

# 排列互比法角度偏差检定序列的可辨识性

任顺清, 鲁金瑞, 赵洪波, 尹小恰

(哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心, 150001 哈尔滨)

**摘要:** 为了解决棱体-多齿分度台排列互比法的部分序列组合, 检定它们的偏差的可辨识性问题, 分别针对素数面棱体和合数面棱体的检定序列的选定方法进行了研究. 首先研究了素数面棱体检定的序列问题, 得出了素数面棱体检定的任意两个或两个以上的序列组合都能检定出齿盘偏差与棱体偏差的结论. 其次对于合数面棱体, 研究了序列组合时偏差向量的可辨识问题, 得出了两个序列号的差值为棱体面数的公因子或公因子的倍数时, 偏差向量是不可辨识的. 然后选择多个序列进行组合的选定原则进行了研究. 针对正 23、24 面棱体的实测数据, 对检定精度的评估问题进行了研究, 并通过理论计算和实测数据计算了辨识的偏差的标准差, 实验表明实际统计计算标准差时, 量测的数量应大于辨识的偏差数量的 4 倍以上, 统计计算的标准差才有效.

**关键词:** 棱体; 多齿分度台; 可辨识性; 排列互比法

中图分类号: TH712

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2013)01-0041-05

## Identifiability of partial combinational permutation intercomparison in checking angular bias

REN Shunqing, LU Jinrui, ZHAO Hongbo, YIN Xiaoqia

(Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

**Abstract:** To solve the identifiability of partial combinational permutation intercomparison in checking angular bias of the regular polygon and the angle dividing table, aiming at prime-sided polygon and composite-sided polygon respectively, the checking series selecting was studied. At first, the prime-sided polygon checking series was studied, the conclusion was drawn that arbitrary two or above series combinatory measurement could identify the angular biases of the regular polygon and the angle dividing table. While aiming at composite-sided polygon, if the difference between the numbers of the two checking series is the factor (or integer times of the factor) of the side number of the polygon, the biases are not identifiable. The multi-series selecting problem was also researched. According to the practical measurement data about 23-sided and 24-sided polygon, checking accuracy appraisal of identified biases was studied. The theoretical standard deviation and the practical calculated standard deviation were given. The results show that only the number of measurement data should be four times greater than the number of the identified bias, the statistic standard deviation will be effective.

**Key words:** polygon; angle dividing table; identifiability; permutation intercomparison method

多面棱体在测角系统角位置误差的检定中有着广泛的应用<sup>[1]</sup>, 棱体在使用时, 主要由它的检定精度来决定, 一般采用排列互比法检定棱体和多齿分度台的精度, 国内标准<sup>[2-3]</sup>和相关文献<sup>[4-6]</sup>给出了具体的检定方法, 文献<sup>[7]</sup>给出了

排列互比法的递推算法, 相比较而言提高了检定的效率. 文献<sup>[8-10]</sup>给出了多面棱体的标定方法. 然而, 当用 23 面棱体-391 齿盘组合检定时, 任意两个或两个以上的序列的组合可以解算出偏差向量. 但用 24 面棱体-360 齿盘组合检定, 发现第 1、7、13、19 序列, 或 1、5、9、13、17、21 序列组合进行检定时, 就不能解算出齿盘和棱体的偏差, 本文针对此问题进行研究, 同时对部分序列组合计算的误差的精度评估问题进行研究.

收稿日期: 2011-09-24.

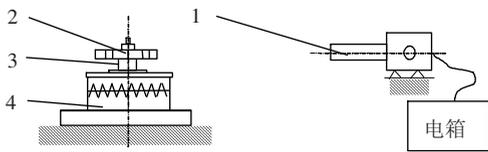
基金项目: 十二五预研项目资助(51309050202).

作者简介: 任顺清(1967—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 任顺清, renshq@yahoo.com.cn.

