 由于卫星的姿态控制已经具有非常成熟的算法,因此本文假设卫星体坐标系跟踪参考轨道坐标系,主要研究相对轨道动力学及其控制.

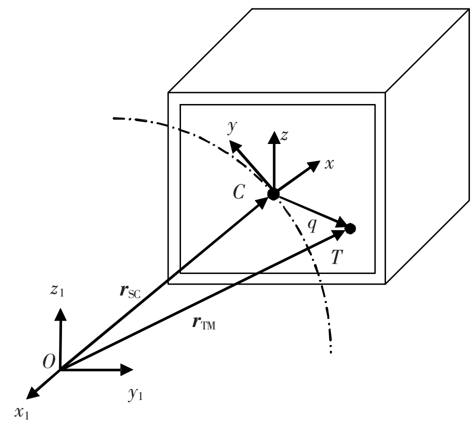

图1 近地轨道Drag-Free卫星示意

卫星在地心惯性坐标系中的动力学方程可以表示为

$$m_{SC}\ddot{\boldsymbol{r}}^i_{i,SC} = m_{SC}\boldsymbol{g}^i_{i,SC} + \boldsymbol{F}^i_{c,SC} + \boldsymbol{F}^i_{d,SC} + \boldsymbol{F}^i_{cpl,SC}.$$

其中:上标i表示矢量在地心惯性坐标系中求导并表示;m_{SC}为卫星的质量;$\boldsymbol{r}^i_{i,SC}$为卫星在惯性系中的地心位置矢量;$\boldsymbol{g}^i_{i,SC}$为卫星受到的地球引力加速度;$\boldsymbol{F}^i_{c,SC}$为控制力;$\boldsymbol{F}^i_{cpl,SC}$为卫星和质量块间的耦合力;$\boldsymbol{F}^i_{d,SC}$为所有作用于卫星的除耦合力之外的干扰力之和.

由于外部卫星的存在,只有地球引力、卫星和质量块之间的作用力以及可以穿透卫星本体的干扰力可以影响质量块的运动,因此,质量块在地心惯性坐标系的动力学可以表示为

$$m_{TM}\ddot{\boldsymbol{r}}^i_{i,TM} = m_{TM}\boldsymbol{g}^i_{i,TM} + \boldsymbol{F}^i_{d,TM} + \boldsymbol{F}^i_{cpl,TM}.$$

其中,对于只具有1个质量块的Drag-Free卫星来说,

$$\boldsymbol{F}^i_{cpl,TM} = -\boldsymbol{F}^i_{cpl,SC},$$

则质量块相对于卫星的运动在卫星固连参考轨道坐标系中可以表示为

$$\ddot{\boldsymbol{q}}^l + 2\boldsymbol{\omega}^l_{i,l}\times\dot{\boldsymbol{q}}^l + \dot{\boldsymbol{\omega}}^l_{i,l}\times\boldsymbol{q}^l + \boldsymbol{\omega}^l_{i,l}\times\boldsymbol{\omega}^l_{i,l}\times\boldsymbol{q}^l = \boldsymbol{g}^l_{i,TM} - \boldsymbol{g}^l_{i,SC} + \frac{\boldsymbol{F}^l_{d,TM} + \boldsymbol{F}^l_{cpl,TM}}{m_{TM}} - \frac{\boldsymbol{F}^l_{c,SC} + \boldsymbol{F}^l_{d,SC} - \boldsymbol{F}^l_{cpl,TM}}{m_{SC}}. \tag{1}$$

其中:q为质量块相对卫星本体的位置矢量;上标l表示矢量在参考轨道坐标系中求导并表示;$\boldsymbol{\omega}^l_{i,l} = [0\quad 0\quad \omega]^{\mathrm{T}}$,$\omega$为参考轨道坐标系相对于惯性系的角速率. 此动力学方程与编队星间相对动力学形式非常相似,本质上都是描述绕中心引力体运动的两个物体的相对轨道运动.

