doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2015.06.001

80 m 球径螺栓球节点单层球面网壳稳定性能分析

曹正罡^{1,2},陈哲明^{1,2},万宗帅^{1,2},马会环^{1,2},武 岳^{1,2}

(1. 结构工程灾变与控制教育部重点实验室(哈尔滨工业大学), 150090 哈尔滨;

2. 哈尔滨工业大学 土木工程学院,150090 哈尔滨)

摘 要:螺栓球节点是一类半刚性节点,能否应用到单层网壳中一直是该领域急需解决的关键问题之一,本文首先通过 螺栓球节点域的有限元分析,利用已有试验研究结果,获得螺栓球系列节点的弯矩-转角关系,再通过数值方法将其引入 到整体网壳的节点刚度模拟中,建立了半刚性节点网壳分析方法.在此基础上,针对沈北新区市民健身中心 80 m 直径单 层球面网壳,采用螺栓球节点连接设计,并进一步对结构施工成形过程中的多个状态进行非线性稳定性分析,也对覆盖 饰面材料后网壳的稳定性能进行了探讨.分析结果表明:在施工阶段,网壳局部杆件以受弯为主,导致水平荷载作用下 1/2球的极限承载力最低,而竖向荷载作用下的 3/4 球则因为其上部变形较大导致其极限承载力下降较多;在网壳合拢 后,受弯构件转化为以受轴向力为主,其竖向、水平极限承载力分别到达设计荷载的 4.7 倍和 9.2 倍,因此只要通过合理 措施,避免施工各阶段可能出现的失稳破坏,螺栓球节点完全可以应用到单层网壳结构中.

关键词: 单层网壳;螺栓球节点;半刚性节点;稳定性;非线性全过程分析

中图分类号: TU391 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2015)06-0001-08

Analysis of stability of 80 m diameter single-layer reticulated dome with bolt-sphere joints

CAO Zhenggang, CHEN Zheming, WANG Zongshuai, MA Huihuan, WU Yue

 Key Lab of Structures Dynamic Behavior and Control (Harbin Institute of Technology), Ministry of Education, 150090 Harbin, China;
School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, 150090 Harbin, China)

Abstract: The bolt-sphere joint belong to the semi-rigid node, whether it can be applied in the single-layer reticulated shells is one of the key problems which is badly in need of being solved in this field. This paper based on the finite element analysis and took advantage of the results of tests of bolt-sphere joints. The moment-rotation curves of bolt-sphere joints are obtained from, then through introducing the node stiffness simulation of shell into the numerical methods, the analysis method of semi-rigid node net shell were set up. On this basis, specific to citizen fitness center in the north new district of shen yang, which is an 80m diameter reticulated spherical shell with bolt-sphere joints, and the nonlinear stability of the different form during the work progress were analyzed, the skin effect of single-layer reticulated spherical shell with bolt-sphere joints construction phase, the bending is the major stress form of the part of the reticulated dome's bars, which result in the ultimate bearing capacity of 1/2 dome under horizontal load is the lowest, and because of the big deformation of dome's upside, the ultimate bearing capacity of 3/4 dome under vertical load declines largely. After the dome is closed, the bending bars are transformed into being major suffered with axial force, its ultimate bearing capacity reach the 4. 7 times of design load under vertical load and 9.2 times under horizontal load, therefore only to adopt rational measures and avoid the buckling failure during the construction phase, the bolt-sphere joints can be applied into the single-layer reticulated shell.

Keywords: single-layer reticulated shell; bolt-sphere joint; semi-rigid node; stability; complete process nonlinear analysis

目前,在单层网壳结构设计中,考虑到节点刚 度的要求,通常采用焊接球节点;但焊接球焊接量 大,定位困难,节点域偏大,不美观.传统的螺栓球 节点装配方便、定位精准、外形美观,比较适用于

收稿日期: 2014-05-04.

基金项目:国家自然科学基金(51378147,51278160).

作者简介:曹正罡(1975—),男,副教授,博士生导师;

武 岳(1971—),男,教授,博士生导师.

通信作者:曹正罡, caohit@hit.edu.cn.

单层通透结构;但由于螺栓球节点锥头、套筒位置 杆件截面的削弱,其抗弯刚度较低,因此以螺栓球 节点连接的网壳均被视为铰接体系,中国现行规 程 JGJ7—2010《空间网格结构技术规程》^[1]中明 确提到单层网壳必须按刚接体系设计,构造上必 须达到刚性节点的要求,这也进一步限制了螺栓 球节点在单层网壳结构领域的应用,导致目前国 内采用螺栓球节点的大跨度单层网壳工程几乎 空白.

