

自校正控制的虚拟等价系统理论

张维存

(北京科技大学 自动化学院, 100083 北京)

摘要:用虚拟等价系统理论统一分析基于任意控制策略和任意参数估计算法的自校正控制系统的稳定性和收敛性.对于各种被控对象(确定、随机、最小相位、非最小相位),只要控制策略满足常规条件,即控制策略对参数估计得到的模型构成稳定闭环系统,则自校正控制系统当采用适当低阶模型,参数估计不收敛时也有可能稳定和收敛,参数估计的取代条件为有界、慢时变以及参数估计误差为相对无穷小量(相对于回归向量范数).

关键词:自校正控制;稳定性;收敛性;虚拟等价系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2014)05-0107-06

Virtual equivalent system theory for self-tuning control

ZHANG Weicun

(School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, 100083 Beijing, China)

Abstract: Based on virtual equivalent system (VES) theory, this paper presents the viewpoint that the structure information of plant to be controlled and the convergence of parameter estimates are both unnecessary for the stability and convergence of various types of self-tuning control (STC) systems. A general self-tuning control system comprised of arbitrary control strategy, arbitrary parameter estimation algorithm, and arbitrary plant (deterministic or stochastic, minimum or non-minimum phase), is stable and convergent if only the control strategy stabilizes the parameter-known model; the parameter estimates are bounded and slow time varying with relative infinitesimal estimation error.

Keywords: self-tuning control; stability; convergence; virtual equivalent system

自适应控制系统正常工作的前提条件是其稳定性和收敛性.然而分析一个自适应控制系统的稳定性和收敛性是相当困难的.众所周知, Astrom 和 Wittenmark 所提出的针对最小相位对象的最小方差自校正调节器^[1]的稳定性和收敛性在它发表近二十年后才得到证明^[2],在此之前,文献[3]将 Astrom 和 Wittenmark 的自校正调节器中的最小二乘辨识算法改为随机逼近算法,然后证明了其稳定性和收敛性;文献[4-5]则提出“修正的最小二乘算法”,也得到了相应的自校正调节器的收敛性.

若被控对象是非最小相位的,则相应的稳定性和收敛性分析比最小方差类型的自适应控制系统更加困难.针对确定性对象,文献[6-7]通过引入附加激励信号证明了极点配置自校正算法的稳定性、收敛性;不引入附加激励信号,而是通过估计模型的修正,使其满足可控性条件,也可以得到极点配置自校正算法的稳定性^[8]和收敛性^[8],文献[9-10]用“关键性技术引理”分析了极点配置算法的稳定性、收敛性;针对随机系统,为了加快参数估计和自适应控制的收敛速度,文献[11-12]采用了附加“衰减激励信号”的方法,文献[13-15]分析了自适应解耦控制系统的稳定性和收敛性,文献[16-17]分析了随机极点配置自校正算法的稳定性^[18]和收敛性,文献[18]基于李雅普诺夫函数分析了针对最小相位对象和某类非最小相位对象的广义最小方差自校正控制的稳定性和收敛

收稿日期: 2013-10-23.

基金项目: 国家重点基础研究发展规划资助项目(2012CB821200);
国家高技术研究发展计划资助项目(2011AA060408).

作者简介: 张维存(1962—),男,博士,副教授.

通信作者: 张维存, weicunzhang@ustb.edu.cn.

性.事实上,自适应控制方案可以由各种参数估计算法和各种控制策略任意组合,种类繁多,很难逐一分析各种自适应控制方案的稳定性和收敛性.

因此,人们一直期待着能找到一般性或统一的稳定性、收敛性分析方法^[19-22],然而令人遗憾的是,尽管有一些努力,如文献[23-24],人们期待的统一理论至今仍然没有出现.正如文献[20]所指出的,现有自适应控制系统的稳定性、收敛性和鲁棒性定理的成立条件都太强,实际应用的自适应控制系统很难满足这些条件,因而缺乏实际上的指导意义.从直观上来看,分析自校正控制系统的稳定性和收敛性之所以困难,根本原因在于控制器和被控对象的“错位”:控制器针对在线估计的模型进行设计,但却作用于实际对象;如果能找到某种补偿措施,消除这种控制器和被控对象之间的“错位”,情况可能会大有改观,虚拟等价系统理论正是在这样的情况下应运而生.

