

多 UUV 沿多条给定路径运动的协调编队控制

边信黔, 牟春晖, 严浙平

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 150001 哈尔滨)

摘要: 研究了在三维空间中多 UUV 的协调路径跟踪控制问题. 应用分散控制策略将路径跟踪问题和个体间的速度协调编队解耦. 在单个 UUV 的路径跟踪控制中引入视距导航(line of sight guidance)算法设计路径跟踪控制器, 使得跟踪误差渐近收敛到零; 引用图论知识设计协调控制器, 使得多 UUV 沿期望路径的位置和速度在规定队形下达到一致, 实现多 UUV 间的协调, 而不影响空间域上的路径跟踪性能.

关键词: 多 UUV; 协调控制; 路径跟踪; 视距导航; 图论

中图分类号: U661

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2013)01-0106-06

Coordinated control for multi-UUV formation motion on a set of given paths

BIAN Xinqian, MU Chunhui, YAN Zheping

(College of Automation, Harbin Engineering University, 150001 Harbin, China)

Abstract: This paper addresses the problem of multi-UUV along given spatial paths with a given forward speed profile while holding a desired formation pattern in three-dimensional space. The decentralized controller is proposed to realize the coordinated path tracking of multi-UUV. In the path tracking control problem of a single UUV, we introduce line of sight navigation algorithm to design path tracking controller, making the tracking error converges to zero asymptotically; introduce graph theory to design coordination controller, making the multi-UUV reach consensus under the provisions formation along the position of desired path and speed, reaching coordination between multi-UUV, without affecting the path tracking performance in spatial domain.

Key words: multi-UUV; coordinated control; path tracking; line of sight guidance; graph theory

近年来, 多无人水下航行器 (Unmanned Underwater Vehicle, UUV) 系统在水下勘察工作方面引起了广泛关注^[1-2]. 多 UUV 技术逐渐成为无人水下航行器研究和发展的必然方向之一.

早期的编队控制只是使得智能体间的相对距离达到期望值, 不考虑每个智能体的路径. 陈杨杨采用了路径函数的方法解决了有向通信连接下的二阶多智能体沿多条正则曲线上的编队控制问题^[3]. 类似的思想被用于空间多飞行器的路径跟踪协调控制^[4]. 本文不同于文献[3-4]的设计思想, 文中多 UUV 的初始位置可以为任意值, 而

不是在给定封闭曲线的起始点上, 通过独立控制存在驱动自由度方向上的前向、纵倾和艏向来实现空间上路径跟踪, 由于水下通信带宽的限制, 通信中只交换了协调状态这一单变量, 通过协调前向速度来设计协调控制器实现时间上的协调.

本文的组织结构为: 第 1 节给出了路径跟踪控制和协调编队控制的控制目标; 第 2 节为控制器设计和稳定性证明; 第 3 节和第 4 节分别为仿真实例和结论.

1 问题描述

1.1 路径跟踪控制

视距导航法是由 Fossen 针对欠驱动水面船舶的控制提出的, 文献[5]采用视距导航法建立欠驱动 UUV 水面路径点跟踪误差方程, 将位置误

收稿日期: 2012-3-30.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51179038).

作者简介: 边信黔 (1941—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 牟春晖, mouchunhui1983@163.com.

差的镇定控制转化为艏向误差和航速误差的镇定控制, 间接地实现了水平面的路径点跟踪控制, 并证明了欠驱动 UUV 水平面的路径点跟踪控制具有全局渐近稳定性. 文献[6]同样应用视距导航法针对海洋水面舰船的控制进一步进行了讨论.

本节将应用视距导航方法建立单个 UUV 的路径跟踪运动学误差方程. 声明: 由于本部分只对单个 UUV 进行研究所以忽略下标 j .

