聚碳酸酯板材中、低温本构模型的建立

侯珍秀,李玉梅,张 楠,于婷婷,王仲仁

(哈尔滨工业大学 机电工程学院, 150001 哈尔滨)

摘 要:通过拉伸实验及参数辨识建立了聚碳酸酯中低温 DSCZ 本构方程(-50 ℃~60 ℃),研究了聚碳酸酯板材在不同温度(-50、-20、0、20、60 ℃)及应变率(0.000 6、0.006、0.06、0.12 s⁻¹)下的力学性能.研究结果表明:普通 DSCZ 模型 无法确切描述聚碳酸酯应变软化行为.在此基础上,引入了修正的 DSGZ 模型,结果表明:修正 DSGZ 模型可更加有效地 描述聚碳酸酯板材中、低温的力学行为.

关键词:聚碳酸酯板材;中温;低温;本构方程;拉伸试验

中图分类号: TB301 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2013)11-0038-07

The establishment of the constitutive equation of polycarbonate at low and medium temperature

HOU Zhenxiu, LI Yumei, ZHANG Nan, YU Tingting, WANG Zhongren

(School of Mechanical Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

Abstract: This paper studied the deformation behavior of Polycarbonate (PC) sheet at temperature of -50, -20, 0, 20, 60 °C and strain rate of 0.0006, 0.006, 0.06, 0.12 s⁻¹, respectively. Based on tensile tests and parameter identification, a modified DSGZ constitution model was developed to describe PC mechanical properties at the temperature from -50 °C to 60 °C, and the results show that the model can give much better description of PC mechanical deformation at low and medium temperature.

Key words: polycarbonate sheet; low and medium temperature; constitutive model; tensile tes

聚碳酸酯(Polycarbonate, PC)具有优良的机械 强度、延伸性、尺寸稳定性和 90%左右的透明率(玻 璃的透光率为 90%)等优点^[1],因此,其制品已广泛 应用于汽车、电子电器、建筑材料、机械零件等^[2],并 逐渐拓展到航空航天领域,例如战斗机座舱罩^[3].

大尺寸,复杂型面 PC 制品在复杂条件下的力 学特性直接影响其使用性能.数值仿真可有效降低 试验成本.PC 作为一种典型的无定形热塑性工程 塑料,表现出复杂黏弹性行为^[4].近 30 年来,各种 无定形高分子材料的本构模型受到了广泛的研究, 提出了描述材料内禀特性及宏观行为的三维大变 形本构模型.然而,此类方程结构复杂、参数辨识及 模型开发较为困难,且现有有限元软件尚未发现类

- 基金项目:国家自然科学基金资助项目(50675044);黑龙江省自 然科学基金资助项目(ZD200811).
- 作者简介:侯珍秀(1958—),女,教授,博士生导师; 王仲仁(1934—),男,教授,博士生导师.
- エヨコー(1954—), 方, 叙位, 時工生守り 通信作者: 侯珍秀, houzx5629@ hit.edu.cn.

似模型^[5-10].本文首先通过单轴拉伸试验研究了 PC 试样中低温(-50 ℃~60 ℃)力学行为,并建立 了描述其力学性能的 DSGZ 本构模型.在此基础上, 对 DSGZ 模型进行修正.试验证明修正的 DSGZ 模 型能更好地描述 PC 样品的力学性能.

1 实 验

1.1 实验设计

1.1.1 试件的形状及尺寸标准

根据塑料拉伸性能试验方法(GB/T1040-92),拉伸试件的形状如图1所示,各部分尺寸如表1所示.



图1 试件形状

收稿日期: 2012-12-26.

• 39 •

表1 试件尺寸										
符号	名称	尺寸	公差	符号	名称	尺寸	公差			
L	总长(最小)	118	-	w	端部宽度	10	± 0. 2			
H	夹具间距离	58	± 5.0	d	厚度	4	-			
С	平行部分长度	30	± 0.5	b	平行部分宽度	5	± 0. 2			
G_0	标距	25	± 0.5	R	半径(最小)	30	-			

1.1.2 试件的制备

实验原材料:黑龙江美城集团生产,厚度为4 mm的聚碳酸酯板材.试样制备及外观要求,按照 GB/T1039-92 规定进行制备.

1.1.3 实验方案

由于保温时间为 25 min 时,聚碳酸酯拉伸实 验结果最理想^[11],因此,本实验保温时间设定为 25 min,拉伸速度分别为 1.8、18、180、360 mm/min 4 个水平(对应的应变率分别为 0.000 6、0.006、 0.06、0.12 s⁻¹),温度设定了 - 50(223)、 -20(253)、0(273)、20(293)、60 C(333 K) 5 个水平,在拉伸速度和温度的不同组合情况下 进行拉伸实验.