1.2 空间扰动

空间扰动可以分为同时作用到卫星和质量块的力以及只作用到卫星本体的力,前者包括天体引力、卫星和质量块之间的万有引力以及由测量

和控制引起的卫星和质量块之间的耦合,后者包括卫星与高层大气相互作用产生的气动力、电磁辐射力、卫星在地磁场运动产生的洛伦兹力等. 对于本文的近地轨道单质量块 Drag-Free 卫星来说,主要的干扰源如表 1 所示[2, 9－10]. 除了这些主要干扰外,地球反照、日月引力和卫星内腔剩余电磁场在某些任务也需要考虑.

表 1　Drag-Free 卫星的主要干扰源

干扰源	受力体	表达式
大气阻力	卫星	$\boldsymbol{a}_{\mathrm{air}} = -\frac{1}{2}\left(\frac{C_{\mathrm{d}}S_{\mathrm{A}}\rho}{m_{\mathrm{SC}}}\right)\lvert \boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}\rvert^2 \frac{\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}}{\lvert \boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}\rvert}$
卫星－质量块静电耦合	卫星 / 质量块	$\boldsymbol{a}_{\mathrm{cpl,\ TM}} = \frac{\boldsymbol{F}_{\mathrm{DC}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{cpl}}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{D}_{\mathrm{cpl}}\dot{\boldsymbol{q}}}{m_{\mathrm{TM}}}$
太阳光压	卫星	$\boldsymbol{a}_{\mathrm{solar}} = -\chi P_{\odot}\frac{a_{\odot}^2}{\lvert r_{\odot}\rvert^2}\frac{S_S C_R}{m_{SC}}\frac{\boldsymbol{r}_{\odot}}{\lvert \boldsymbol{r}_{\odot}\rvert}$
地磁场	卫星 / 质量块	$\boldsymbol{a}_{\mathrm{Lorentz}} = \frac{\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}}{m}$ ①
卫星－质量块万有引力	卫星 / 质量块	取决于具体的卫星质量分布情况
剩余气体	卫星 / 质量块	$\boldsymbol{a}_{\mathrm{gas}} = \frac{\sqrt{Pa_p}}{m_{TM}}(2k_B T_P m_{\mathrm{N}})^{1/4} \sim \left(\frac{P}{10^{-6}\mathrm{Pa}}\right)^{1/2}$

注:①对于全封闭内腔来说,质量块所受到的地磁场产生的洛伦兹力为 0.

对于本文所考虑的单质量块 Drag-Free 卫星,可以通过将质量块放置于卫星质心使卫星与质量块间的万有引力最小化,同时日月等天体对于卫星和质量块的引力加速度相同,不会引起二者的相对运动,对于表 1 中的静电耦合表达式,$\boldsymbol{F}_{\mathrm{DC}}$ 为与相对状态无关的部分[1],通过设计可以使其为小量,因此,若控制器能够将质量块保持在卫星质心,则可以极大地降低二者的耦合.

近地卫星与上层大气相互作用产生的气动力是最主要的干扰源,表 1 的公式中 C_{d} 为阻力系数,S_{A} 为卫星迎风面的截面积,ρ 为卫星所在位置的大气密度, 大气密度模型非常复杂,依赖于卫星的位置、太阳时以及太阳和地磁场活动等多种因素,本文采用 NRLMSISE-00 模型, $\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}$ 为卫星相对于大气的速度,假设高层大气随着地球自转,则

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}} = \boldsymbol{v}_{\mathrm{SC}} - \boldsymbol{v}_{\mathrm{air}} = \boldsymbol{v}_{\mathrm{SC}} - \boldsymbol{\omega}_{\oplus}\times\boldsymbol{r}_{\mathrm{SC}}.$$

其中:$\boldsymbol{v}_{\mathrm{SC}}$ 是卫星速度;$\boldsymbol{v}_{\mathrm{air}}$ 为大气运动速度;$\boldsymbol{\omega}_{\oplus}$ 为地球自转角速度.