文献[25]在结构信息已知的前提下统一分析了各种自校正控制系统的稳定性和收敛性,本文将在上述工作基础上,进一步减少判据所要求的条件,比如对受控对象阶次信息的直接依赖.

2 确定性自校正控制系统

考虑单输入单输出确定性被控对象 P , 包括以下各种情形:最小相位或者非最小相位、可以有干扰或非线性因素,相应的自校正控制系统如图 1 所示,其中 $C(k)$ 可以用任何适当的控制策略进行设计.

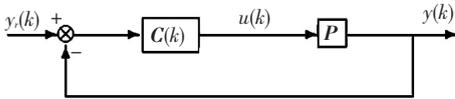


图 1 自校正控制系统

为实现自校正控制,需要对被控对象 P 的真实参数 θ 进行估计,记参数估计为 $\hat{\theta}(k)$, $\hat{\theta}(k)$ 对应的模型为 $P_m(k)$, 模型 $P_m(k)$ 和真实被控对象 P 的结构信息可以不一致,但对模型结构信息,即模型阶次的要求,可以说隐含在对参数估计误差的要求之中了(详情见后面的定理).记参数估计误差为 $e(k) = y(k) - \phi^T(k-d)\hat{\theta}(k)$, 其中, $\phi(k-d)$ 为回归向量,其一般形式为

$$\phi^T(k-d) = [y(k-1), \dots, u(k-d), \dots].$$

式中: $d \geq 1$ 为模型 $P_m(k)$ 中的输出延迟,与被控对象 P 的实际输出延迟可以不一致.控制律可以一般性地记为 $u(k) = \phi_c^T(k)\theta_c(k)$, $\theta_c(k) = f(\hat{\theta}(k))$ 为 $C(k)$ 的参数向量; $\phi_c^T(k)$ 为控制律的回归向量; $f(\cdot)$ 是由控制策略决定的映射.

$\phi_c^T(k)$ 的一般形式为

$$\phi_c^T(k) = [y_r(k), y_r(k-1), \dots, y(k-1), \dots, u(k-1), \dots].$$

式中: $y_r(k)$ 为有界参考输入, $\phi_c^T(k)$ 的具体形式取决于具体的控制器策略.不难发现,自校正控制系统图 1 中,被控对象的输出可以用 $P_m(k)$ 的输出和 $e(k)$ 来取代,因此可以构造虚拟等价系统如图 2 所示.

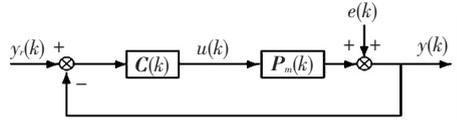


图 2 虚拟等价系统 I

若参数估计满足下列条件(并不要求参数估计收敛):

$$\|\hat{\theta}(k)\| \leq M < \infty; \|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-l)\| \rightarrow 0,$$

l 为有限值则可以进一步构造“慢切换”的虚拟等价系统如图 3 所示,其中

$$e_i(k) = y(k) - \phi^T(k-d)\hat{\theta}(t_k) = y(k) - \phi^T(k-d)\hat{\theta}(k) + \phi^T(k-d)[\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(t_k)] = e(k) + \phi^T(k-d)[\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(t_k)]. \quad (1)$$

以及

$$\Delta u'(k) = \phi_c^T(k)\theta_c(k) - \phi_c^T(k)\theta(t_k). \quad (2)$$

式中 $\theta_c(t_k) = f(\hat{\theta}(t_k))$ 为控制器 $C(t_k)$ 的参数向量, t_k 的选取是为了形成“慢切换”的需要,选取方法见文献[25].