1.2 实验结果

1.2.1 不同应变率时的实验结果及其应力-应 变曲线

图 2 是温度为 20 ℃,应变率分别为 0.000 6、 0.006、0.06、0.12 s⁻¹时聚碳酸酯拉伸后试件的实 物图.从图 2 中可知,PC 板材对应变率较为敏感, 不同应变率时,其力学性能有所不同.



图 2 相同温度不同应变率下聚碳酸酯拉伸后试件实物图

图 3 是与图 2 相对应的 PC 板材拉伸实验的 工程应力-应变曲线和真实应力-应变曲线图.

1.2.2 不同温度时的实验结果及其应力-应变 曲线

聚碳酸酯是一种典型的温度敏感性高聚物, 不同温度下,其力学性能有明显的差异.图 4 是应 变率为 0.06 s⁻¹不同温度(-50、-20、0、20、60 ℃) 时 PC 板材拉伸后试件的实物图.

图 5 是与图 4 相对应的工程应力-应变曲线 和真实应力-应变曲线图.



(b) 真实应力-应变曲线

图 3 温度为 20 ℃不同应变率时的应力-应变曲线





图 4 相同温度不同应变率下聚碳酸酯拉伸后试件实物图

图 5 应变率为 0.06 s⁻¹不同温度时的应力-应变曲线

2 聚碳酸酯中、低温本构方程的建立

2.1 聚碳酸酯本构方程的选择

不论是金属材料还是高分子材料本构方程通 常可以分为:唯象型本构方程和统计型本构方程 两大类.唯象型本构方程直接描述应力与应变、应 变率及温度等之间的关系,是从宏观方面来研究 材料的应力响应规律.该类本构方程结构形式易 于应用到有限元数值模拟当中.统计型本构方程 是研究位错密度、晶粒微观尺寸等微观结构对应 力响应的影响,将宏观应力与微观分子结构参数 联系起来.但是在工程应用中,它的通用性比不上 唯象型本构方程.

基于上述原因本文选择美国塔夫茨大学的 Y.P. Duan^[12]提出的能够较好地描述玻璃态聚合 物的力学性能的唯象型本构方程 DSGZ 模型^[13], 来建立聚碳酸酯的本构方程.

DSGZ 模型的数学模型如下:

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = K \{ f(\varepsilon) + \left[\frac{\varepsilon e^{1 - \frac{\varepsilon}{C_3 h(\dot{\varepsilon}, T)}}}{C_3 h(\dot{\varepsilon}, T)} - f(\varepsilon) \right] \cdot \frac{(\ln(\varepsilon, T)) - C_4(\varepsilon)}{C_3 h(\dot{\varepsilon}, T)}$$

$$e^{(\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon)} \neq \{n(\varepsilon, I)\},$$
 (1)

$$f(\varepsilon) = (e^{-C_1 \varepsilon} + \varepsilon^{C_2})(1 - e^{-\alpha \varepsilon}) , \qquad (2)$$

$$h(\dot{\varepsilon},T) = \dot{\varepsilon}^m \mathrm{e}^{\overline{T}}.$$
 (3)

式中: $g(\dot{\varepsilon},T)$ 为 $h(\dot{\varepsilon},T)$ 的量纲一的形式; $K \ C_1$ 、 $C_2 \ C_3 \ C_4 \ \alpha \ m \ n \ a \ b) 模型参数,可以通过实验$ 数据确定.

2.2 DSGZ 模型参数的确定

2.2.1 参数 C₁ 和 C₂ 的确定

在大变形时,DSGZ 模型可以近似地简化为

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = K(e^{-C_1 \varepsilon} + \varepsilon^{C_2})h(\dot{\varepsilon}, T) . \quad (4)$$

在材料的应力-应变曲线上大应变区域取 3 个数据点 $(\varepsilon_1, \sigma_1)$ 、 $(\varepsilon_2, \sigma_2)$ 、 $(\varepsilon_3, \sigma_3)$,将 $(\sigma_1, \varepsilon_1, \varepsilon, T)$ 、 $(\sigma_2, \varepsilon_2, \varepsilon, T)$ 和 $(\sigma_3, \varepsilon_3, \varepsilon, T)$ 分别代入 式(4)有

$$\sigma_1 = K(e^{-C_1 \varepsilon_1} + \varepsilon_1^{C_2})h(\dot{\varepsilon}, T), \qquad (5)$$

$$\sigma_2 = K(e^{-C_1 \varepsilon_2} + \varepsilon_2^{C_2})h(\dot{\varepsilon}, T), \qquad (6)$$

$$\sigma_3 = K(e^{-C_1 \varepsilon_3} + \varepsilon_3^{C_2})h(\dot{\varepsilon}, T).$$
(7)