如图 1 所示, 视距导航法的原理就是将给定的直线路径分段, 每段直线路径跟踪时, 指定下一目标点就在 $(D, 0)$ 处, D 为视线距离. UUV 到路径 L 上的向量在 xy 和 xz 上的投影与向量之间的夹角称为视线角, 即 θ_d 和 ϕ_d 为视线角, 其定义为

$$\begin{aligned} \theta_d(t) &= \arctan\left(\frac{z_e(t)}{D}\right), \\ \phi_d(t) &= -\arctan\left(\frac{y_e(t)}{D}\right). \end{aligned} \quad (1)$$

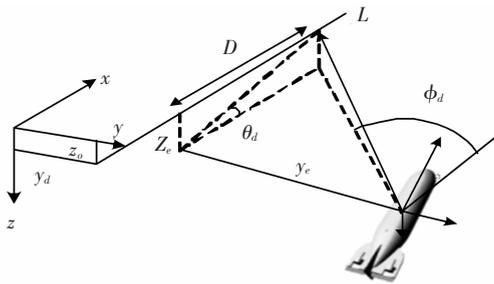


图 1 视觉线描述

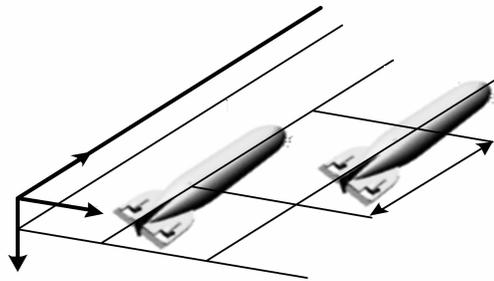


图 2 协调编队运动描述

依据视距导航法, 如图 1 所示, 由于期望路径 L 的方向平行于 x 轴, 则可得位移误差方程为

$$y_e = y - y_d, \quad z_e = z - z_d. \quad (2)$$

同时定义纵倾角和艏向角分别为

$$\theta_e = \theta - \theta_d, \quad \phi_e = \phi - \phi_d. \quad (3)$$

因此, UUV 空间直线路径跟踪控制问题可描述为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_e = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z_e = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \phi_e = 0. \quad (4)$$

1.2 协调编队控制

为了实现多 UUV 间的编队协调, 如图 2 所示, 最终 UUV 间的间距收敛到某一固定值 d_{ji} 即

可. 因此多 UUV 间的协调编队控制问题可描述为

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x_j(t) - x_i(t) - d_{ji} = 0, \quad j, i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

通过控制纵向速度输入, 使前向速度 u_j 与期望速度 u_d 之间的误差趋于零来保持编队队形模式, 则纵向速度误差定义为

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u_j(t) - u_d(t) = 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (6)$$

UUV 的模型采用文献[7]中所述. 由于某型 UUV 为扁平型, 且跟踪的参考路径为直线, 因此假设横摇为零, 也即 $\varphi = 0^\circ$, 则 UUV 的运动学模型简化为

$$\begin{cases} \dot{x} = u \cos \phi \cos \theta - v \sin \phi + w \cos \phi \sin \theta, \\ \dot{y} = u \sin \phi \cos \theta + v \cos \phi + w \sin \phi \sin \theta, \\ \dot{z} = -u \sin \theta + w \cos \theta, \\ \dot{\theta} = q, \\ \dot{\phi} = r / \cos \theta. \end{cases} \quad (7)$$

文献[7]中的动力学模型 $M\dot{v} + C(v)v + D(v)v = Bu$ 移项得

$$\dot{v} = -M^{-1}(C(v)v + D(v)v) + M^{-1}Bu = F(v) + \bar{u}. \quad (8)$$

式中:

$$\begin{aligned} F(v) &= -M^{-1}(C(v)v + D(v)v) = \\ & [F_u(v), F_v(v), F_w(v), F_p(v), F_q(v), F_r(v)]^T, \\ \bar{u} &= M^{-1}Bu = [\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \bar{u}_4, \bar{u}_5, \bar{u}_6]. \end{aligned}$$

对 u 的控制可以转化为对 \bar{u} 的控制. 对于某型 UUV 其具有欠驱动特性, 完全驱动自由度纵向, 纵倾和艏向可以有相互独立的控制输入 u_1, u_5, u_6 分别进行控制, 而无驱动自由度横向, 垂向和横倾不存在控制输入, 即 $u_2 = u_3 = u_4 = 0$, 对其的控制则要由另外三个完全驱动自由度的耦合作用才能实现. 因此只需为 u_1, u_5 和 u_6 设计控制器即可, 也即为 \bar{u}_1, \bar{u}_5 和 \bar{u}_6 设计控制器.

