

考虑空泡界面相变作用的空化模型及应用

王柏秋¹, 王 聪¹, 黄海龙^{2,3}, 董 磊⁴, 张嘉钟¹

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 150001 哈尔滨; 2. 北京宇航系统工程研究所, 100076 北京;
3. 哈尔滨工业大学 土木学院, 150090 哈尔滨; 4. 中船重工第七〇三研究所, 150036 哈尔滨)

摘 要: 基于 Rayleigh-Plesset 方程, 在考虑空泡界面上的相变作用后, 导出了一个新的空化模型, 并利用此模型模拟了次生空泡的发育与溃灭. 新空化模型应用于半球头航行体的结果表明: 由于次生空泡不断溃灭与发育, 模型表面压力由较高的溃灭压力和较低的空泡压力交替分布; 随着空化数的降低, 主空泡逐渐变大, 次生空泡区逐渐向模型尾部移动并脱落.

关键词: R-P 方程; 空化模型; 相变; 次生空泡

中图分类号: O351

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2013)01-0030-05

A cavitation model with phase change on the cavity interface and its application

WANG Baiqiu¹, WANG Cong¹, HUANG Hailong^{2,3}, DONG Lei⁴, ZHANG Jiazhong¹

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China; 2. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, 100076 Beijing; 3. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, 150090 Harbin, China; 4. No. 703 Research Institute of CSIC, 150036 Harbin, China)

Abstract: Considering the effects of phase-change on the bubble interface, a new cavitation model based on Rayleigh-Plesset Equation is given and the secondary cavitation is successfully modeled. Using the new cavitation model on cavitation flow fields of the 2 d steady axisymmetrical hemispherical cylinder, the model surface is alternately distributed by a higher cavity pressure and lower collapse pressure due to the growth and collapse of the secondary cavity. With the decrease of cavitation number, the main cavity gradually becomes larger, and the secondary cavity zone is gradually moving to the tail of the model and falling off.

Key words: R-P equation; cavitation model; phase change; secondary cavitation

空化问题由来已久, 不同的数学处理方法衍生出了众多空化模型: 基于简化 Rayleigh-Plesset 方程的空化模型, 有 Singhal^[1] 模型, Zwart^[2] 模型; 基于经验得出的比例化空化模型, 有 Kunz 模型, Merkle 模型; 通过空泡受力分析得出的空化模型, 如 Tamura^[3] 模型等.

以上各种空化模型所表达的相变率在数学处理上各有特点, 其中, Singhal 模型是在混合多相流模型的不可压缩连续性方程中导出了两相间的

质量交换率, 属于直接方法, 但是在模型最后阶段的处理过程中, 对空泡半径的处理尚有不足; Kunz 模型是在变形后的多相流方程中, 加入经验比例的方法得到了相变率的经验表达式; Zwart 空化模型在相变率的推导上与 Kunz 模型类似, 但是在最后表达空泡界面运动速度时, 参考了 R-P 方程, 因此, Zwart 模型兼有 Singhal 模型和 Kunz 模型的优点; Tamura 空化模型是直接对空泡进行受力分析, 其中分别计入了空泡所受的惯性力、附加质量力、环境流体加速引起的外力, 并考虑了空泡内非凝性气体的可压缩性综合得到的空化模型.

由于 Singhal 空化模型是直接多相流模型推导而得到, 所以, Singhal 模型所表达的物理内涵丰富, 能够较全面反映空化问题的细节, 因此基于简化的 Rayleigh 方程得到的 Singhal 空化模型

收稿日期: 2011-10-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51149003).

作者简介: 王柏秋(1981—), 女, 博士研究生;

王 聪(1966—), 男, 博士生导师;

张嘉钟(1946—), 男, 博士生导师.

通信作者: 王柏秋, baiqiuw@163.com.