2　控制器设计

2.1　模型简化

对于近地 Drag-Free 卫星来说,合成干扰 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{d}}$ 的主要部分是大气阻力,质量块与卫星之间的耦合力相对来说是 1 个小量,当卫星运行于圆或者近圆轨道时(这一假设符合当前 Drag-Free 卫星的实际情况,如 GOCE、STEP 和 GPB 等),在参考轨道坐标系中,大气阻力的主要部分是常值项和以轨道周期为周期的时变项,即干扰的主要部分为慢变项,另外卫星在轨质量也是 1 个慢变量,由于控制器将质量块相对于卫星质心的偏移保持为接近 0,使得式(1)中引力梯度项为一小量,因此在控制器设计中不考虑地球引力场的高阶项也是足够的,接下来基于上述对干扰的分析结果设计自适应控制器和干扰补偿器. 得到如下用于控制器设计的模型:

$$m_{\mathrm{SC}}(\ddot{\boldsymbol{q}}^l + 2\omega_{i,l}^l\times\dot{\boldsymbol{q}}^l + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i,l}^l\times\boldsymbol{q}^l + \boldsymbol{\omega}_{i,l}^l\times\boldsymbol{\omega}_{i,l}^l\times\boldsymbol{q}^l) - m_{SC}\Delta\boldsymbol{g}_{\mathrm{SC,\ TM}}^l + \boldsymbol{F}_{\mathrm{d}}^l = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{c,\ SC}}^l. \quad (2)$$

其中

$$\Delta\boldsymbol{g}_{\mathrm{SC,\ TM}}^l = \boldsymbol{g}_{i,\ \mathrm{TM}}^l - \boldsymbol{g}_{i,\ \mathrm{SC}}^l \approx -\frac{\mu(\boldsymbol{r}_{i,\ \mathrm{SC}}^l + \boldsymbol{q}^l)}{\lVert \boldsymbol{r}_{i,\ \mathrm{SC}}^l + \boldsymbol{q}^l\rVert^3} + \frac{\mu\boldsymbol{r}_{i,\ \mathrm{SC}}^l}{\lVert \boldsymbol{r}_{i,\ \mathrm{SC}}^l\rVert^3},$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{d}}^l = -\frac{m_{\mathrm{SC}}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{d,\ TM}}^l + \boldsymbol{F}_{\mathrm{cpl,\ TM}}^l) - m_{\mathrm{TM}}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{d,\ SC}}^l - \boldsymbol{F}_{\mathrm{cpl,\ TM}}^l)}{m_{\mathrm{TM}}} \approx \boldsymbol{F}_{\mathrm{drag,\ SC}}^l.$$

其中 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{drag,\ SC}}^l$ 为大气阻力.

2.2　控制器设计

首先给出如下的两个引理[11]:

引理 1　给定微分方程 $\dot{\gamma} = \dot{e} + \alpha e$,若 $\gamma(t) \in L_\infty$,则 $e(t) \in L_\infty$ 且 $\dot{e}(t) \in L_\infty$.

引理 2　给定微分方程 $\dot{\gamma} = \dot{e} + \alpha e$,若 $\gamma(t) \in L_\infty$,$\gamma(t) \in L_2$ 且 $\gamma(t)$ 渐近收敛于 0,则 $e(t)$ 和 $\dot{e}(t)$ 渐近收敛于 0.

式(2)可以进一步整理成

$$m_{SC}\ddot{\boldsymbol{q}} + m_{SC}\boldsymbol{C}(\omega)\dot{\boldsymbol{q}} + m_{SC}\boldsymbol{N}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\omega},\dot{\boldsymbol{\omega}},\boldsymbol{r}_{SC}) + \boldsymbol{F}_d = -\boldsymbol{F}_{c,SC}.$$

为简洁起见这里省略了上标 l，其中

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & -2\omega & 0 \\ 2\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} -\dot{\omega}y - \omega^2 x + \dfrac{\mu(r_{SC}+x)}{[(r_{SC}+x)^2+y^2+z^2]^{3/2}} - \dfrac{\mu}{r_{SC}^2} \\ \dot{\omega}x - \omega^2 y + \dfrac{\mu y}{[(r_{SC}+x)^2+y^2+z^2]^{3/2}} \\ \dfrac{\mu z}{[(r_{SC}+x)^2+y^2+z^2]^{3/2}} \end{bmatrix}.$$

选择

$$\boldsymbol{x}_1 = \boldsymbol{q},$$
$$\boldsymbol{x}_2 = \dot{\boldsymbol{q}}.$$

可得

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{x}_2,$$
$$\dot{\boldsymbol{x}}_2 = m_{SC}^{-1}[-m_{SC}\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_2 - m_{SC}\boldsymbol{N} - \boldsymbol{F}_d - \boldsymbol{F}_{c,SC}].$$