### 1 排列互比法简介

圆分度误差的检定技术有很多种,因其分度原理的不同也不尽相同,但是基于圆周封闭的特点,它们的检定原理和方法则往往是通用的.多面棱体和多齿分度台的检定常用排列互比法.排列互比法是将两圆分度器具(1 个为被测件,1 个为陪测件,或两个都是被测件)进行排列有序的易位互比,将互比测得值进行数据处理,同时求得两个互比件各自的分度误差.针对于  $n$  面棱体,常角法检测一共要检定  $n$  个序列, $2(n-1)$  个被检角偏差,归零后的数据总数为  $n(n-1)$  个.下面以 23 面体-391 齿盘为例简单介绍一下排列互比法测试步骤.检测装置还包括心轴夹具和自准直仪,如图 1 所示.



1. 自准直仪; 2. 正多面棱体; 3. 夹具; 4. 多齿分度台.

图 1 正多面棱体—自准直仪检测系统

第 1 序列:齿盘对准 0 齿,自准直仪对准 23 面棱体的第 1 工作面,读出自准直仪的读数  $\alpha_{1.1}$ . 转动

齿盘,分别对准 17、34、51、...、374 齿,此时棱体分别对准第 2、3、4、...、23 面,读出自准直仪的读数: $\alpha_{1.2}$ 、 $\alpha_{1.3}$ 、 $\alpha_{1.4}$ 、...、 $\alpha_{1.23}$ . 数据均减去  $\alpha_{1.1}$ , 变为  $\theta_{1.1} = 0$ ,  $\theta_{1.2}$ 、 $\theta_{1.3}$ 、 $\theta_{1.4}$ 、...、 $\theta_{1.23}$ . ( $\theta_{1.i} = \alpha_{1.i} - \alpha_{1.1}$ ).

第 2 序列:齿盘对准 17 齿,松开棱体反转,使自准直仪对准 23 面棱体的第 1 工作面,读出自准直仪的读数  $\alpha_{2.1}$ . 转动齿盘,分别对准 34、51、68、...、374、0(391) 齿,此时棱体分别对准第 2、3、4、...、23 面,读出自准直仪的读数: $\alpha_{2.2}$ 、 $\alpha_{2.3}$ 、 $\alpha_{2.4}$ 、...、 $\alpha_{2.23}$ . 数据归零: $\theta_{2.2}$ 、 $\theta_{2.3}$ 、 $\theta_{2.4}$ 、...、 $\theta_{2.23}$  ( $\theta_{2.i} = \alpha_{2.i} - \alpha_{2.1}$ ).

其他序列依此类推. 归零后的数据  $\theta_{i,j}$  见表 1,表中每个单元格的上一行为归零后的理论值或似然值,它决定了残差方程结构矩阵相应的行.上下两个数之差为残余误差. 设齿盘的 17、34、51、...、374 齿的相对于 0 齿的偏差为  $\varphi_2$ 、 $\varphi_3$ 、 $\varphi_4$ 、...、 $\varphi_{23}$ . 正 23 面棱体的第 2、3、4、...、23 面按照棱体工作面增加方向相对于第 1 工作面的偏差为  $\beta_2$ 、 $\beta_3$ 、 $\beta_4$ 、...、 $\beta_{23}$ . 故待辨识的 391 齿盘的偏差与正 23 面棱体偏差可以表示为偏差向量.

$$X = [\varphi_2 \ \varphi_3 \ \varphi_4 \ \dots \ \varphi_{23} \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4 \ \dots \ \beta_{23}]^T.$$

检定的目的就是要求出偏差向量 44 个元素的值以及它们的测试不确定度.