合并式(5)~式(7)得到

$$\begin{cases} \sigma_{2} e^{-\varepsilon_{1} C_{1}} - \sigma_{1} e^{-\varepsilon_{2} C_{1}} + \sigma_{2} \varepsilon_{1}^{C_{2}} - \sigma_{1} \varepsilon_{2}^{C_{2}} = 0, \\ \sigma_{3} e^{-\varepsilon_{1} C_{1}} - \sigma_{1} e^{-\varepsilon_{3} C_{1}} + \sigma_{3} \varepsilon_{1}^{C_{2}} - \sigma_{1} \varepsilon_{3}^{C_{2}} = 0. \end{cases}$$
(8)

用 Matlab 对式(8) 求解即可得出参数 C_1 和 C_2 的 值.

2.2.2 参数 m 的确定

分别取(ε_1 ,*T*)、(ε_2 ,*T*)这2条曲线上的相同 大应变处的数据点(ε , σ_1)和(ε , σ_2),然后将

$$(\sigma_1, \varepsilon, \varepsilon_1, T)$$
 和 $(\sigma_2, \varepsilon, \varepsilon_2, T)$ 分别代人式(4) 得

$$\sigma_1 = K(e^{-c_1\varepsilon} + \varepsilon^{c_2}) \varepsilon_1^m e^{\frac{u}{T}}, \qquad (9)$$

$$\sigma_2 = K(e^{-C_1\varepsilon} + \varepsilon^{C_2}) \varepsilon_2^{m} e^{\frac{a}{T}}.$$
 (10)

将式(9)和式(10)相除得

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^m.$$
 (11)

整理式(11)可得

$$m = \frac{\lg\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)}{\lg\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)}.$$
 (12)

由式(12)即可求得参数 m.

2.2.3 参数 a 的确定

分别取($\dot{\varepsilon}$, T_1) 和($\dot{\varepsilon}$, T_2) 这 2 条曲线上的相 同大应变处取(ε , σ_1) 和(ε , σ_2), 然后将(σ_1 , ε , $\dot{\varepsilon}$, T_1) 和(σ_1 , ε , $\dot{\varepsilon}$, T_2) 分别代入式(4), 整理后得

$$\sigma_1 = K(e^{-c_1\varepsilon} + \varepsilon^{c_2})\dot{\varepsilon}^m e^{\frac{\alpha}{T_1}}, \qquad (13)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_2 = K(e^{-C_1 \varepsilon} + \varepsilon^{C_2}) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^m e^{\frac{a}{T_2}}.$$
 (14)

将式(13)和式(14)相除得

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{a\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}.$$
 (15)

整理式(15)有

$$a = \frac{\ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}.$$
 (16)

根据式(16)就能求得参数 a.

2.2.4 参数 K 的确定 变化式(4)有

$$K = \frac{\sigma}{\left(e^{-c_{1}\varepsilon} + \varepsilon^{c_{2}}\right)\dot{\varepsilon}^{m}e^{\frac{a}{T}}}.$$
 (17)

在(ε_1 , T_1)曲线的大应变区域取数据点(ε_1 , σ_1), 将(σ_1 , ε_1 , ε_1 , T_1)代入式(17),即可求得参数*K*. 2.2.5 参数 C_3 的确定

在小应变时, DSGZ 模型可以近似地简化为

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = K \frac{\varepsilon e^{\left(1 - \frac{\varepsilon}{C_3 h(\dot{\varepsilon}, T)}\right)}}{C_3}$$

根据极大值原理可得

$$\varepsilon_{\text{yield}} = C_3 h(\dot{\varepsilon}, T) = C_3 \dot{\varepsilon}^m e^{\frac{\pi}{T}}.$$
 (18)
式中, $\varepsilon_{\text{yield}}$ 为屈服应变.

变化式(18)有

$$C_3 = \frac{\varepsilon_{\text{yield}}}{\dot{\varepsilon}^m \mathrm{e}^{\frac{a}{T}}}.$$
 (19)

根据式(19) 就能确定参数 C3.