令

$$\dot{\boldsymbol{z}} = -\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{x}_1, \ddot{\boldsymbol{z}} = -\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{x}_2,$$
$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{x}_2 - \dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{x}_1.$$

其中 $\boldsymbol{\Lambda}$ 为一正定的常对角阵. 选择如下形式的控制器：

$$\boldsymbol{F}_{c,SC} = -\hat{m}_{SC}\ddot{\boldsymbol{z}} - \hat{m}_{SC}\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{z}} - \hat{m}_{SC}\boldsymbol{N} + \boldsymbol{K}_D\boldsymbol{s} - \hat{\boldsymbol{F}}_d.$$

其中 $\boldsymbol{K}_D$ 为一正定的常对角阵. 将控制器代入到动力学中，可得

$$m_{SC}\dot{\boldsymbol{x}}_2 + m_{SC}\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_2 + m_{SC}\boldsymbol{N} = \hat{m}_{SC}\ddot{\boldsymbol{z}} + \hat{m}_{SC}\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{z}} + \hat{m}_{SC}\boldsymbol{N} - \boldsymbol{K}_D\boldsymbol{s} + \tilde{\boldsymbol{F}}_d. \tag{3}$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{F}}_d$ 为干扰估计误差，且

$$\tilde{\boldsymbol{F}}_d = \hat{\boldsymbol{F}}_d - \boldsymbol{F}_d.$$

式(3) 两边减去 $m_{SC}\ddot{z} + m_{SC}\boldsymbol{C}\dot{z}$，整理可得

$$\dot{s} = m_{SC}^{-1}[\tilde{m}_{SC}\ddot{\boldsymbol{z}} + \tilde{m}_{SC}\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{z}} + \tilde{m}_{SC}\boldsymbol{N} - m_{SC}\boldsymbol{C}\boldsymbol{s} - \boldsymbol{K}_D\boldsymbol{s} + \tilde{\boldsymbol{F}}_d]. \tag{4}$$

其中 $\tilde{m}_{SC}$ 为质量估计误差，且

$$\tilde{m}_{SC} = \hat{m}_{SC} - m_{SC}.$$

选择 Lyapunov 函数：

$$V = \frac{1}{2}[m_{SC}\boldsymbol{s}^T\boldsymbol{s} + \Gamma_1\tilde{m}_{SC}\tilde{m}_{SC} + \tilde{\boldsymbol{F}}_d^T\boldsymbol{\Gamma}_2\tilde{\boldsymbol{F}}_d].$$

其中 Γ_1 为一正常数，$\boldsymbol{\Gamma}_2$ 为一正定的常对角阵.

对 V 沿式(4) 求导，可得

$$\dot{V} = m_{SC}\boldsymbol{s}^T\dot{\boldsymbol{s}} + \Gamma_1\tilde{m}_{SC}\dot{\tilde{m}}_{SC} + \tilde{\boldsymbol{F}}_d^T\boldsymbol{\Gamma}_2\dot{\tilde{\boldsymbol{F}}}_d = \boldsymbol{s}^T[\tilde{m}_{SC}\ddot{\boldsymbol{z}} + \tilde{m}_{SC}\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{z}} + \tilde{m}_{SC}N - m_{SC}\boldsymbol{C}\boldsymbol{s} - K_D s + \tilde{\boldsymbol{F}}_d] + \Gamma_1\tilde{m}_{SC}\dot{\tilde{m}}_{SC} + \tilde{\boldsymbol{F}}_d^T\boldsymbol{\Gamma}_2\dot{\tilde{\boldsymbol{F}}}_d = \boldsymbol{s}^T[\tilde{m}_{SC}\ddot{\boldsymbol{z}} + \tilde{m}_{SC}\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{z}} + \tilde{m}_{SC}N - K_D\boldsymbol{s} + \tilde{\boldsymbol{F}}_d] + \Gamma_1\tilde{m}_{SC}\dot{\tilde{m}}_{SC} + \tilde{\boldsymbol{F}}_d^T\boldsymbol{\Gamma}_2\dot{\tilde{\boldsymbol{F}}}_d.$$