为技术上处理简单, 引入假设 1: 存在 $a > 0, b > 0$, 使得

$$|v| \leq au_{\max} |r|, \quad |w| \leq bu_{\max} |q|. \quad (9)$$

$$|v| \leq u_{\max}, \quad |w| \leq u_{\max}. \quad (10)$$

2 控制器设计

2.1 路径跟踪控制器

1) 纵向. 本文的研究对象 UUV 为欠驱动的, 只在纵向、纵倾和艏向上有驱动, 为使得系统在其它自由度(横向、垂向和横摇)上可控, 必须保证前向速度 $u(t)$ 不为零, 通过控制器使得 $u(t)$ 渐

近跟踪速度参考指令 $u(t)$ 来实现,并且该速度指令对于 $u_{\max} > u_{\min} > 0$ (其中 u_{\min} 和 u_{\max} 分别为UUV的最低航速和最高航速) 满足 $u_c(t) \in (u_{\min}, u_{\max}), t \geq t_0$, 在该条件下达到协调控制目标式(6). 则前向速度参考指令信号 u_c 通过下面的控制律来给定

$$\bar{u}_1 = -F_u(v) + \dot{u}_c - k_u(u - u_c). \quad (11)$$

其中, $k_u > 0$ 为控制器增益, 则航速跟踪误差动态特性为 $\dot{u}_e = -k_u u_e$, 其中 $u_e = u - u_c$.

2) 纵倾. 纵倾角误差为 $\theta_e = \theta - \theta_d$, 等式两边求导得

$$\dot{\theta}_e = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d = q - l_z \dot{z}_e = q - l_z(-u \sin \theta + w \cos \theta). \quad (12)$$

式中: $l_z = \frac{D}{(z_e^2 + D^2)}$, 令 q 为虚拟控制输入, 为 q 选择期望轨迹:

$$q_d = l_z(-u \sin \theta + w \cos \theta) - k_\theta \theta_e. \quad (13)$$

其中, $k_\theta > 0$, 令 $q = q_d + q_e$, 将式(13)代入到式(12)中, 得

$$\dot{\theta}_e = -k_\theta \theta_e + q_e. \quad (14)$$

由式(8)得, 对 q_e 关于时间求导得

$$\dot{q}_e = \dot{q} - \dot{q}_d = F_q(v) + \bar{u}_5 - \dot{q}_d.$$

选择线性反馈控制律:

$$\bar{u}_5 = -F_q(v) + \dot{q}_d - k_q(q - q_d). \quad (15)$$

其中, $k_q > 0$, 且满足下式

$$\dot{q}_e = -k_q q_e. \quad (16)$$

式(14)和式(16)组成的系统为全局指数稳定的. 注意

$$q_d = \dot{\theta}_d - k_\theta \theta_e.$$

因此, $|q| \leq |q_d| + |q - q_d| \leq |\dot{\theta}_d| + k_\theta |\theta_e| + |q_e|$. 从式(1)中可计算 $\dot{\theta}_d$, 得其估计的范围为 $|\dot{\theta}_d| \leq D \frac{|z_e|}{(z_e^2 + D^2)} \leq \frac{|z_e|}{D}$, 将其代入得 $|q|$ 的估计范围, 最后将 $|q|$ 的估计范围代入到式(9)中, 得

$$|w| \leq bu_{\max} \left(\frac{|z_e|}{D} + k_\theta |\theta_e| + |q_e| \right). \quad (17)$$

3) 艏向. 同纵倾类似, 艏向上的控制律为

$$\bar{u}_6 = -F_r(v) + \dot{r}_d - k_r(r - r_d). \quad (18)$$

同理得 $|v|$ 的估值为

$$|v| \leq au_{\max} \left(\frac{|y_e|}{D} + k_\phi |\phi_e| + |r_e| \right).$$

2.2 协调编队控制器

关于 x 的动态方程如下式:

$$\dot{x} = u - u(1 - \cos \phi \cos \theta) - v \sin \phi + w \cos \phi \sin \theta = u_c + u_e - u \frac{(1 - \cos \phi)}{\phi} \phi -$$

$$u \cos \phi \frac{(1 - \cos \theta)}{\theta} \theta - v \frac{\sin \phi}{\phi} \phi + w \cos \phi \frac{\sin \theta}{\theta} \theta. \quad (19)$$

式(19)整理得

$$\dot{x} = u_c + z(z_e, y_e, \theta, \phi, u, w, v) \bar{\varepsilon}. \quad (20)$$

其中, $\bar{\varepsilon} = [u_e, z_e, y_e, \theta_e, \phi_e]^T$. 因函数 $\sin \alpha / \alpha$ 和 $(1 - \cos \alpha) / \alpha$ 都是全局有界的, 又因某型UUV在横向和垂向上缺少驱动, 因此 $|v|$ 和 $|w|$ 的值均小于 u_{\max} , 即假设1中式(10), 所以 $z(\cdot)$ 是全局有界的, 且如果向量 $\bar{\varepsilon}$ 中的元素在上述路径跟踪控制器下均可收敛于零, 因此沿 x 轴方向上的速度 $u(t)$ 能渐近跟踪速度参考指令 $u_c(t)$.