表 1 391 齿分度台偏差与正 23 面棱体偏差的误差

391 齿盘 起始齿数	数据类型	测试归零的理论数据与实测数据					
		1 面	2 面	3 面	...	22 面	23 面
0	理论数据	0	$\varphi_2 - \beta_2$	$\varphi_3 - \beta_3$	...	$\varphi_{22} - \beta_{22}$	$\varphi_{23} - \beta_{23}$
	实测数据	$\theta_{1.1}$	$\theta_{1.2}$	$\theta_{1.3}$	...	$\theta_{1.22}$	$\theta_{1.23}$
17	理论数据	0	$\varphi_3 - \varphi_2 - \beta_2$	$\varphi_4 - \varphi_2 - \beta_3$	...	$\varphi_{23} - \varphi_2 - \beta_{22}$	$-\varphi_2 - \beta_{23}$
	实测数据	$\theta_{2.1}$	$\theta_{2.2}$	$\theta_{2.3}$	...	$\theta_{2.22}$	$\theta_{2.23}$
34	理论数据	0	$\varphi_4 - \varphi_3 - \beta_2$	$\varphi_5 - \varphi_3 - \beta_3$	...	$-\varphi_3 - \beta_{22}$	$\varphi_2 - \varphi_3 - \beta_{23}$
	实测数据	$\theta_{3.1}$	$\theta_{3.2}$	$\theta_{3.3}$	...	$\theta_{3.22}$	$\theta_{3.23}$
...	...	...	...	...	...	...	
357	理论数据	0	$\varphi_{23} - \varphi_{22} - \beta_2$	$-\varphi_{22} - \beta_3$	...	$\varphi_{20} - \varphi_{22} - \beta_{22}$	$\varphi_{21} - \varphi_{22} - \beta_{23}$
	实测数据	$\theta_{22.1}$	$\theta_{22.2}$	$\theta_{22.3}$	...	$\theta_{22.22}$	$\theta_{22.23}$
374	理论数据	0	$-\varphi_{23} - \beta_2$	$\varphi_2 - \varphi_{23} - \beta_3$	...	$\varphi_{21} - \varphi_{23} - \beta_{22}$	$\varphi_{22} - \varphi_{23} - \beta_{23}$
	实测数据	$\theta_{23.1}$	$\theta_{23.2}$	$\theta_{23.3}$	...	$\theta_{23.22}$	$\theta_{23.23}$

当全组合检定完成后,可以按照标准进行数据处理,计算各个残余误差,然后计算单位权的标准差,最后计算偏差向量  $X$  的标准差.

表 1 中的  $23 \times 22$  个数据归零以后,把它们写成向量的形式为  $Y = AX + \Delta\epsilon$ .

偏差向量为

$X = [\varphi_2 \ \varphi_3 \ \varphi_4 \ \dots \ \varphi_{23} \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4 \ \dots \ \beta_{23}]^T$ . 其中: $Y = [\theta_{1.2} \ \theta_{1.3} \ \dots \ \theta_{23.22} \ \theta_{23.23}]^T$ ,  $\Delta\epsilon$  为残余偏差向量; $A$  为结构矩阵. 对于表 1 中的归零后的数据  $\theta_{1.2}$  其理论值为  $\varphi_2 - \beta_2$ , 相应结构矩阵的行向量为  $[1 \ 0 \ 0 \ \dots \ -1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$ .

当检定序列确定后,其相应的结构矩阵可按

照表 1 求取,求取结构矩阵的 Matlab 代码如下:  
`series = [1 3 21]; % 序列组合时,选定序列的序号形成的向量.`

```

for k = 1:length(series);
side = 23; % 棱体的工作面数.
n = side - 1;
F_i = zeros(n, 2 * n);
i = series(k);
for j = 1 : n;
H = zeros(1, 2 * n);
H(1, j) = 1;
if (i > 1)
H(1, i + n - 1) = 1;

```

```

end
if ((i + j) > (n + 2))
    H(1, i + j - 2) = -1;
end
if ((i + j) < (n + 2))
    H(1, i + j + n - 1) = -1;
end
Fi(j, :) = H;
end, j;
if (k == 1)
    A = Fi;
end
if (k > 1)
    A = vertcat(A, Fi); % A 为结构矩阵
end
end, k;