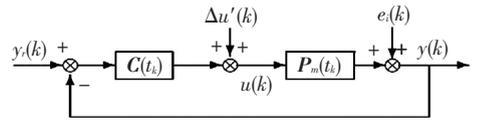


图 3 虚拟等价系统 II

分析图 3 所示的“慢切换”虚拟等价系统,可以得到如下判据:

定理 1 针对确定性对象 P 的自校正控制系统,若

- 1) $\|\hat{\theta}(k)\| \leq M < \infty; \|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-l)\| \rightarrow 0$, l 为有限值;
- 2) $e(k) = o(\alpha + \|\phi(k-d)\|)$, $0 < \alpha < \infty$;
- 3) 控制策略对参数已知对象满足稳定性要求,且跟踪有界参考输入信号;
- 4) 从估计参数到控制器参数的映射,即 $f(\hat{\theta}(k))$, 为 $\hat{\theta}(k)$ 的连续函数.

则自校正控制系统是稳定的和收敛的.

证明 第 1 步,将图 3 所示的虚拟等价系统进行分解,得到 3 个子系统,分别见图 4~6,仿照参考文献[25]可以证明分解前后系统输入输出的等价性.其中定理 1 之条件 1) 和 3) 保证图 4 所示分

解子系统 1 是一个稳定的“慢切换”控制系统^[26], 即

$$\|u'(k)\| = O(1), \|y'(k)\| = O(1). \quad (3)$$

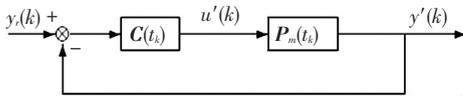


图 4 分解子系统 1

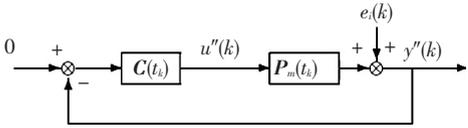


图 5 分解子系统 2

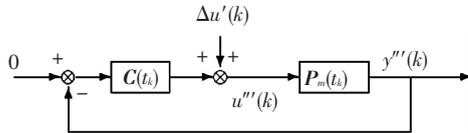


图 6 分解子系统 3

第 2 步由定理 1 的条件 2)、条件 4) 和式(1)可以得到两个补偿信号的性质, 即

$$e_i(k) = o(\alpha + \|\phi(k-d)\|), 0 < \alpha < \infty. \quad (4)$$

$$\Delta u'(k) = o(\beta + \|\phi(k-d)\|), 0 < \beta < \infty. \quad (5)$$

由于分解子系统 2 和分解子系统 3 均为稳定系统, 可得

$$y''(k) = o(\alpha + \|\phi(k-d)\|), \quad (6)$$

$$u''(k) = o(\alpha + \|\phi(k-d)\|), \quad (7)$$

$$y'''(k) = o(\beta + \|\phi(k-d)\|), \quad (8)$$

$$u'''(k) = o(\beta + \|\phi(k-d)\|). \quad (9)$$

第 3 步, 证明稳定性, 由

$$y(k) = y'(k) + y''(k) + y'''(k) = y'(k) + o(\alpha + \beta + \|\phi(k-d)\|), \quad (10)$$

$$u(k) = u'(k) + u''(k) + u'''(k) = u'(k) + o(\alpha + \beta + \|\phi(k-d)\|). \quad (11)$$

用反证法可以证明序列 $\|\phi^T(k-d)\|$ 必有界, 细节参见文献[25]. 进而由式(6) ~ (9) 有

$$\|y''(k)\| = o(1), \|u''(k)\| = o(1). \quad (12)$$

$$\|y'''(k)\| = o(1), \|u'''(k)\| = o(1). \quad (13)$$

第 4 步, 证明收敛性, 首先用多李亚普诺夫函数方法可以证明图 4 所示子系统的跟踪特性^[25], 即

$$y'(k) \rightarrow y_r(k). \quad (14)$$

然后利用式(10) ~ (14) 得到

$$y(k) \rightarrow y'(k) \rightarrow y_r(k).$$

证毕.