为了协调控制算法易于实现, 作如下假设, 假设存在 $h > 0$, 使得期望速度 $u_d(t)$ 满足:

$$u_d(t) \in [u_{\min} + h, u_{\max} - h], \quad \forall t \geq t_0. \quad (21)$$

取 u_{c_j} 的协调控制律:

$$u_{c_j} = u_d(t) - f\left(\sum_{i=1}^n (x_j - x_i - d_{ji})\right), j = 1, \dots, n. \quad (22)$$

其中, $d_{ji} = x_{d_j} - x_{d_i}$, 函数 $f(x)$ 为连续可微递增函数, 其有界微分满足 $f'(0) > 0, f(0) = 0$, 且 $f(x) \in (-h, h)$, h 同式(21)中的 h , 注意: 函数 f 保证了 $u_{c_j}(t) \in (u_{\min}, u_{\max}), \forall t \geq t_0, j = 1, \dots, n$, 例如, 函数 f 可取为 $f(x) = \frac{2h}{\pi \tan^{-1}(x)}$.

2.3 稳定性证明

定理1 考虑文献[8]中的UUV运动学模型和动力学模型, 假设 $u_d(t)$ 为连续可微的, 且满足式(21)的假设条件, 且UUV间的通信拓扑图 G 中至少存在一个全局可达点. 多UUV系统采用分散控制结构, 在式(11)、式(15)和式(18)所示的路径跟踪控制器作用下, 其期望速度的协调控制律由式(22)给出. 则UUV在给定的任意初始位置出发, UUV的轨迹都能指数收敛于期望路径并形成期望的编队模式, 实现控制目标式(4) - 式(6).

证明: 将此证明分两步来进行, 第一步来证明单个UUV的路径跟踪控制, 第二步来证明多UUV间的协调编队控制.

第一步: 为了证明路径跟踪控制器的有效性, 首先分析一下 z_e 的动态性, 对 z_e 求导, 得 $\dot{z}_e = -u \sin \theta + w \cos \theta$, 变换为

$$\dot{z}_e = -u \sin \theta_d + w \cos \theta_d + \delta(\theta, \theta_d, u, w) \theta_e. \quad (23)$$

其中,

$$\delta(\theta, \theta_d, u, w) = \frac{(u(\sin \theta_d - \sin \theta) + w(\cos \theta - \cos \theta_d))}{\theta_e}$$

得

$$|\delta(\theta, \theta_d, u, w)| \leq |u| + |w| \leq 2u_{\max}. \quad (24)$$

将式(1)代入到式(23)中,整理后得

$$\dot{z}_e = -u \frac{z_e}{\sqrt{z_e^2 + D^2}} + w \frac{D}{\sqrt{z_e^2 + D^2}} + \delta\theta_e. \quad (25)$$

考虑正定二次型李亚普诺夫函数为 $V = \frac{1}{2} |z_e|^2$, 沿系统式(25)轨线的导数整理后将式(17)代入得

$$V \leq -\beta^+ \frac{u_{\min} 2V}{\sqrt{2V + D^2}} + \beta^- \sqrt{2V} (\alpha_q |q_e| + \alpha_\theta |\theta_e|). \quad (26)$$

式中:

$$\beta^+ = \left(1 + \frac{bu_{\max}}{D}\right)^{-1}, \beta^- = \left(1 - \frac{bu_{\max}}{D}\right)^{-1},$$

$$\alpha_q = bu_{\max}, \alpha_\theta = (bk_\theta + 2)u_{\max}.$$

考虑系统

$$V = -\beta^+ \frac{u_{\min} 2V}{\sqrt{2V + D^2}} + \beta^- \sqrt{2V} (\alpha_q |q_e| + \alpha_\theta |\theta_e|). \quad (27)$$