 2.2.6 参数 α 和 C₄ 的确定 根据经验和实验数据有

$$1 - e^{-\alpha \varepsilon_{end}} = 0.97.$$
 (20)

式中, ε_{end} 为应变软化末端点的应变.

$$C_4 = 7 + \ln(\dot{\varepsilon}^m \mathrm{e}^{\frac{u}{T}}). \tag{21}$$

首先由式(20)和式(21)确定参数 α 和 C_4 ,这 样所求得的 α 和 C_4 只是经验值,需要用 DSGZ 模 型对实验应力应变曲线进行拟合,在拟合的过程 中再对参数 α 和 C_4 进行修正.

2.2.7 DSGZ 模型的参数解

根据聚碳酸酯拉伸实验所得数据,按照上述 所述方法求得 DSGZ 模型的各参数,如表 2 所示.



C_1	C_2	m	a/K	$\mathit{K}/(\operatorname{MPa} \boldsymbol{\cdot} \operatorname{s}^m)$	<i>C</i> ₃	C_4	α
0.5	4	0.017	415	28	0.03	8.5	36.1

将表 2 所示参数值代入式(1)中得到聚碳酸 酯的 DSGZ 模型为

$$\sigma = 19 \left\{ \left(e^{0.5\varepsilon} + \varepsilon^4 \right) \left(1 - e^{-36\varepsilon} \right) + \left[\frac{\varepsilon^{1 - \frac{\varepsilon}{0.05\varepsilon^{0.017} e^{\frac{415}{T}}}}{0.03\varepsilon^{0.017} e^{\frac{415}{T}}} - \left(e^{0.5\varepsilon} + \varepsilon^4 \right) \left(1 - e^{-36\varepsilon} \right) \right] \cdot e^{\left(\ln(\varepsilon^{0.017} e^{\frac{415}{T}}) - 8.5\right)\varepsilon} \right\} \dot{\varepsilon}^{0.017} e^{\frac{415}{T}}.$$

将由实验所得的应力-应变曲线和 DSGZ 模型预测的应力-应变曲线进行比较,如图 6 所示.



图 6 温度为 293 K 时 DSGZ 模型模拟曲线和试验曲线的比较

由图 6 可以看出,在弹性阶段,模型曲线和实验曲线十分吻合,但是屈服过后,实验曲线的应变软化现象要比模型曲线要明显的多,而且模型曲线中紧接应变软化之后的应变硬化现象也不如实验曲线明显,因此需要对 DSGZ 模型进行一定的改进,以改善其与实验曲线的拟合程度.

2.3 DSGZ 模型的改进

分析 DSGZ 模型的数学模型可知其对应变软 化起主要作用的是因式 $se^{\left(1-\frac{s}{c_{s}h(s,T)}\right)}$,又考虑到应 变软化区域的曲线形状,因此在原来的因式

$$\varepsilon e^{\left(1-\frac{\varepsilon}{c_{3}h(\dot{\varepsilon},T)}\right)}$$
后乘上一个因式 $\left(1-\frac{n}{1+e^{\frac{-\varepsilon+sC_{3}h(\dot{\varepsilon},T)}{\delta}}}\right)$

以改良模型在应变软化区域与实验曲线的拟合程度,这样就得到了改进的 DSGZ 模型,在本文中且称之为 K-DSGZ 模型,其数学模型如下

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = K \left\{ f(\varepsilon) + \left[\frac{\varepsilon e^{1 - \frac{\varepsilon}{C_3 h(\dot{\varepsilon}, T)}}}{C_3 h(\dot{\varepsilon}, T)} \cdot \left(\frac{1 - \frac{n}{1 + e^{\frac{-\varepsilon + sC_3 h(\dot{\varepsilon}, T)}{\delta}}} \right) - f(\varepsilon) \right] \cdot e^{(\ln(g(\dot{\varepsilon}, T)) - C_4)\varepsilon} \right\} h(\dot{\varepsilon}, T).$$
(22)

因为添加的因式主要在应变软化区域及其附近区域起作用,所以对于参数 $C_1 \ C_2 \ m \ a \ K \ C_3 \ \alpha$ $\alpha 和 C_4$ 仍然按照原来的方法来确定,其中 $K \ C_3 \ \alpha$ 和 C_4 有必要在原来的基础上进行修正;新增的 3 个参数 $n \ s \ n \delta$ 则可通过曲线拟合来确定.

用 *K*-DSGZ 模型对实验应力 - 应变曲线进行 模拟后确定参数 *n*、*s* 和 δ,并对其他参数进行修 正,求得 *K*-DSGZ 模型的所有参数如表 3 所示.