在数值方法研究空化问题时被广泛的应用. Singhal(2002)空化模型嵌入到了商业 CFD 软件 CFD-ACE + 以及 Ansys Fluent 中,成功模拟了水翼等模型的空化问题.

由以上分析可知,各种空化模型都有自己的优点,但各种已有空化模型计算结果只能有效计算出空化现象中的主空泡,对一些由空泡内气体泄漏或者其他原因产生的次生空泡无能为力. 本文基于 Rayleigh-Plesset 空泡运动方程,在考虑空泡界面以上的相变作用后,对空化模型做了进一步改进,模拟出了主空泡,次生空泡,尾空泡,所得空泡流场更加真实接近实验现象.

1 相变传递率

用 R 表示发生相变时的相间传递率,则欧拉法描述带有相变的两相流体运动的连续性方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \alpha \rho_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \rho_v \vec{V}) = R, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (1 - \alpha) \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot ((1 - \alpha) \rho_l \vec{V}) = -R. \quad (3)$$

其中: α 表示气体体积分数; ρ_v 表示气体密度; ρ_l 表示液体密度; ρ 表示混合物密度, $\rho = \alpha \rho_v + (1 - \alpha) \rho_l$;

由式(2)可得

$$R = \frac{\partial \alpha \rho_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \rho_v \vec{V}) = \frac{D \alpha \rho_v}{Dt} + \alpha \rho_v \nabla \cdot \vec{V} = \rho_v \frac{D \alpha}{Dt} + \alpha \frac{D \rho_v}{Dt} - \frac{\alpha \rho_v}{\rho} \frac{D \rho}{Dt}. \quad (4)$$

其中 D/Dt (*) 表示物理量的物质导数.

假定气体是以球形空泡形式散布在水中,则

$$\alpha = (4n/3) \pi R^3. \quad (5)$$

其中 n 表示水中空化核数密度, R 表示球形空泡的半径.

由式(5)可得

$$\frac{D \alpha}{Dt} = \frac{3 \alpha}{R} \frac{DR}{Dt}. \quad (6)$$

由于空泡的收缩与扩张速度极快,因此可认为在空泡收缩与扩张的过程中,泡内气体做绝热运动,对于球形空泡,不可压缩时泡内气体密度变化过程如下:当气泡在扩张时,泡内气体绝热膨胀,温度下降,其饱和蒸汽压快速下降,使泡内气体始终处于欠饱和状态,这样,水蒸汽不断冷凝为水. 由于是冷凝相变,由气相变为水相,因此,通过泡壁的水蒸汽相变量为 $(\rho_v 4 \pi R^2 dR)$, 则泡内气体密度变化如下:

$$\frac{D \rho_v}{Dt} = \frac{1}{Dt} \left(\frac{4 \rho_v \pi R^3 / 3 - \rho_v 4 \pi R^2 DR}{4 \pi (R + DR)^3 / 3} - \rho_v \right) = -3 \rho_v \frac{1}{R} \frac{DR}{Dt}. \quad (7)$$

综合式(4)至式(7)可得相变率如下:

$$R_c = \rho_v \frac{D \alpha}{Dt} + \alpha \frac{D \rho_v}{Dt} - \frac{\alpha \rho_v}{\rho} \frac{D \rho}{Dt} = \rho_v \frac{3 \alpha}{R} \frac{DR}{Dt} + \alpha \left(-3 \rho_v \frac{1}{R} \frac{DR}{Dt} \right) - \frac{\alpha \rho_v}{\rho} \frac{D \rho}{Dt} = -\frac{\alpha \rho_v}{\rho} \frac{D \rho}{Dt}.$$

其中,混合密度做如下变化:

$$\frac{D \rho}{Dt} = -(\rho_l - \rho_v) \frac{D \alpha}{Dt} + \alpha \frac{D \rho_v}{Dt} + (1 - \alpha) \frac{D \rho_l}{Dt} = -(\rho_l - \rho_v) \frac{3 \alpha}{R} \frac{DR}{Dt} - \alpha \frac{3 \rho_v}{R} \frac{DR}{Dt} + 0 = -\rho_l \frac{3 \alpha}{R} \frac{DR}{Dt}.$$