可被视为通过标称系统

$$\dot{V} = -\frac{2\beta^+ u_{\min}}{\sqrt{2V + D^2}} V. \quad (28)$$

和扰动项 $g = \beta^- \sqrt{2V} (\alpha_q |q_e| + \alpha_\theta |\theta_e|)$ 组成的受扰系统,显然系统式(28)在 $V(t_0) \in [0, R]$, $R \geq 0$ 内为指数稳定的,其中连接项的估计值为 $|g| \leq (1 + 2V)\beta^- (\alpha_q |q_e| + \alpha_\theta |\theta_e|)$,因此系统式(27)、式(14)和式(16)在任意球域内是指数稳定的.由文献[9]中引理3.1可知,系统式(25)、式(14)和式(16)在任意球域内也是指数稳定的,即跟踪误差 $z_e(t)$ 和方向角 $\theta(t)$ 均可指数收敛到零.同理可证跟踪误差 $y_e(t)$ 和方向角 $\phi(t)$ 也均可指数收敛到零.实现了位置和姿态角的完全跟踪.

第二步:证明在控制器式(22)作用下多UUV可以实现控制目标式(5)和式(6),注:因为该部分的研究对象为多UUV,所以使用下标 j 来表示第 j 个UUV.

把式(22)代入式(20)中得

$$\dot{x}_j = u_d(t) - f\left(\sum_{i=1}^n (x_j - x_i - d_{ji})\right) + z_j \tilde{\varepsilon}_j \quad (29)$$

令 $\bar{x}_j = x_j - x_{d_j}, j = 1, \dots, n, x_{d_j} - x_{d_i} = d_{ji}$, 则式(29)可写为

$$\dot{\bar{x}}_j = -f\left(\sum_{i=1}^n (\bar{x}_j - \bar{x}_i)\right) + z_j \tilde{\varepsilon}_j. \quad (30)$$

为了简化系统,可以将其化为向量的形式, $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n]^T, f(\bar{\mathbf{x}}) = [g(\bar{x}_1), \dots, g(\bar{x}_n)]^T$. 则式(30)化为向量形式为

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = -\mathbf{f}(\mathbf{L}\bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{Z}\boldsymbol{\omega}. \quad (31)$$

式中: $\boldsymbol{\omega} = [\tilde{\varepsilon}_1^T, \dots, \tilde{\varepsilon}_n^T]^T, \mathbf{Z}$ 为块对角阵, 对角线上的值为 $z_j, j = 1, \dots, n$. 由于 z_j 为有界函数, 所以 \mathbf{Z} 是有界的. 矩阵 \mathbf{L} 为相应通信拓扑图 G 的Laplacian阵, 即 $\mathbf{L} = \{l_{ji}\} \in R^{n \times n}$, 其中的元素满足

$$l_{ji} = \begin{cases} \delta_j, & j = i; \\ -1, & j \neq i, \text{且} (j, i) \in E; \\ 0, & \text{其他情况.} \end{cases} \quad j, i = 1, \dots, n;$$

其中, δ_j 为顶点 j 的出度. 从上式 l_{ji} 的表达式可知, $\mathbf{L}\mathbf{v}_1 = \mathbf{0}$, 其中 $\mathbf{v}_1 = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^n$, 也就是说Laplacian矩阵有一个或多个零特征值, 其中零特征值对应的特征向量为 \mathbf{v}_1 , 由图论知识可知, Laplacian阵 \mathbf{L} 有一个零特征值当且仅当通信拓扑图 G 中含有一个全局可达点.

对于系统式(31), 控制目标式(5)变换后得

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x_j(t) - x_i(t) - d_{ji} = 0, j, i = 1, \dots, n.$$

又因为 $\bar{x}_j = x_j - x_{d_j}, j = 1, 2, \dots, n$, 所以

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{\mathbf{x}} = d\mathbf{v}_1. \quad (32)$$

其中, $d > 0 \in R$ 为某一常数, 即控制目标式(5)转化为其等价形式(32). 如果实现了式(32)也即实现了控制目标式(5). 下面将证明控制目标式(32)可以实现.