若被控对象是最小相位系统, 则可以按一步超前策略设计相应的自校正控制系统^[9], 这种情况下的虚拟等价系统, 如图 7 所示.

况下的虚拟等价系统, 如图 7 所示.

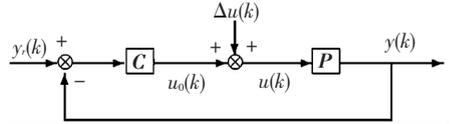


图 7 一步超前自校正控制的虚拟等价系统

为了便于叙述, 设被控对象 P 为

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-d);$$

$$y(k) = 0, u(k) = 0, \forall k < 0;$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}, n \geq 1;$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}, m \geq 1.$$

相应地, 有如下结论:

定理 2 针对最小相位对象的一步超前自校正控制系统, 若满足如下条件

- 1) $B(q^{-1})$ 是 Hurwitz 多项式, 且 $b_0 \neq 0$;
 - 2) $\hat{b}_0 \neq 0$;
 - 3) $e(k) = o(\alpha + \|\phi(k-d)\|), 0 < \alpha < \infty$.
- 则自校正控制系统是稳定的和收敛的.

证明思路: 首先, 分析图 7 中 $\Delta u(k)$ 的性质, 其实对象结构信息未知情况下的 $\Delta u(k)$ 对象结构信息已知情况下的性质是一样的, 仿照文献[25]的推导方法, 可得

$$\Delta u(k) = \frac{1}{b_0}[y(k) - \phi^T(k-d)\hat{\theta}(k)] = O(|e(k)|).$$

进一步考虑到定理 2 之条件 3) 得到

$$\Delta u(k) = o(\alpha + \|\phi(k-d)\|), 0 < \alpha < \infty.$$

将图 7 所示的虚拟等价系统进行分解, 然后用反证法得到最终结论.

3 随机自校正控制系统

考虑随机被控对象 P , 包括以下各种情形: 最小相位或者非最小相位、可以有干扰或非线性因素. 本节的极限运算都是在概率 1^[27] 的意义下.

为了叙述和理解上的方便, 本文仅考虑白噪声的情况, 相应的自校正控制系统如图 8 所示, 其中 $C(k)$ 可以用任何适当的控制策略进行设计, $w(k)$ 为白噪声.

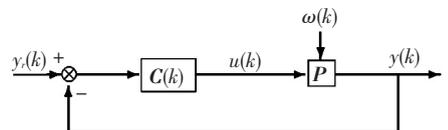


图 8 随机自校正控制系统

与确定性情况类似, 首先构造图 9 所示的虚拟等价系统, 其中 $e(k) = y(k) - \phi^T(k-d)\hat{\theta}(k) - w(k)$, 作为补偿信号, $\phi(k-d)$ 为回归向量.

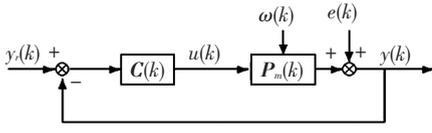


图 9 虚拟等价系统 I

若参数估计满足下列条件:

$$\|\hat{\theta}(k)\| \leq M < \infty, \|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-l)\| \rightarrow 0.$$

l 为有限值则可以进一步构造随机“慢切换”的虚拟等价系统如图 10 所示,其中

$$e_i(k) = y(k) - \phi^T(k-d)\hat{\theta}(t_k) - w(k) = y(k) - \phi^T(k-d)\hat{\theta}(k) - w(k) + \phi^T(k-d)[\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(t_k)] = e(k) + \phi^T(k-d)[\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(t_k)]. \quad (15)$$

以及

$$\Delta u'(k) = \phi_c^T(k)\theta_c(k) - \phi_c^T(k)\theta(t_k). \quad (16)$$

式中: $\theta_c(k) = f(\hat{\theta}(k))$ 为 $C(k)$ 的参数向量; $\theta_c(t_k) = f(\hat{\theta}(t_k))$ 为控制器 $C(t_k)$ 的参数向量; $f(\cdot)$ 是由控制策略决定的映射; $\phi_c(k)$ 为控制律的回归向量. t_k 的选取同确定性情况,依然是为了形成“慢切换”的需要.