因此可得

$$R_c = \frac{\rho_v}{\rho_l} \frac{3 \alpha^2}{R} \frac{DR}{Dt}. \quad (8)$$

上式中,混合物密度应取为相变之后的水的密度,且因为发生了相变,此时整个式(8)符号取反,又由于水汽两相独立变化,则 $\alpha = 1$, 因此,上式变为

$$R_c = -\frac{3 \rho_v}{R} \frac{DR}{Dt}. \quad (9)$$

又当气泡在收缩时,空泡内气体同样经历绝热压缩过程,泡内温度上升,饱和蒸汽压快速上升,使泡内气体始终处于过饱和状态,水不断蒸发为水蒸汽. 由于是发生蒸发相变,相变是由水变为水蒸汽,因此,通过泡壁的相变量为 $(-\rho_l 4 \pi R^2 dR)$, 则泡内气体密度变化如下:

$$\frac{D \rho_v}{Dt} = \frac{1}{Dt} \left(\frac{\rho_v \frac{4}{3} \pi R^3 - \rho_l 4 \pi R^2 DR}{\frac{4}{3} \pi (R + DR)^3} - \rho_v \right) = -3 \rho_l \frac{1}{R} \frac{DR}{Dt}. \quad (10)$$

此时,混合物密度变化如下:

$$\frac{D \rho}{Dt} = -(\rho_l - \rho_v) \frac{D \alpha}{Dt} + \alpha \frac{D \rho_v}{Dt} + (1 - \alpha) \frac{D \rho_l}{Dt} = -(\rho_l - \rho_v) \frac{3 \alpha}{R} \frac{DR}{Dt} - \alpha \frac{3 \rho_l}{R} \frac{DR}{Dt} + 0. \quad (11)$$

综合式(4)、(6)、(10)、(11)可得蒸发率为

$$R_c = -(\rho_l - \rho_v) \frac{(1 - \alpha) \rho_l}{\rho} \frac{3 \alpha}{R} \frac{DR}{Dt} + \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \frac{3 \alpha^2}{R} \frac{DR}{Dt}. \quad (12)$$

上式中,混合物密度应取为相变之后水蒸汽的密度,且因为发生了相变,此时整个式(12)符号取反,又由于水汽两相独立变化, $\alpha = 1$, 因此,

上式变为

$$R_e = -3 \frac{\rho_l}{R} \frac{DR}{Dt}. \quad (13)$$

以上各式中, R_e 表示蒸发相变率; R_c 表示凝结相变率. 式(9)、(13)即为发生空化相变时的两相之间的质量传递率.

2 空化模型

为确定以上两式中的空泡半径变化率, 考虑球形空泡运动方程, Rayleigh-Plesset 方程^[4]为

$$RR + \frac{3}{2}R^2 = \frac{p_B - p_\infty}{\rho_l} - 4\nu_l \frac{R}{R} - \frac{2\Sigma}{\rho_l R}. \quad (14)$$

其中: Σ 表示表面张力系数; ν_l 表示液体运动粘性; p_∞ 表示无穷远压力; p_B 表示空泡内气体压力. 式(14)中, 用符号头上一点表示物理量对时间的导数.

不计空泡的二阶运动影响, 忽略表面张力和粘性力影响后, 由上式可得空泡壁运动速度为

$$R^2 = \frac{2}{3} \left| \frac{p_B - p_\infty}{\rho_l} \right|. \quad (17)$$

对于相变率表达式中的空泡半径, 有很多不同的处理方式, 其中, Zwart^[2]等建议 $R_B = 1 \mu\text{m}$; Martynov^[5]将空泡半径等效成空泡长度尺度, 并通过空泡核数密度来表达; Hosangadi^[6]的可压缩空化模型和 Kunz^[7]的空化模型中, 不曾出现空泡半径或者空泡尺度的表达式, 而是以时间尺度的形式来衡量相间质量交换; 张瑶^[8]等通过引入经验表达式的方式定义了空泡半径; Singhal^[1]建议用下列半径表达式:

$$R = 0.061 We \Sigma / 2\rho_l V_{rel}^2. \quad (15)$$

其中 We 表示韦伯数; V_{rel} 表示空泡流场中的特征速度.