但实际从 1983 年国外学者就开始关注螺栓 球节点的抗弯性能,See^[2]和 Fathelbab^[3]率先对 MERO 节点的抗弯性能开展研究,随后 Chenaghlou^[4]建立了 MERO 节点的有限元模型, 重点考察了弯矩作用下节点应力的分布状态.日 本 Fujimoto 等^[5]对 K 型半刚性节点网壳开展试 验研究, Shibata 等^[6]进行了一系列节点刚度对网 壳结构极限承载力的影响规律研究,并提出了半 刚性节点网壳的数值模型.王星等^[7]、罗永峰等^[8] 也针对半刚性节点网壳开展了系统研究,范峰 等^[9]、马会环等^[10]开展了一系列螺栓球节点的抗 弯和压弯试验,部分螺栓直径为 27mm 的螺栓球 配套节点在弯矩荷载作用下的弯矩-转角曲线见 图 1,试验结果表明该节点具有较好的抗转动刚 度和抗弯承载力,属于典型的半刚性节点,在此基 础上提出了比较系统的半刚性节点网壳分析方 法.这些研究表明,螺栓球节点从构造特点上具有 一定抗弯能力,只要通过深入研究,对其抗弯刚度 充分了解和掌握,就可以将螺栓球节点应用于单 层网壳结构中,将其按半刚性节点网壳结构设计.



图 1 M27 螺栓球试验结果

作为验证性示范工程,针对沈阳沈北新区市 民健身中心 80 m 直径单层球面网壳工程,优先选 用了螺栓球节点,并为此建立了一套系统的半刚 性节点网壳分析方法,并采用半刚性节点计算方 法进行设计,详细分析了该工程施工各阶段网壳 的稳定性能以及可能出现的失稳模式,同时对下 一阶段壳体外表面安装维护材料的可行性及其整 体稳定性能进行论证和探讨.

1 工程概况

沈北新区市民健身中心大直径球形网壳,见 图 2,壳面采用短程线网格布置,网壳直径 80 m, 矢高 66.67 m,球壳落地处直径约为 56 m,目前该 工程已经竣工.结构模型见图 3,结构下部有一个 主入口及两个次入口,杆件数量为 3 538 根,杆件 平均长度约为 4.0 m,节点数 1 217 个.为体现建 筑效果和通透性,创新性地选用了传统螺栓球节 点连接而成,国内并无类似设计经验可以参考.



图 2 沈北新区市民健身中心网壳竣工图



图 3 结构模型及外形尺寸

2 螺栓球节点数值模拟方法

2.1 节点弯矩-转角关系

进行螺栓球节点单层网壳的设计与分析,首 先要解决的是此类节点的刚度模拟问题,为得到 不同螺栓球配套节点的抗弯性能,采用 ANSYS 软 件对节点进行实体建模,节点各部分之间的接触 效应主要是通过接触模拟法^[11]来精确模拟, 接触面的设置见图 4,具体采用的接触单元对见 表 1.



表1 螺栓球节点接触对设置

序号 —	接触对单元及模拟配件		
	TARGE170 单元	CONTA174 单元	
1	螺栓杆	套筒	
2	螺栓杆	锥头	
3	螺帽	锥头	
4	球节点	套筒	
5	锥头	套筒	

利用上述模型计算可获得本工程所需要的一 系列螺栓球配套节点的抗弯性能,以图 5 为例,分 析得出了 M20、M27 螺栓及其配套节点在纯弯荷载 作用下的弯矩-转角曲线,将其与文献[11]试验结 果进行对比.可以看出,数值方法与试验方法获得 的结果趋势基本一致,数值上可以达到工程分析的 精度要求,因此可将获得的弯矩-转角曲线应用于 螺栓球节点单层网壳中的节点刚度模拟;图 6 为利 用数值模拟方法获得的直径 M90 螺栓节点的弯矩 -转角曲线.两图中k_i表示节点初始刚度,k_u表示螺 栓塑性屈服后刚度(取节点初始刚度的 1/10),M_u 表示塑性屈服弯矩(节点完全进入塑性).为简化计 算,网壳数值模型中的节点弯矩和转角的关系可利 用图 5 、6 的设计曲线来模拟.





图 6 数值模拟获得的 M90 弯矩-转角曲线

本工程共用了6种杆件截面,每种截面通过上 述方法获得的节点初始刚度和极限弯矩见表2.