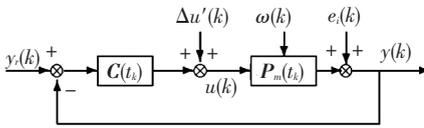


图 10 虚拟等价系统 II

分析图 10 所示的随机“慢切换”虚拟等价系统,得到如下判据:

定理 3 针对上述随机自校正控制系统,若

1) $\|\hat{\theta}(k)\| \leq M < \infty; \|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-l)\| \rightarrow 0, l$ 为有限值;

2) $\sum_{k=1}^n \|e(k)\|^2 = o\left(\alpha + \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right), 0 < \alpha < \infty;$

3) 控制策略对参数已知对象满足稳定性要求,且跟踪有界参考输入信号;

4) $f(\hat{\theta}(k))$ 为 $\hat{\theta}(k)$ 的连续函数.

则自校正控制系统是稳定的和收敛的.

证明 第 1 步,将图 10 所示的虚拟等价系统进行分解,得到 3 个子系统,分别见图 11~13 仿照文献[25]可以证明分解前后系统输入输出的等价性.其中定理 3 之条件 1) 和 3) 保证图 11 所示分解子系统 1 是一个稳定的随机“慢切换”控制系统,因此有

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\|y'(k)\|^2 + \|u'(k)\|^2) < \infty, \quad (17)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|y'(k) - y_r(k)\|^2 < \infty. \quad (18)$$

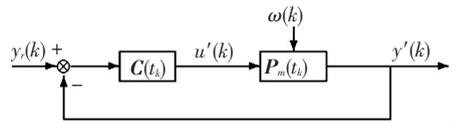


图 11 分解子系统 1

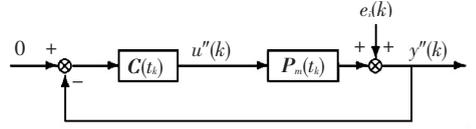


图 12 分解子系统 2

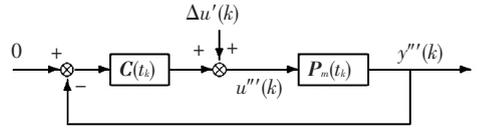


图 13 分解子系统 3

第 2 步,由定理 3 之条件 2) 和 4) 可以得两个补偿信号的性质

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|e_i(k)\|^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right), \quad (19)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\Delta u'(k)\|^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right). \quad (20)$$

由于分解子系统 2 和分解子系统 3 均为稳定系统,进而有

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|y''(k)\|^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right), \quad (21)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|u''(k)\|^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right), \quad (22)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|y'''(k)\|^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right), \quad (23)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|u'''(k)\|^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right). \quad (24)$$

第 3 步,证明稳定性,考虑到

$$y(k) = y'(k) + y''(k) + y'''(k), \quad (25)$$

$$u(k) = u'(k) + u''(k) + u'''(k). \quad (26)$$

对照 $\phi(k-d)$, 可以构造 $\phi_1(k-d)$ (对应于分解子系统 1), $\phi_2(k-d)$ (对应于分解子系统 2), 和 $\phi_3(k-d)$ (对应于分解子系统 3), 使得

$$\phi(k-d) = \phi_1(k-d) + \phi_2(k-d) + \phi_3(k-d). \quad (27)$$

由式(21)~(24), 可以看出

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi_2(k-d)\|^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right), \quad (28)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi_3(k-d)\|^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right). \quad (29)$$

又由式(17)得

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi_1(k-d)\|^2 < \infty, \quad (30)$$

进一步, 参照文献[25], 用反证法可以得

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2 < \infty, \quad (31)$$

稳定性得证.