证明 从矩阵 \mathbf{L} 的表达式中, 其所有特征值都位于复平面的右半闭合平面内, 因为 \mathbf{L} 为对称的, 除了一个零特征值外其它所有的特征值都是实数, 因此其它特征值均为正数. 又因为 \mathbf{L} 是对称阵, 存在一个正交阵 \mathbf{U} , 也就是 $\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U}^T$ 满足 $\mathbf{L} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{U}^T$, 其中

$$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{n-1} \end{bmatrix}.$$

式中: \mathbf{I}_{n-1} 为 $(n-1)$ 维单位矩阵, \mathbf{U} 相应为 $\mathbf{U} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n], \mathbf{v}_1$ 为零特征值对应的特征向量, $[\mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n]$ 为其它特征值 $\lambda_j, j = 2, \dots, n$ 对应的特征向量, 即 $|\mathbf{v}_j|^2 = \frac{1}{\lambda_j}$, 将 $\mathbf{L} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{U}^T$ 代入到式

(31)中, 经协调变换 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{U}^T \bar{\mathbf{x}}$ 后得

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = -\mathbf{U}^T \mathbf{f}(\mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{U}^T \mathbf{Z}\boldsymbol{\omega}. \quad (33)$$

式中, $\Theta = [v_2, v_3, \dots, v_n]$, 也即 $U^T = [v_1, \Theta]^T$, \hat{x} 中的第一个元素用 ζ 来表示, 剩余的元素组成的 $(n-1)$ 维向量用 ξ 来表示, 也就是 $\hat{x} = [\zeta, \xi^T]^T$, 由 Λ 的结构有 $U\Lambda\hat{x} = \Theta\xi$. 用上述新的符号来表示式(33)得

$$\dot{\zeta} = -v_1^T f(\Theta\xi) + v_1^T Z\omega. \quad (34)$$

$$\dot{\xi} = -\Xi^T f(\Theta\xi) + \Xi^T Z\omega. \quad (35)$$

从上述方程可以看到动态方程 ξ 可从 ζ 中解耦出来, 而动态方程 ξ 可被视为标称动态方程

$$\dot{\xi} = -\Theta^T f(\Theta\xi). \quad (36)$$

与 $\Theta^T Z\omega$ 项的耦合, 其中 $\Theta^T Z\omega$ 为每个 UUV 路径跟踪动态系统中变量 $y_{ej}, v_j, z_{ej}, w_j, \theta_j, q_j, \phi_j, r_j, u_{ej}$ 的组合. 又因为上文中已经证明了单个 UUV 路径跟踪动态系统在任意球域内是指数稳定的, 下面将证明系统式(33)与路径跟踪系统组成的级联系统在任意球域内是指数稳定的. 考虑 Lyapunov 函数 $V(\xi) = (1/2) \|\xi\|^2$, 沿系统式(36)轨线的导数为

$$\dot{V} = -\xi^T \Theta^T f(\Theta\xi). \quad (37)$$

定义 $Y = \Theta\xi$, 则式(37)变为

$$\dot{V} = -Y^T f(Y).$$

将其离散化得

$$\dot{V} = -\sum_{i=1}^n Y_i f(Y_i).$$

由上文中函数 f 的条件可知对于 $x \in R$ 且 $x \neq 0$ 时, 有 $xf(x) > 0, \dot{V} = 0$ 当且仅当 $Y = 0$. 同时, 因为 $\text{rank}(\Theta) = n-1, Y = \Theta\xi = 0$ 当且仅当 $\xi = 0$. 因此, \dot{V} 为 ξ 的负定函数, 也就意味着系统式(36)是全局渐近稳定的, 又因为系统式(36)为自治的(自治系统性与初始时间无关, 所以它的稳定性质都是一致的), 因此系统式(36)为全局一致渐近稳定的.

下面再证明系统式(36)为局部指数稳定的, 系统式(36)在原点线性化后的雅克比矩阵 T 等于

$$T = -\Theta^T \frac{\partial f}{\partial x}(0) \Theta.$$

因为 $\frac{\partial f}{\partial x}(0) = f'(0)I_n$, 又因为 Θ 由正交向量

$v_i (|v_i|^2 = \frac{1}{\lambda_i}, \text{其中 } \lambda_i > 0, i = 2, \dots, n)$ 组成.

因此得 $T = -f'(0) \text{diag}(\frac{1}{\lambda_2}, \dots, \frac{1}{\lambda_n})$, 又因为 $f(x)$ 的定义中 $f'(0) > 0$, 所以 T 为 Hurwitz 的. 因此线性系统式(36)为全局指数稳定的, 也即系统动态系统式(36)所表示的动态系统为局部指数稳定的, 又引理 1^[10]得标称系统式(36)在任意球

域内是指数稳定的, 并由文献[9]中引理 8.1 得受扰系统式(35)在任意球域内也是指数稳定的.