以上众多表达式所表达的空泡半径中, 目前以 Singhal 表达式应用较广泛, 因此本文拟采用 Singhal 方法. 综合式(9)、式(13)、式(15)可得相变率如下:

$$R_e = \frac{6\rho_l V_{rel}^2}{0.061 We \Sigma} \sqrt{\frac{2}{3} \left| \frac{p_B - p_\infty}{\rho_l} \right|},$$

$$R_c = \frac{6\rho_v V_{rel}^2}{0.061 We \Sigma} \sqrt{\frac{2}{3} \left| \frac{p_B - p_\infty}{\rho_l} \right|}.$$

再考虑湍动能(k) 在空泡运动过程中的影响, 取 $V_{rel}^2 = k$, 对以上两式修正如下:

$$R_e = C_e \frac{k}{\Sigma \rho_l} \sqrt{\frac{2}{3} \left| \frac{p_B - p_\infty}{\rho_l} \right|}, \quad (16)$$

$$R_c = C_c \frac{k}{\Sigma \rho_v} \sqrt{\frac{2}{3} \left| \frac{p_B - p_\infty}{\rho_l} \right|}. \quad (17)$$

其中 C_e 表示蒸发系数; C_c 表示冷凝系数.

至此, 式(16)和式(17)表达了考虑相变作用的空化模型.

因为水中气核含量对空化有着重要影响, 根据褚学森^[9]、魏海鹏^[10]等学者的研究结论, 非凝性气体含量取为标准状态下、饱和水中的非凝性气体含量, 约为 15×10^{-6} , 因此本文取非凝性气体质量分数为 $f_g = 1.5 \times 10^{-5}$.

3 新空化模型的应用

下面利用以上两式对半球头水下运动体的带空泡运动问题进行二维轴对称稳态数值计算, 流场的运动方程为雷诺时均化 NS 方程. 所采用的计算模型及网格划分如图1所示.

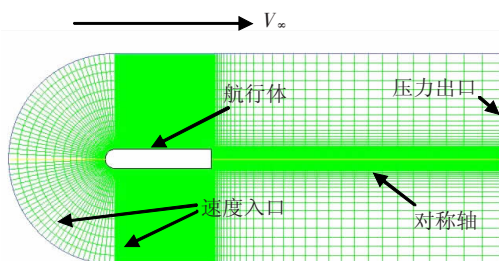


图1 模型及其网格划分

3.1 数值方法及边界条件

在有限体积法中, 空间离散采用一阶迎风格式, 采用 PISO 算法对压力和速度场解耦, 计算域左侧边界和两侧采用流向出口方向的速度入口, 右侧出口采用压力出口, 计算域中间为对称轴, 如图1所示. 采用标准壁面函数, 配合 realizable $k-\varepsilon$ 模型模拟湍流项.

边界条件中, 速度入口按下面的空化数相似准则确定: $\sigma = (p_\infty - p_v) / (0.5\rho_l V_\infty^2)$. 其中: σ 表示空化数; V_∞ 表示无穷远速度; p_v 表示当地水温下的饱和蒸汽压; p_∞ 表示无穷远点压力, 文中取为 101.325 kPa.