```

当计算出结构矩阵  $A$  后, 可以求出信息矩阵  $A^T A$ , 如果信息矩阵不降秩, 说明偏差向量  $X$  是可辨识的, 否则是不可辨识的. 如果  $X$  可辨识, 则根据最小二乘法有

$$\hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T Y. \quad (1)$$

残余误差向量为

$$\Delta \varepsilon = Y - A(A^T A)^{-1} A^T Y.$$

单位权标准差为

$$\sigma_0 = \sqrt{\Delta \varepsilon^T \Delta \varepsilon / (r - t)}. \quad (2)$$

其中  $t$  为未知数的个数,  $t = 2(n - 1)$ ;  $r$  为归零后的数据总数,  $r = n(n - 1)$ ;  $n = 23$  为棱体的面数, 也是全组合测量的序列数. 估计的偏差向量  $X$  的每个元素的不确定度为

$$\sigma_x = \sigma_0 / \sqrt{n}. \quad (3)$$

## 2 素数面棱体检定的序列组合问题

素数又称质数. 指在一个大于 1 的自然数中, 除了 1 和此整数自身外, 没法被其他自然数整除的数. 素数面棱体一般应用于圆感应同步器或其它测角仪<sup>[11]</sup>测角误差的检定中. 目前国内主要制造的素数面棱体有正 17、23 面棱体, 它们进行全组合检定时, 一般与 391 (= 17 × 23) 齿盘配合检定. 正 23、24 面体可以与 552 (= 24 × 23) 齿盘配合进行检定.

检定 23 面棱体时, 偏差向量  $X$  共有 44 个未知量, 通过两个序列就能解出这个偏差向量, 只是  $X$  的测量误差很大, 但全部测完 23 组, 工作量又很大. 依据递推最小二乘原理<sup>[7]</sup>: 测量两组后, 每测量一组重新计算结构矩阵和信息矩阵的逆, 在迭代过程中计算结果的不确定度在实时变化, 测量到满足要求的不确定度时即可完成测量. 根据公式(1)知

$$\hat{X} = BY = (A^T A)^{-1} A^T Y = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mp} \end{bmatrix} Y.$$

如果各次量测是等精度的, 假设各个测量数据的不确定度是  $\sigma_{00}$ , 那么估计量  $x_i$  的不确定度<sup>[4]</sup> 的理论值为

$$\sigma = \sqrt{b_{i1}^2 \sigma_{00}^2 + b_{i2}^2 \sigma_{00}^2 + \cdots + b_{i(p-1)}^2 \sigma_{00}^2 + b_{ip}^2 \sigma_{00}^2} = \sqrt{d_i} \times \sigma_{00}. \quad (4)$$

$$D = BB^T = (A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{m1} & \cdots & d_{mm} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中  $d_i = d_{ii}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). 其中  $d_i$  为标准差系数, 它刚好是  $(A^T A)^{-1}$  的对角线元素. 计算标准差的系数  $d_i$  决定了最小二乘估计的精度<sup>[12-13]</sup>. 公式(3)用于全组合, 而部分序列组合可用公式(4)计算理论值, 式(4)中实际情况下可以用全组合时测量数据的不确定度  $\sigma_0$  替代  $\sigma_{00}$ , 实际值  $\sigma_k$  为部分序列组合计算所得的单位权标准差:

$$\sigma_k = \sqrt{\Delta \varepsilon'^T \Delta \varepsilon' / (r' - t')}.$$

其中  $t'$  为未知数的个数,  $t' = 2(n - 1)$ ;  $r'$  为测量值的个数,  $r' = k(n - 1)$ ;  $k$  为部分序列组合的总序列数.  $\Delta \varepsilon'$  为部分序列组合时的残差向量. 则估计量  $x_i$  的不确定度<sup>[4]</sup> 实际值为

$$\sigma' = \sqrt{d_i} \times \sigma_k. \quad (6)$$

可以证明, 对于正 23 面棱体的检定, 23 个检测序列, 可以任意两个序列进行组合, 便可计算出 44 个误差值, 任意增加 1 个或多个序列, 可减小随机误差, 从而提高检定精度. 当其他任意 1 个序列与第 1 序列配合时信息矩阵的行列式值均为 529.