由引理 2^[10]得系统式(35)与所有 UUV 的路径跟踪系统组成的级联系统在任意球域内是指数稳定的, 也就是式(34)右侧指数趋于零, 对式(34)求积分得 $\zeta(t) \rightarrow \eta$, 其中 $\eta \in R$ 的某一常值.

$\bar{x} = U\hat{x} = v_1\zeta + \Theta\xi$, 因为 $\xi(t) \rightarrow 0$, 且 $\zeta(t) \rightarrow \eta$, 所以有 $\bar{x}(t) \rightarrow \eta v_1$, 得证.

也即实现了控制目标式(32), 因此也实现了控制目标式(5). 也就是协调编队控制器式(22)能使系统在任意球域内指数稳定. 因此所有的 UUV 在上述协调控制算法作用下, 能够在实现路径跟踪的同时, 保持编队队形, 从而定理 1 得证. 证毕.

3 仿真实验

给定的直线参考路径为平行于运动坐标系中的 x 轴, 选

$$(D_{x1}, D_{y1}, D_{z1}) = (0, 10, 10),$$

$$(D_{x2}, D_{y2}, D_{z2}) = (0, -10, 10),$$

$$(D_{x3}, D_{y3}, D_{z3}) = (0, 0, 10).$$

期望的编队速度为 $u_d = 2 \text{ m/s}$, 初始位置 $p_1 = (0, 20, 10), p_2 = (0, 30, -5), p_3 = (0, -35, 5)$ 初始的前向速度为 $u_j(0) = 0 \text{ m/s}, j = 1, 2, 3$, 初始的横荡和垂荡速度为 $v_j(0) = w_j(0) = 0, j = 1, 2, 3$, 初始姿态角为 $\theta_j(0) = \phi_j(0) = 0, j = 1, 2, 3$. 由定理 1 可知通信拓扑图中至少存在一个全局可达点, UUV 间的通信拓扑如图 3 所示, 存在一个全局可达点. 控制器增益 $k_u = 10, k_\theta = 3, k_q = 50, k_\phi = 3.5, k_r = 50$, 函数 $g(x)$ 取为 $g(x) = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(x) \in [-1, 1]$.

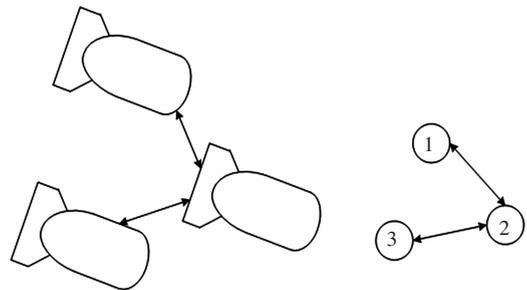


图 3 通讯拓扑

如图 4 所示, 为 UUV 在三维空间内以三角形编队的示意图, 可以看出无论 UUV 的初始位置在何处, 控制器都可以使其很快的跟踪给定的参考路径. 可以看到单个 UUV 在跟踪参考路径的同时, 形成了三角形的队形, 并协调保持了编队队

形. UUV 在跟踪各自参考路径时, 沿路径切向和方向位置跟踪误差范数随时间变化的曲线, 如图 5 所示. 在控制器作用下, 上述路径跟踪误差范数均渐近趋于零. UUV 路径跟踪时速度随时间变化的曲线, 如图 6 所示, 在协调控制器作用下, 趋于期望的前向速度 $u_d = 2 \text{ m/s}$. 图 7 为 UUV 在完成协调路径跟踪任务时推进器推力的响应曲线, 可见跟速度的变化曲线存在一致性.