分别选取

$$\dot{\tilde{m}}_{SC} = -\Gamma_1^{-1}\boldsymbol{s}^T(\ddot{\boldsymbol{z}} + C\dot{\boldsymbol{z}} + \boldsymbol{N}), \tag{5}$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{F}}}_d = -\boldsymbol{\Gamma}_2^{-1}\boldsymbol{s}. \tag{6}$$

可得

$$\dot{V} = -\boldsymbol{s}^T\boldsymbol{K}_D\boldsymbol{s} \leqslant -\lambda_{\min}(\boldsymbol{K}_D)\|\boldsymbol{s}\|_2^2 \leqslant 0. \tag{7}$$

由式(7) 可知，V 或者递减或者定常，且由于 V 非负，则 $V \in L_\infty$，这意味着 $\boldsymbol{s} \in L_\infty$，$\tilde{m}_{SC} \in L_\infty$ 以及 $\tilde{\boldsymbol{F}}_d \in L_\infty$，由引理1 可知，$\boldsymbol{x}_1 \in L_\infty$ 且 $\boldsymbol{x}_2 \in L_\infty$，根据式(4) 可进一步得出 $\dot{\boldsymbol{s}} \in L_\infty$，另外，对式(7) 两端积分可得

$$V(0) - V(\infty) \geqslant \lambda_{\min}(\boldsymbol{K}_D)\int_0^\infty \|\boldsymbol{s}\|_2^2\,dt.$$

于是可知 $\boldsymbol{s} \in L_2$，结合前面得到的 $\dot{\boldsymbol{s}} \in L_\infty$，由 Barbalat 引理可以得出

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{s}(t) = 0,$$

进而由引理2 可知

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}(t) = 0,$$
$$\lim_{t\to\infty}\dot{\boldsymbol{e}}(t) = 0.$$

至此，在 Drag-Free 卫星质量和干扰为常值的假设下，证明了本文的自适应控制器可以保证卫星对质量块跟踪误差的渐进收敛，同时质量估计误差和干扰估计误差有界，而实际上卫星在轨质量以及干扰的主要部分是1 个慢变的时变量，根据文献[12]，式(5)和式(6)中基于常值质量和干扰设计的梯度估计器对于慢变量仍然具有很好的估计结果.

3 仿真结果

本节给出了1 个具体的仿真场景对本文的自适应控制器进行分析验证. 仿真场景设置如下：卫星本体的质量为 86.6 kg，质量块的质量为 0.111 kg，卫星运行于半长轴为 6 678 km 偏心率为 0.001 的近圆轨道，轨道倾角为 88.5°，升交点赤经为 0°，近地点幅角为 45°，初始时刻真近角为 180°.

大气阻力系数 $C_d = 2.2$，卫星迎风面有效面积 $S_A = 0.44\ \mathrm{m}^2$；卫星表面对太阳光的吸收、镜面反射和漫反射系数分别为 0.27、0.243 33 和 0.486 67，有效面积 $S_S = 1\ \mathrm{m}^2$；耦合参数选择为[13]

$$\boldsymbol{F}_{DC}^l = \begin{bmatrix} 4\times10^{-14} \\ 5\times10^{-14} \\ 3\times10^{-14} \end{bmatrix}\mathrm{N},$$

$$\boldsymbol{K}_{cpl}^l = \begin{bmatrix} \omega_n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2\omega_n^2 & 0 \\ 0 & 0 & 9\omega_n^2 \end{bmatrix}\mathrm{N/m},$$

$$
\boldsymbol{D}_{\mathrm{cpl}}^{l}=\begin{bmatrix}\delta & 0 & 0\\ 0 & 5\delta & 0\\ 0 & 0 & 7\delta\end{bmatrix}\mathrm{N\cdot s/m}.
$$

其中 $\omega_n = 2\pi \times 0.001\ \mathrm{s}^{-1}$，$\delta = -\ln 0.5 \times 0.001$.

控制器相关参数选择为：$\Lambda = \mathrm{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$，$\Gamma_1 = 10^{-8}$，$\Gamma_1 = \mathrm{diag}(0.002, 0.002, 0.002)$，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}} = \mathrm{diag}(200, 200, 200)$，$\hat{m}_{\mathrm{SC}}(0) = 0.9m_{\mathrm{SC}}$，$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{d}} = [0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{N}$.