3 个序列的组合: 比如以 1, 3 序列为基础任意加入其他 1 个序列后的信息矩阵的行列式 ( $|A^T * A|$ ) 的对数值如图 2 (行列式的值在  $10^{15} \sim 10^{18}$ ).

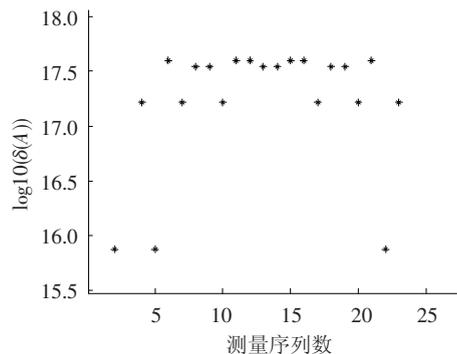


图 2 3 个序列的信息矩阵的行列式值

由图 2 可知: 序列号为 21 的那个组合行列式的值最大, 且各序列的组合中没有行列式为 0 的

数据出现.

4 个序列的组合:以 1,3,21 序列为基础任意加入其他 1 个序列后的信息矩阵行列式的值如图 3(排除横坐标为 2 与 21 的两个数).由图 3 可知:序列号为 7 的那个组合行列式的值最大(行列式的值在  $10^{24} \sim 10^{26}$ ),也没有行列式为 0 的数据出现.

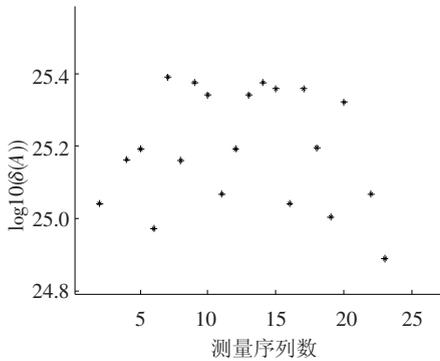


图 3 4 个序列的信息矩阵的行列式值

按照 1、2 序列;1、2、3 序列;1、2、3、4 序列;...;1、2、3、...、23 序列进行组合测试.针对正 23 面棱体,按公式(2)进行全组合测试统计得到的实际残差标准差为  $\sigma_0 = 0.19''$ ,如果按照上面序列,并根据理论计算的结构矩阵和信息矩阵,最后根据公式(4)计算出的辨识的偏差向量在理论上的标准差最大值(由于是部分序列组合,公式(5)中的  $d_{ii}$  是不相同的,而全部序列组合  $d_{ii}$  是相同的)的曲线为图 4 中“\*”.而根据公式(6)按照实测的数据进行统计(3 个序列就可以统计),则统计计算的残差标准差见图 4 的“o”.从图中明显看出,从 8 个以上序列的组合,统计出的标准差逐渐与理论计算的标准差相接近.所以序列组合太少也不能准确辨识出棱体与齿盘的偏差向量.

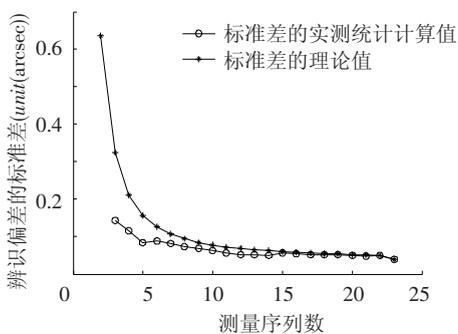


图 4 正 23 面体与 391 齿盘组合测量的偏差的标准差的理论值与统计值

对于素数面棱体而言,序列可以任意组合,并且信息矩阵的行列式不存在为 0 的情况.但对于合数面棱体的检定,它们的序列不能随意组合,文献[7]只研究了 23 面棱体的序列组合问题,下面针对合数面棱体检定的序列组合问题进行研究.

### 3 合数面棱体检定的序列组合问题

目前见到的合数面棱体有,正 8、12、24、36 面体.但对于正 24 面棱体与 360 齿盘的组合检定时,测量序列则不能随意组合,否则就可能不能辨识出棱体与齿盘的偏差值.可辨识序列的组合具有一定的规律性.下面针对 24 面棱体-360 齿盘的组合检定问题做一下探讨.