3.2 计算结果与分析

图2为在哈尔滨工业大学超空泡水洞中进行的一组同一空化数在不同时刻的空泡实验照片, 其中空化器头型为自行设计的易空化头型, 模型直径为 40 mm, 空化数为 $\sigma = 0.52$, 拍摄帧率为 2 000 fps. 由图2的实验照片可见, 超空泡水洞实验中产生的空泡分别由三部分组成: 位于模型头部的主空泡, 如(a); 位于模型中部与主空泡紧挨的次生空泡, 如(b); 位于模型尾部的尾空泡如(c).

图3为与实验头型近似头型的数值模拟结果, 空化数分别为 $\sigma = 0.5, 0.4, 0.3, 0.2$. 由图2和图3比较可知, 应用新空化模型所得计算结果同时得到了主空泡、次生空泡和尾空泡, 显然更能真实反映空泡流场.

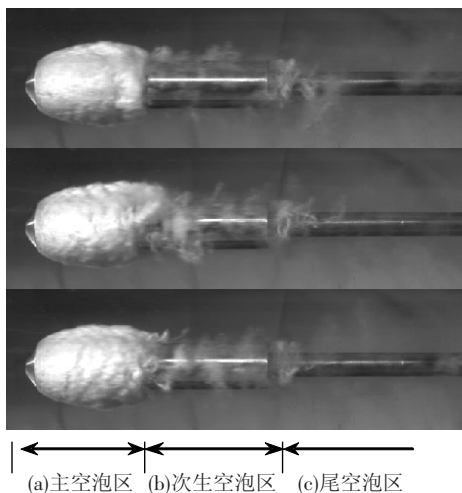
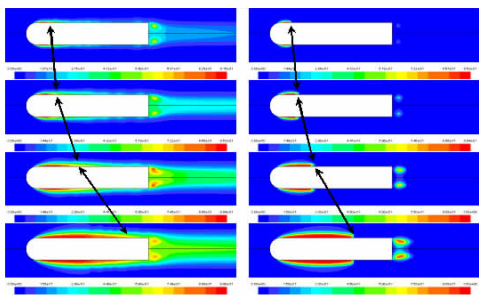


图 2 空泡流实验 ($\sigma = 0.52$, 哈尔滨工业大学)



(从上到下依次: $\sigma = 0.5, 0.4, 0.3, 0.2$)

图 3 不同空化数下的空泡形态对比

图 3 对比了不同空化数时的空泡形态. 由图 3 可见, 随着空化数的降低: 模型头部主空泡逐渐变长变宽; 次生空泡区逐渐向模型尾部移动并产生脱落, 直至发生超空泡时消失; 模型尾部始终有较明显的水蒸汽涡团存在, 并且, 随着空化数的降低, 模型尾部涡团影响区域逐渐变大. 图中的双箭头位置分别指向模型头部主空泡的溃灭点, 由双箭头线的倾斜度可见, 考虑空泡界面上相变作用后, 空泡相对要长一些, 厚一些. 由于产生多处次生空泡, 流场内水蒸汽增多, 以至于在远离模型尾部的地方仍然有空泡溃灭的发生, 水洞实验时的减压低空化数状态下的水洞扩张段内不断的爆裂声音证明了这一点.

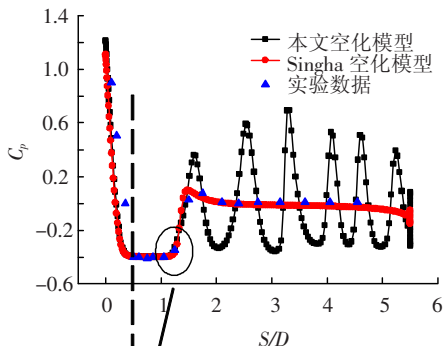
图 4 与图 5 分别为物体表面压力系数分布的计算结果与实验值^[6]对比情况 ($\sigma = 0.4$ 和 $\sigma = 0.2$). 其中, Singhal_amend 空化模型是考虑增强了湍动能影响后的全空化模型. 图中, S/D 代表用模型直径 (D) 无量纲化的模型长度. 压力系数的定义如下:

$$C_p = (p - p_\infty) / (0.5 \rho_1 V_\infty^2).$$

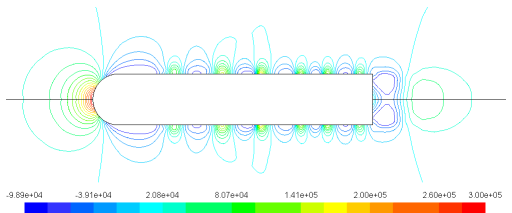
由图 4 中的各曲线对比可知, 新空化模型与修正后的 Singhal 空化模型在模拟模型表面压力分布时, 均与实验数据吻合较好, 不同之处在于, Singhal 模型计算结果中, 空泡的生成与溃灭只出

现了一次, 而考虑了空泡界面上的相变作用后的新空化模型得到了次生空泡的多次溃灭与再生, 能够更好的与实验现象吻合.

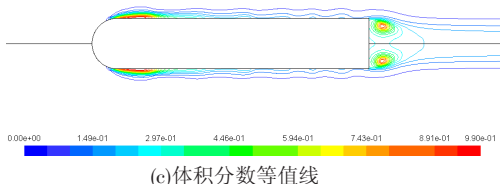
由图 4 与图 5 对比可以发现, 随着空化数降低, 模型头部产生的主空泡变大, 压力曲线上主空泡溃灭位置后移, 压力曲线上两个波峰直接的距离反应了其中心空泡的大小, 波峰间距大, 则空泡大, 波峰间距小, 则空泡小. 同时次生空泡的生成与溃灭逐渐向模型尾部移动.



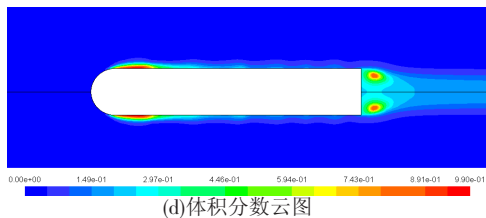
(a) 表面压力系数 ($\sigma = 0.4$)



(b) 流场压力等值线分布



(c) 体积分等值线



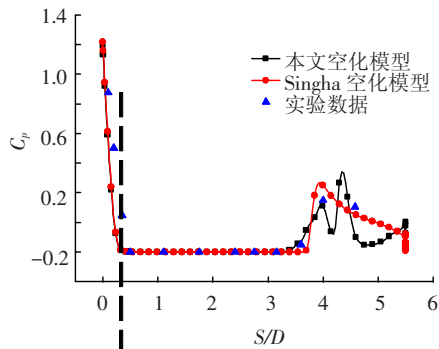
(d) 体积分云图

图 4 模型表面压力系数分布及相应空泡体积分云图 ($\sigma = 0.4$)

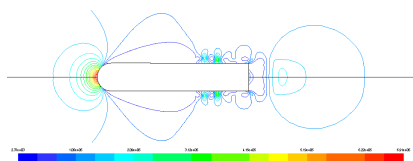
3.3 讨论

在图 4 与图 5 中, 压力系数曲线下降表示空泡开始生成与扩张, 而压力系数曲线上升表示空泡开始收缩溃灭. 对于竖虚线左侧的模型头部的压力系数, 两模型计算结果在同一位置均小于文献中的实验值, 经过对空化模型中的经验系数反复试算可知, 扩张系数和收缩系数的改变对此计算结果影响较小, 但是扩张系数和收缩系数的改

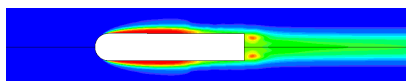
变对后部次生空泡的收缩与扩张影响较显著. 其中, 对于主空泡溃灭的位置而言(图4中圆圈所示位置), 扩张系数的减小会使计算所得溃灭位置提前, 扩张系数增大会使溃灭位置退后, 同时, 随着扩张系数的减小, 次生空泡也将逐渐消失, 模型表面压力系数分布将趋于平缓, 直至不再随空间变化而波动.