仿真结果如图 2 ~ 图 5 所示. 图 2 给出的是卫星对质量块的位置跟踪误差在参考轨道坐标系的分量，三轴误差都保持在纳米级，由于轨道为近圆轨道，y 轴与速度方向近似重合，此方向上大气阻力最为显著，因此相应的 y 轴跟踪误差也较大，另外从 z 轴跟踪误差可以明显看出，在 3 000 s 和 4 500 s 两个时刻附近，跟踪误差出现了突变，这是由于卫星分别进入和离开地球阴影区造成了太阳光压突变，这从图 4 中给出的太阳光压幅值也可以看出，干扰估计器对于慢变的干扰具有很好的估计效果，但是对于快变干扰估计效果较差，造成了短期内跟踪误差增大；另外从图 4 中可以看出，在非阴影区太阳光压可以看做是 1 个常量，因此可以利用简单的太阳光压模型并结合太阳是否可见将其作为 1 个前馈项在控制器中引入，这可以一定程度上改善控制结果；图 3 给出了三轴控制力，根据控制力的大小可以参考文献[14]选择合适的推力器组合；最后，图 5 给出了对干扰的估计误差，可以看出在卫星进出地球阴影区时估计误差明显增加.

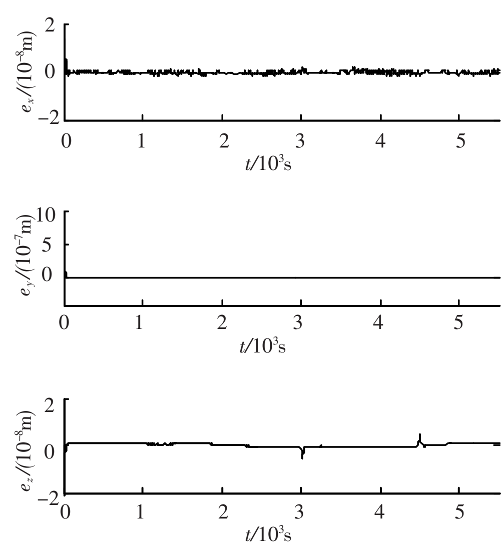

图 2　卫星与质量块的相对位移

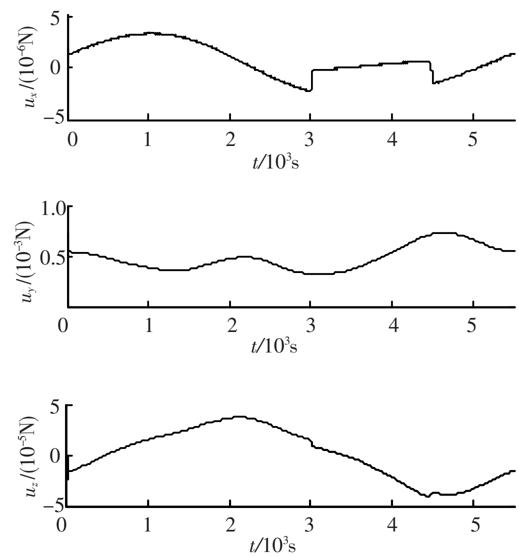

图 3　卫星的三轴控制力

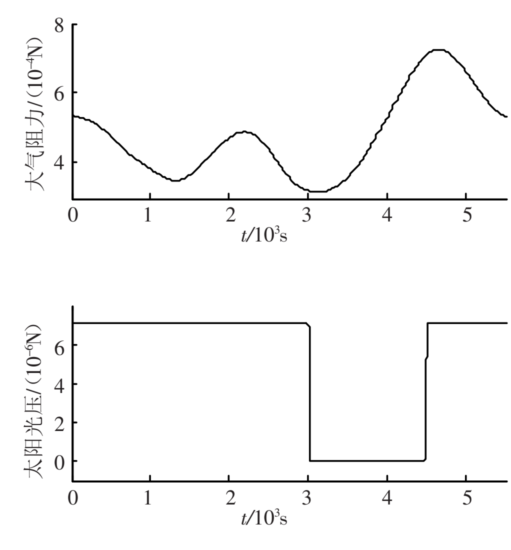

图 4　主要干扰幅值

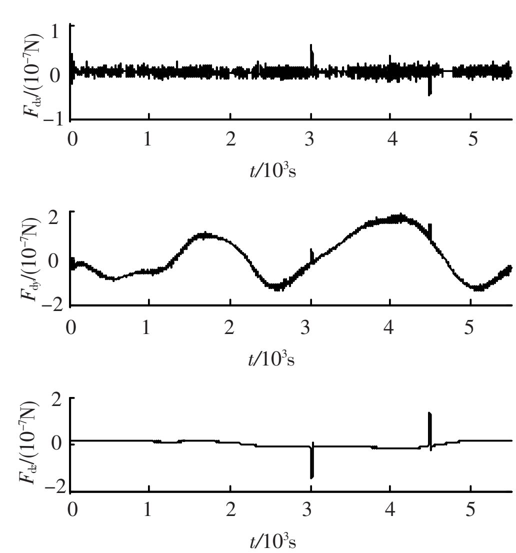

图 5　三轴干扰估计误差

4 结 论

本文研究了近地轨道具有单个质量块的Drag-Free卫星位移模式的控制问题,所得到的自适应控制器包含了卫星质量估计器和干扰估计器.仿真结果表明,此控制器可以保证纳米级的跟踪误差,由于时变的空间干扰的主要部分为慢变量,因此干扰估计器可以给出较好的估计结果,只是在卫星进出地球阴影区时,太阳光压突变会造成短时间的跟踪误差和估计误差增加.进一步的工作将会考虑微推力器限制并在仿真中加入高频干扰(例如大气密度高频变化和高层大气风等)以更加真实的评估系统性能.

参考文献:

[1] GUILHERME M S, LEITE W C, THEIL S. Strategies for in-orbit calibration of drag-free control systems[J]. Aerospace Science and Technology, 2008, 12(5): 365-375.

[2] LANGE B. The drag-free satellite[J]. AIAA Journal, 1964, 2: 1590-1606.

[3] CANUTO E, MASSOTTI L. All-propulsion design of the drag-free and attitude control of the European satellite GOCE[J]. Acta Astronautica, 2009, 64(2/3): 325-344.

[4] CESARE S, AGUIRRE M, ALLASIO A, *et al*. The measurement of Earth's gravity field after the GOCE mission[J]. Acta Astronautica, 2010, 67(7/8): 702-712.