#### 3.1 两序列组合的可辨识性分析

以正 24 面棱体与 360 齿分度台的检定为例,检定序列归零后的理论值与测量值与表 1 类似.偏差向量变为

$$\mathbf{X} = [\varphi_2 \ \varphi_3 \ \varphi_4 \ \dots \ \varphi_{24} \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4 \ \dots \ \beta_{24}]^T.$$

根据第 2 节给出的代码仿真计算,  $side = 24$ ,在正 24 面棱体中单就第 1 与第 3 序列而言同样不能解出偏差向量  $\mathbf{X}$ ;而第 1 序列与第 2 序列可以解出偏差向量.第 1 序列只能与第 2、6、8、12、14、18、20、24 序列组合成的两个序列辨识出偏差向量.根据进一步的仿真计算,可得如下结论:

1) 序列之间的差值为 1,5,7,11,13,17,19,23 这些素数时,两序列的信息矩阵不降秩,它们组合后,可以解出棱体偏差与齿盘误差.

2) 序列差为偶数时,信息矩阵降秩,无法辨识出偏差向量.

3) 序列差值为 3,9,15,21 等奇数时也不能辨识出偏差向量.这些数含有 24 的公约数 3 或 3 的倍数.

分析可知:当其他序列与第 1 序列的序列号的差值与正 24(合数)面棱体的面数 24 有公约数(1 除外)时,则这两个序列组合起来并不能解出偏差向量  $\mathbf{X}$  (信息矩阵的行列式  $|\mathbf{A}^T \mathbf{A}|$  的值为 0;  $\mathbf{A}$  为所选序列的结构矩阵).只有当两序列数之差与 24 无公约数时,两个序列才可解出偏差向量  $\mathbf{X}$ .

经过分析发现,棱体的面数是合数时,就会出现类似有些两个序列的组合不能辨识的问题.针对合数面棱体(假定面数为  $n$ )的检定序列,进一步可以得出如下结论:

1) 任意两相邻序列组合可以解算偏差向量.

2) 两序列号的差值如果是  $n$  的公约数或者是公约数的倍数时,偏差向量不能解算出来.比如针对 15 面棱体,它的公约数是 3,5,则第 1、4 序列组合,第 1、7 序列组合,第 2、12 序列组合都不能辨识出偏差向量(实际与第 1 序列组合可辨识的序列为:2,3,5,8,9,12,14,15).

#### 3.2 多序列组合选取问题分析

对于正 24 面棱体中 3 个以上序列组合的选取,选取的组合不同可能导致拟合后的标准差变

化很大.进一步发现:3个序列的组合一样存在可辨识与不可辨识的问题.对数据分析发现,3个序列中两两序列号之差,这些差值中必须至少有1个与24(合数面棱体的面数)无公约数,这组序列才是可辨识的.

4个序列的组合中,两两序列的差值,这些差值中至少有1个与24无公约数,这组序列才是有解的.4个以上的序列同理.

多序列组合,首先必须保证其中有两个序列可以辨识出偏差向量.然后选取序列组合时应该尽量选取信息矩阵的行列式 $|A^T A|$ 的值大的那个序列组合.

### 3.3 序列组合的误差分析

与23面棱体序列组合的误差分析类似,24面棱体的误差分析:

根据公式(6),按照1、2序列;1、2、3序列;1、2、3、4序列;...;1、2、3、...、23序列进行组合测试,根据公式(2),实际按照全组合法检定统计得到 $\sigma_0 = 0.10''$ (比正23面棱体检定的小,可能是检测环境、棱体和齿盘不同造成),则2~24序列组合计算的偏差向量标准差的最大值的曲线如图5所示.由图可知,当序列大于5时,实际统计的标准差与理论计算的标准差已基本一致,且随着序列数的增加 $x_i$ 不确定度的变化趋势是越来越小;实际是其估计值越来越接近真值.