(a) 表面压力系数($\sigma=0.2$)



(b) 流场压力等值线分布



(c) 体积分数云图

图5 模型表面压力系数分布及空泡体积分数云图($\sigma=0.2$)

结合式(9)与式(13)的推导及分析可知, 在空泡的扩张过程中, 空泡界面上发生的是冷凝现象, 冷凝相变占优, 而空泡在收缩时, 界面上发生了蒸发现象, 蒸发相变占优. 因此, 空化模型中的扩张系数同时表达了冷凝系数, 收缩系数同时又表达了蒸发系数.

由式(16)与式(17)所表达的相变传递率, 在表观上, 发生相变时, 扩张速率要远远大于收缩速率, 因而对于爆发性的空泡生成一般难以观测.

新空化模型的应用获得了次生空泡群, 与实际实验现象吻合, 这表明空泡在扩张的时候, 相变过程是冷凝过程, 或者说冷凝过程绝对占优, 而空泡收缩时的相变过程是蒸发过程, 或者说蒸发过程绝对占优.

4 结 论

通过引入空泡界面上的相变作用, 给出了1个新的空化模型. 将新空化模型应用于半球头水下航行体的空化问题研究上, 得到了以下结论:

1) 由于考虑了空泡界面上的相变作用后, 应

用新的空化模型得到的计算结果更加接近实验现象, 并通过计算同时得到了主空泡、次生空泡和尾空泡.

2) 随着空化数的减小, 模型头部的主空泡逐渐增大, 次生空泡逐渐后移并脱落, 减轻了模型表面受到的溃灭冲击压力.

3) 空泡扩张过程中, 相变过程是冷凝过程占优, 空泡收缩过程中, 相变过程是蒸发过程占优.

4) 新的空化模型的应用表明, 空泡的扩张速率要远大于收缩速率, 这导致空泡的扩张是爆发性的, 在实验中难以观察.

参考文献

- [1] SINGHAL A K, ATHAVALE M M, LI Huiying, *et al.* Mathematical basis and validation of the Full Cavitation Model[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 2002, 124(3): 617-624.
- [2] ZWART P J, GERBER A G, BELAMRI T. A two-phase flow model for predicting cavitation dynamics [C]//5th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2004). Yokohama: [s. n.], 2004: Paper No. 152.
- [3] TAMURA Y, MATSUMOTO Y. Improvement of bubble model for cavitating flow simulations [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2009, 21(1): 41-46.
- [4] BRENNEN C E. *Cavitation and bubble dynamics* [M]. Oxford: Oxford University Press, 1995: 47-50.
- [5] MARTYNOV S B, MASON D J, HEIKAL M R. Numerical simulation of cavitation flows based on their hydrodynamic similarity [J]. *International Journal of Engine Research*, 2006, 7(3): 283-296.
- [6] HOSANGADI A, AHUJA V, ARUNAJATESAN S. A generalized compressible cavitation model [C]//Fourth International Symposium on Cavitation. Pasadena: California Institute of Technology, 2001: sessionB4. 003.
- [7] KUNZ R F, BOGER D A, STINEGRING D R, *et al.* A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction [J]. *Computers & Fluids*, 2000, 29(8): 849-875.
- [8] ZHANG Yao, LUO Xian-wu, JI Bin, *et al.* A thermodynamic cavitation model for cavitating flow simulation in a wide range of water temperature [J]. *Chinese Physics Letters*, 2010, 27(1): 016401.
- [9] 褚学森, 王志, 颜开. 自然空化流动数值模拟中参数取值影响的研究 [J]. *船舶力学*, 2007, 11(1): 32-39.
- [10] 魏海鹏, 郭凤美, 权晓波. 潜射导弹表面空化特性研究 [J]. *宇航学报*, 2007, 28(6): 1506-1523.

(编辑 张 宏)