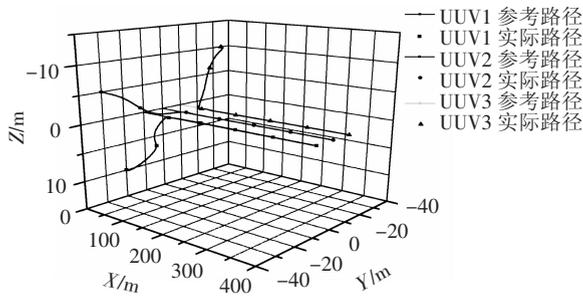


图 4 空间协调路径跟踪

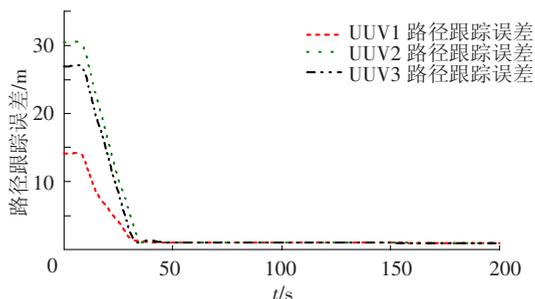


图 5 跟踪路径误差

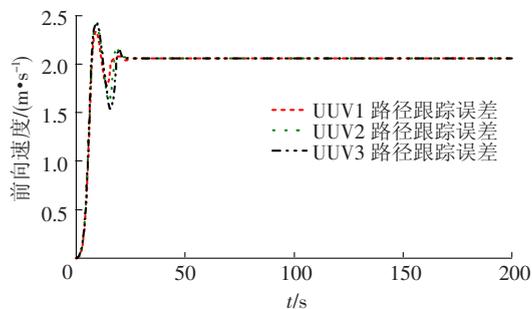


图 6 前向速度

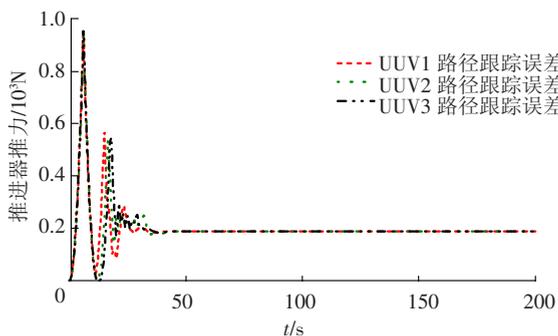


图 7 推进器响应曲线

队协调控制. 在单个 UUV 的路径跟踪控制中引入视线导航 (line of sight guidance) 算法设计路径跟踪控制器, 使得跟踪误差渐近收敛到零; 在期望的路径上运动的同时, 为了渐近实现编队模式, 各个 UUV 间必须通过通信来共享某些有用的状态信息, 为了减少通信数据量, 通过引入代数图理论, 得到复杂通信拓扑结构的数学表达, 设计协调控制器, 来改变自身的运动速度, 最终达到期望的速度, 实现多 UUV 间的协调.

参考文献

- [1] XIANG Xian Bo, LIONEL L, BRUNO J, *et al.* Coordinated path following control of multiple nonholonomic vehicles [C]//Proceedings of OCEANS 2009, 2009: 1-7.
- [2] XIANG Xianbo, BRUNO J, OLIVIER P. Coordinated formation control of multiple autonomous underwater vehicles for pipeline inspection [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2010, 7(1): 75-84.
- [3] 陈杨杨, 田玉平. 多智能体沿多条给定路径编队运动的有向协同控制 [J]. 自动化学报. 2009, 35(12): 1541-1549.
- [4] CHEN Yangyang, TIAN Yuping. Coordinated path tracking control for multiple aircrafts in three-dimensional space [C]//Proceedings of the 29th Chinese Control Conference. Beijing, China: [s. n.], 2010: 4524-4529.
- [5] FOSSEN T, BREIVIK M, SKJETNE R. Line-of-sight path following of underactuated marine craft [C]//Proc 6th IFAC MCMC, Girona, Spain: [s. n.], 2003: 244-249.
- [6] BREIVIK M, FOSSEN T. Path following of straight lines and circles for marine surface vessels [C]//Proc 6th IFAC CAMS, Ancona, Italy: [s. n.], 2004: 65-70.
- [7] FOSSEN T I. Marine Control Systems [M]. Trondheim, Norway: Marine Cybernetics, 2002.
- [8] PANTELEY E, E. Lefeer, A. LORIA, *et al.* Exponential tracking control of a mobile car using a cascaded approach [C]//Proceedings of the IFAC Workshop on Motion Control, Grenoble, France: [s. n.], 1998: 221-226.
- [9] 李殿璞. 非线性控制系统 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2009: 89, 144-149.
- [10] LORIA A, FOSSEN T I, TEEL A. UGAS and ULES of non-autonomous system; applications to integral control of ships and manipulators [C]//Proceedings of the 5th European Control Conference. Karlsruhe, Germany: [s. n.], 1999: 551-557.

(编辑 苗秀芝)

4 结 论

本文介绍了直线参考路径下的多UUV的编