表 3 K-DSGZ 模型参数

<i>C</i> ₁	C_2	m	a/K	$K/(MPa \cdot s^m)$	<i>C</i> ₃	C_4	α	n	\$	δ
0.5	4	0.017	415	28	0.03	8	6	0.4	0.72	0.001 5

将表 3 所示参数值代入式(22)中的聚碳酸 酯的 K-DSGZ 模型为



图 7 是 K-DSGZ 模型预测应力-应变曲线和 实验应力应变曲线的比较.在温度为 223 K 时(即 图 7(a)、(b)、(c)、(d)),两者拟合程度比较好. 在其他情况(253、273、293、333 K)时, K-DSGZ 模 型曲线和实验曲线也都吻合得很理想,如图8、9、





温度为 223 K 时 K-DSGZ 模型模拟曲线和试验曲线比较



温度为 253 K 时 K-DSGZ 模型模拟曲线和试验曲线比较 图 8



图 10 温度为 293 K 时 K-DSGZ 模型模拟曲线和试验曲线比较

3 结 论

 1)在常用的众多经典唯象型黏弹塑性本构 方程中(Maxwell、Kelvin、标准线性固体模型等)选择 DSGZ 模型来建立聚碳酸酯本构方程是正确的.

2) 在聚碳酸酯拉伸实验的基础上,对 DSGZ

模型进行改进,建立了聚碳酸酯本构方程 K-DSGZ模型.

3)将所建立 K-DSGZ 模型得到的预测应力-应变曲线和实验获得的应力-应变曲线进行比较 可知,在所有不同应变速率和不同温度组合条件 下两种曲线都十分地吻合.证明本文建立的聚碳 酸酯板材本构方程是正确的.





图 11 温度为 333 K 时 K-DSGZ 模型模拟曲线和试验曲线比较

参考文献

[1] 孙彦洁.国内外聚碳酸酯的生产状况比较分析[J].塑 料工业,2008,36(S1):41-43.

真实应变

 $(c) 0.06 s^{-1}$

0.4 0.5

0.1 0.2 0.3

0

- [2] 赵光辉,任敦泾,李建忠,等.聚碳酸酯的生产、应用及 市场前景[J].化工科技市场,2005,28(5):1-6.
- [3] 史国力,李复生,田红兵.聚碳酸酯在汽车和航空透明 材料领域应用的研究进展[J].材料报导,2006, 20(S1):404-407.
- [4] 王仁,陈晓红.高分子材料黏弹塑性本构关系研究进展[J].力学进展,1995,25(3):289-302.
- [5] XU X Y, XU X F. Mechanical properties and deformation behaviors of acrylonitrile—butadiene-styrene under izod impact test and uniaxial tension at various strain rates[J].Polymer Engineering and Science, 2011, 51(5):902-907.
- [6] ABENOJAR J, TORREGROSA-COQUE R, MARTÍNEZ M A, et al. Surface modifications of polymercarbonate (PC) and acrylonitrile butadiene styrene (ABS) copolymer by treatment with atmospheric plasma [J]. Surface & Coatings Technology, 2009, 203(16):2173-2180.

- [7] 彭建祥.Johnson-Cook 本构模型和 steinberg 本构模型 的比较研究[D]. 绵阳:中国工程物理研究院,2006.
- [8] BAI Ning, CHEN Xu, GAO Hong. Simulation of uniaxial tensile properties for lead-free solder with modified Anand model [J]. Materials and Design, 2009, 30(1): 122-128.
- [9] ABBASI S M, SHOKUHFAR A. Prediction of hot deformation behaviour of 10Cr-10Ni-5Mo-2Cu steel [J]. Materials letters, 2007, 61 (11/12) : 2523-2526.
- [10] 路纯红, 白鸿柏. 黏弹性材料本构模型的研究[J].高 分子材料科学与工程,2007,23(6):28-31.
- [11]董友强.聚碳酸酯板材高温力学性能拉伸实验及数 值模拟的研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2004.
- [12] DUAN YiPing, SAIGAL A, GREIF R, et al. Impact behavior and modeling of engineering polymers [J].
 Polymer Engineering and Science, 2003, 43(1): 112– 124.
- [13] MULYADI M, RIST M. A, EDWARDS L, et al. Parameter optimization in constitutive equations for hot forging[J].Journal of Materials Processing Technology, 2006,177(1/3):311-314.

(编辑 张 红)