表 2 配套节点初始设计参数统计

杠供畫面	螺栓	k_i	k_u	M_u
们干截叫		$(kN \cdot m \cdot rad^{-1})$	$(kN \cdot m \cdot rad^{-1})$) (kN \cdot m)
Φ159×5	M52	577	57.7	34.92
Φ180×5	M56	669	66.9	40. 52
Ф219×5	M60	762	76.2	46.09
Φ245×9	M64	854	85.4	51.68
Ф299×12	M80	2 464	246.4	81.42
Ф325×20	M90	3 470	347.0	100.00

2.2 网壳模型中螺栓球节点的模拟技术

在进行整体网壳数值建模过程中,螺栓球节 点的几何建模采用如下方法.首先进行螺栓球与 杆件连接处的自由度关系模拟,根据实际情况 (图7(a)),假设球节点和杆件之间没有相对的 轴向拉伸与压缩变形,仅考虑节点弯曲和扭转刚 度的影响,因此其3个平动自由度直接耦合在一 起,而3个转动自由度分别用3个弹簧单元 (COMBIN39)来模拟.依照每个圆管的方位来建 立局部坐标系,使每个方向的弹簧具有明确的物 理意义,其中X方向的弹簧模拟节点的扭转刚度, Y_Z 方向的弹簧模拟节点的弯曲刚度(图7(b)). 此外 COMBIN39 单元可直接引入节点的弯矩-转角 曲线做为基本属性,其中扭转刚度取为弯曲刚度的 1%^[11].网壳的杆件则用 BEAM189 单元来模拟,杆 件材料假设为 Q345B 理想弹塑性模型.按以上方 法,即可建立一个精细化的半刚性节点网壳数值 模型.





(a)现场螺栓球节点(b)数值模拟节点图 7 杆件与螺栓球的连接

图 5 螺栓球节点试验结果与数值模拟结果比较

3 施工各阶段非线性稳定性分析

3.1 初始缺陷模式及荷载工况

由于实际网壳结构在安装过程中都存在初始 几何缺陷和拼装误差,而单层网壳结构恰恰对形 状的改变较为敏感,特别是施工过程中,结构的不 完整性和初始几何缺陷的双重作用,可能会导致 壳体受力性能发生较大变化,为此需要在数值分 析过程中,引入一个正确、有效的初始几何缺陷模 型.网壳的初始几何缺陷一般采用"一致缺陷模态 法",但通过线弹性屈曲分析发现,不完整球壳的 低阶失稳模态均为局部失稳,不能反映整体几何 缺陷的特点,因此采用自重作用下的节点位移形 态作为几何缺陷分布模式[12],其中最大节点偏差 取为壳体直径的 1/100,1/500,1/300,并将无缺 陷情况做为第四种工况进行对比分析.图 8 为 4 种缺陷状态下半球网壳的极限承载力比较, q 表 示结构自重,q表示极限荷载值,可以看出,考虑 初始缺陷后本球壳的极限荷载下降明显,初始缺 陷为直径的 1/300 时网壳极限承载力仅为无缺陷 时的70%,因此在施工状态分析过程中必须要引 入初始几何缺陷做为分析的初始条件.

对于施工过程中的荷载状况,考虑到主要可 能有两种工况:一种是施工过程中施工人员需要 对球壳进行拼装,会在已建节点上进行站立,挂放 安装工具等,因此在模型中考虑了最不利情况,在 每个节点都施加了竖向荷载,同时为了了解各阶 段结构的极限承载力,施加的荷载值大于其极限 承载力;另一种是建设地点风较大,水平风荷载也 是主要的荷载因素之一,施工阶段网壳没有蒙皮 因此风荷载只施加在节点上,风荷载值根据风荷 载标准值的计算公式获得,其中体型系数是根据 各节点与球壳中心的几何关系由旋转壳顶的公式 计算得到,同时也考虑了风压高度变化系数的影 响,通过计算发现风向对该结构的影响可以忽略. 依据上述几何与荷载条件,针对网壳施工到 1/4、 1/2、3/4 球体(图 9)和整球时的状态,利用 ANSYS 非线性全过程分析方法,对其进行两种工 况下的稳定性能分析.





(a) 1/4 球体阶段

(b) 1/2 球体阶段图 9 结构施工各阶段形态

(c) 3/4 球体阶段

3.2 竖向荷载作用下的稳定性分析

虽然网壳由螺栓球节点连接,节点能承担一定的弯矩,但通过分析可知网壳杆件的弯矩较轴力来说很小,例如竖向极限荷载作用下 1/4 球体主出口立柱的轴向应力为 213 N/mm²,而弯矩应力仅有 0.01 N/mm²,因此在统计过程中暂不予考虑弯矩的影响.表 3 中列出了竖向极限荷载作用下网壳施工各阶段的结构响应统计,配合图 10 中网壳杆件轴力分布状态可以看出,前 3 个施工阶段网壳最大轴力均出现在下部主出口的立柱上,对应 3 个阶段的最大轴力分别为 4 200、3 900、