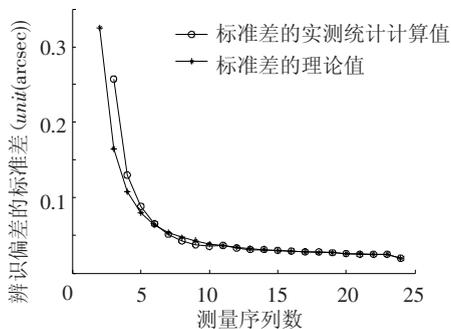


图5 正24面体与360齿盘组合测量的偏差的标准差的理论值与统计值

## 4 结论

1)为了在满足检定精度的条件下,提高检测效率,对棱体-齿盘进行组合检定时,可以采用部分组合的方法.

2)对于素数面棱体与多齿分度盘偏差的组合检定,由于任意两检测序列的组合的信息矩阵不降秩,所以在确定检定序列的数目后,可以任意选取.

3)针对合数面棱体与多齿分度盘偏差的组合检定,在确定检定序列的数量后,不能任意选取,序列的选取应遵守一定的规则.检定序列号的差值是

棱体面数的因子或因子的倍数,不能辨识出棱体和齿盘的偏差向量.比如24面棱体检定时,第1、5、9、13、17、21序列就不能辨识出偏差向量.

4)部分组合中,对于正23、24面棱体的检定,8个以上序列才能开始估计残差向量,计算他们的偏差.大约测量数据量是待辨识系数个数的4倍以上,才能达到偏差向量的检定精度进行估计.

5)本文方法也可应用到用棱体来检定高精度的圆感应同步器、圆光栅等测角系统的角位置误差的测试,可同时分离角位置误差和棱体偏差.

## 参考文献

- [1] 曾鸣,王忠山,苏宝库.精密测试转台测角系统研究[J].哈尔滨工业大学学报,2006,38(2):167-169.
- [2] 中国航空工业第一集团公司北京长城计量测试技术研究. JJG 283-2007 正多面棱体检定规程[S].北京:国家计量检定规程(CSIC-JJG),2007:8-14.
- [3] 上海市计量测试技术研究院,中国船舶工业集团公司第六三五四研究. JJG 472-2007 多齿分度台检定规程[S].北京:国家计量检定规程(CSIC-JJG),2007:10-13.
- [4] 裴祖荣.正多面棱体和多齿分度台角分度误差的互检[J].光电工程,2009,36(10):90-93.
- [5] 张成梯.全组合互比法应用于圆周分度中的若干问题[J].实用测试技术,1994,20(4):20-24.
- [6] 顾耀宗.全组合比较对称联系法评定圆分度误差[J].上海计量测试,2002,29(06):15-17.
- [7] 任顺清,赵洪波,程源,等.递推最小二乘法在角位置误差检定中的应用[J].计测技术,2009,29(5):9-10.
- [8] BRUCAS D, GINIOTIS V. Calibration of precision polygon/autocollimator measurement system [C]//CONF Ser. 13th IMEKO (International Measurement Confederation) TCI-TC7 Joint Symposium. London United Kingdom: Journal of Physics (Conference Series),2010:4-6.
- [9] YANSAYAN T, AKGOÖZ S A, HAITJEMA H. A novel technique for calibration of polygon angles with non-integer subdivision of indexing table [J]. Precision Engineering, 2002, 26(4):412-424.
- [10] PARK J, KIM J, EOM T, et al. Development of an angle calibration system with a combined silicon polygon and angle interferometer [J]. Japanese Journal of Applied Physics, Part 1: Regular Papers and Short Notes and Review Papers, 2006, 45(6A):5293-5296.
- [11] 陆德基.测角仪误差的分析及对用质数面棱体检定测角仪准确度问题的探讨[J].计量学报,1983,4(4):296-302.
- [12] 冯培梯.系统辨识[M].第2版.杭州:浙江大学出版社,2004:56-70.
- [13] 丁振良.误差理论与数据处理[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1992:186-194. (编辑 张宏)