第 4 步, 证明收敛性, 由式(21)~(24)及式(31)有

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|y''(k)\|^2 = o(1), \quad (32)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|u''(k)\|^2 = o(1).$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|y'''(k)\|^2 = o(1), \quad (33)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|u'''(k)\|^2 = o(1).$$

继而可以推出

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|y(k) - y_r(k)\|^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|y'(k) - y_r'(k) + y''(k) + y'''(k)\|^2 \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|y'(k) - y_r'(k)\|^2,$$

收敛性得证.

若被控对象是最小相位系统, 则可以按最小方差策略设计相应的自校正控制系统, 这种特殊情况下, 采用更为简单的虚拟等价系统, 如图 14 所示.

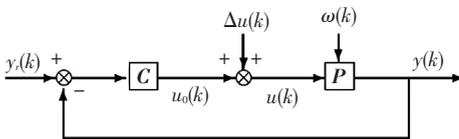


图 14 最小方差自校正控制的虚拟等价系统

为了便于叙述, 设被控对象 P 为

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-d) + \omega(k), \\ y(k) = 0, u(k) = 0, \omega(k) = 0, \forall k < 0; \\ A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}, n \geq 1, \\ B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}, m \geq 1.$$

式中 $\omega(k)$ 为干扰噪声, 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\omega(i)\|^2 = R < \infty$, 相应地, 有如下结论:

定理 4 针对最小相位对象的最小方差自校正控制系统, 若满足如下条件

1) $B(q^{-1})$ 是 Hurwitz 多项式, 且 $b_0 \neq 0$;

2) $\hat{b}_0 \neq 0$;

3) $\sum_{k=1}^n \|e(k)\|^2 = o\left(1 + \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right)$.

则自校正控制系统是稳定和收敛的.

此定理的证明过程也不要求模型的阶次等于或高于被控对象 P 的阶次, 该定理之条件 3) 隐含了对阶次信息的一定要求.

证明思路: 分析图 14 中 $\Delta u(k)$ 的性质, 其实对象结构信息未知情况下的 $\Delta u(k)$ 与对象结构信息已知情况下的性质是一样的, 仿照文献[25]的推导方法, 可得

$$\Delta u(k) = \frac{1}{b_0} [y(k) - \phi^T(k-d)\hat{\theta}(k) - \omega(k)] = O(\|e(k)\|).$$

进一步考虑到定理 4 之条件 3) 得

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [\Delta u(k)]^2 = o\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\phi(k-d)\|^2\right).$$

将图 14 所示的虚拟等价系统进行分解, 然后用反证法得到最终结论.

4 结 语

基于虚拟等价系统理论统一分析了基于任意控制策略和任意参数估计算法的自校正控制系统的稳定性和收敛性, 所得判据说明参数估计的收敛性不是自校正控制系统稳定和收敛的必要条件, 甚至被控对象的阶次信息也不是必要条件, 只有参数估计的有界性, 慢时变性以及估计模型的输出逼近效果 (即参数估计误差) 才是保证自校正控制系统稳定和收敛的本质条件.

已有研究表明, 模型参考自适应控制可视为自校正控制的一种特殊情况^[28], 因此, 本文的虚拟等价系统方法也有望用来分析模型参考自适应控制系统的稳定性和收敛性.