[5] LI J, BENCZE W J, DEBRA D B, *et al*. On-orbit performance of Gravity Probe B drag-free translation control and orbit determination[J]. Advances in Space Research, 2007, 40(1): 1-10.

[6] DHURANDHAR S V, NAYAK K R, KOSHTI S, *et al*. Fundamentals of the LISA stable flight formation[J]. Classical and Quantum Gravity, 2005, 22(3): 481-487.

[7] MCNAMARA P, VITALE S, DANZMANN K. LISA Pathfinder[J]. Classical and Quantum Gravity, 2008, 25(11): 114034-114041.

[8] PELIVAN I. Dynamics and control modeling for Gravity Probe B[J]. Space Science Reviews, 2010, 151(1): 5-23.

[9] THEIL S. Drag-free satellite control[J]. Lasers, Clocks and Drag-Free Control: Exploration of Relativistic Gravity in Space, 2008, 349: 341-359.

[10] SCHUMAKER B L. Disturbance reduction requirements for LISA[C]//Proceedings of the 4th International LISA Symposium. Pennsylvania: Classical and Quantum Gravity, 2002:239-253.

[11] DAWSON D M, HU J, BURG T C. Nonlinear control of electric machinery[M]. New York: Marcel Dekker, 1998:1-19.

[12] SLOTINE J J E, LI W. Applied nonlinear control[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1991:364-369.

[13] THEIL S. Satellite and test mass dynamics modeling and observation for drag free satellite control of the STEP mission[D]. Bremen: University of Bremen, 2003: 47-48.

[14] ROCK B S, BLANDINO J J, DEMETRIOU M A. Propulsion requirements for drag-free operation of spacecraft in low Earth orbit[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2006, 43(3): 594-606.

(编辑 张 宏)