参 考 文 献

[1] ASTROM K J, WITTENMARK B. On self-tuning regulators [J]. Automatica, 1973, 9(2): 185-199.
 [2] GUO L, CHEN H F. The astrom-wittenmark self-tuning regulator revisited and ELS-based adaptive trackers [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1991, 36(7): 802-812.
 [3] GOOGWIN G C, RAMADGE, P J, CAINES P E. Discrete time adaptive control [J]. SIAM J. Control and Optimization, 1981, 19(6): 829-853.
 [4] SIN K S, GOODWIN G C. Stochastic adaptive control using a modified least squares algorithm [J]. Automatica, 1982, 18(3): 315-321.
 [5] ZHANG Y H. Stochastic adaptive control and prediction

- based on a modified least squares-the general delay colored noise case [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1982, 27(6):1257-1260.
- [6] ANDERSON B D O, JOHNSTORE R M. Global adaptive pole positioning [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1985, 30(1):11-22.
- [7] ELLIOTT H, CRISTI R, DAS M. Global stability of adaptive pole placement algorithms [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1985,30(4):348-356.
- [8] LOZANO R, ZHAO X H. Adaptive pole placement without excitation probing signals [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1994, 39(1):47-58.
- [9] GOOGWIN G C, SIN K S. Adaptive Filtering Prediction and Control [M]. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1984.
- [10] CHAN C Y, SIRISEN H R. Convergence of adaptive placement controller for stable non-minimum phase systems [J]. International Journal of Control, 1989, 50(3):743-754.
- [11] LAI T L, WEI C Z. Extended least squares and their applications to adaptive control and prediction in linear systems [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1986, 31(10):898-906.
- [12] CHEN H F, GUO L. Asymptotically optimal adaptive control with consistent parameters estimates [J]. SIAM J. Control and Optimization, 1987, 25(3):558-575.
- [13] WITTENMARK B, MIDDLETON R, GOOGWIN G C. Adaptive decoupling of multivariable systems [J]. International Journal of Control, 1987, 46(6):1993-2009.
- [14] CHAI T Y Direct adaptive decoupling control for general stochastic multivariable systems [J]. International Journal of Control, 1990, 51(4):885-909.
- [15] CHAI T Y, WANG G. Globally convergent multivariable adaptive decoupling controller and its application to a binary distillation column [J]. International Journal of Control, 1992, 55(2):415-429.
- [16] GUO L. Self-convergence of weighted least-squares with applications to stochastic adaptive control [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1996, 41(1):79-89.
- [17] NASSIRI-TOUSSI K, REN W. Indirect adaptive pole-placement control of MIMO stochastic systems: self-tuning results [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1997, 42(1):38-52.
- [18] PATETE A, FURUTA K, TOMIZUKA M. Stability of self-tuning control based on Lyapunov function [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2008, 22(8):795-810.
- [19] KATAYAMA T, MCKELVEY T, SANO A, et. al. Trends in systems and signals; status report prepared by the IFAC coordinating committee on systems and signals [J]. Annual Reviews in Control, 2006, 30(1):5-17.
- [20] 李清泉. 自适应控制[J]. 计算机自动测量与控制, 1999, 7(3):56-60.
- [21] 李清泉. 自适应控制系统理论、设计与应用[M]. 北京:科学出版社,1990.
- [22] FEKRI S, ATHANS M, PASCOAL A. Issues, progress and new results in robust adaptive control [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2006, 20(10):519-579.
- [23] NASSIRI-TOUSSI K, REN W. A Unified analysis of stochastic adaptive control: asymptotic self-tuning [C]//Proc. of the 34th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans: IEEE, 1995: 2932-2937.
- [24] MORSE A S. Towards a unified theory of parameter adaptive control-part II: certainty equivalence and implicit tuning [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1992, 37(1):15-29.
- [25] ZHANG Weicun. On the stability and convergence of self-tuning control-virtual equivalent system approach [J]. International Journal of Control, 2010, 83(5):879-896.
- [26] LIBERZON D, MORSE A S. Basic problems in stability and design of switched systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 1999, 19(1):59-70.
- [27] 严士健,刘秀芳. 测度与概率[M]. 北京:北京师范大学出版社,2003.
- [28] EGARDT B. Unification of some discrete time adaptive control schemes [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1980, 25(4):693-697.

(编辑 苗秀芝)