1 500 kN,其中 1/4 球与 1/2 球阶段的极限轴力 相差不到 7%,说明施工到半球前,网壳在竖向荷 载下的响应特点相似.同时也可以看到施工超过 半球以后,由于网壳顶部杆件逐渐呈水平悬臂状 态,在竖向荷载作用下结构受力变的更为不利,此 时 3/4 球体的极限荷载降到 1.5 kN/m²,最大杆 件轴力只有 1/4 球体时的 35%.这点也可以在图 11 中各阶段位移最大点的荷载-位移全过程曲线 得出,在施工到半球之前,结构的极限变形约为 50~70 mm;当施工超过半球之后,极限状态下的 顶部位移急剧增大到 1.87 m,造成以上现象的原

· 5 ·

因应该是结构在合拢之前,超过半球部分的网格 水平悬臂以及节点的非刚性连接,导致竖向刚度 极弱,使得结构的稳定承载力大幅度下降.图 12 也显示出 3/4 球体开口部分杆件的弯矩明显大于 其他区域,3/4 球体出现的这种悬臂状态显然会 给施工带来很大的安全隐患,所以必须对这一阶 段设置额外的脚手架来支撑这一悬臂部分,防止 结构过大变形.



表 3 竖向荷载作用下结构响应统计

球体 参数	极限荷载/ (kN・m ⁻²)	最大位移/ m	最大轴力/ kN	最大弯矩/ (kN・m)
1/4 球	5.3	0.067	4 200	28
1/2 球	4.4	0.055	3 900	32
3/4 球	1.5	1.870	1 500	37
整球	3.1	0.080	3 600	26



图 11 竖向荷载下各阶段位移最大点荷载-位移曲线



图 12 3/4 球体的极限状态弯矩

当结构上部合拢后,最大弯矩杆件出现在壳体下部(图13),而在3/4高度以上的杆件最大弯

矩由 3/4 球体时的 37 kN · m减少为整球时的 3 kN · m,显然壳体的整体作用突显出来,但整球 的极限荷载仍小于 1/4~1/2 球体阶段,顶点极限 位移也略大于这两个阶段,说明整球球冠部分的 竖向刚度还是偏弱的.



3.3 风荷载作用下稳定性分析

与坚向荷载不同,水平荷载对于球壳来说是 一个不对称荷载,而且通透状态下节点所受的风 荷载以杆件挡风面积核算.未合拢网壳在极限荷 载作用下的整体位移见图 14,结构失稳形态表现 为网壳上端沿风荷载作用方向的屈曲变形,其施 工 3 个阶段的最大节点位移为 2.37~3.71 m,通 过提取各节点弹簧单元的内力可知,虽然节点位 移很大,但各节点的螺栓球受力均未超过表 2 所 列数值,大位移由各点变形累积而来,不是因为节 点发生破坏造成的,而图 15 是整球在水平极限荷 载下的位移形态,可以看到其极限位移值为 0.143 m,仅为 3/4 球体时的 1/17,这说明该网壳 施工过程中抵抗水平荷载的能力非常弱,而竣工 合拢后则成为一个水平刚度较好的结构体系.



图 15 整球水平极限荷载位移图

由于整球网壳的水平刚度很好,位移很小,为 此仅将前3种施工状态下的水平荷载-位移曲线列 入图 16,可以看出,施工到半球前两个状态的壳体 刚度均有随风荷载增加逐渐变弱的趋势.对应 1/2 球体荷载-位移曲线上的 A、B、C 3 个时刻来考察 下壳面的变形过程,见图 17,显然壳面这时经历了 一个由凸变凹的过程,内凹前该区域的壳体作用较 强,呈水平拱受力状态,抗侧刚度较大,而随着水平 荷载的增加.水平位移的增大导致壳面逐渐变凹. 抗侧刚度逐渐降低,但极限荷载并没有急剧降低, 从壳面的变化可以发现这一屈曲过程只是发生在 球体上端的某一区域,显然周围杆件对失稳区域节 点起到了拉接作用,呈现出类似"索网"的作用,虽 然结构位移会不断放大,但结构所能承受的极限荷 载也会持续增加,这说明施工过程中的半刚性节点 壳体在强风荷载作用下并不会出现小变形状态下 的突然失稳倒塌,而控制施工过程中出现过大水平 位移则显得更为重要.





表4给出了极限风荷载作用下4种网壳施工 状态的结构响应统计,结果显示整球网壳可承受 的极限风荷载最强,但同时极限状态的杆件轴力 也最大;而4种状态下对应的最大弯矩均较为接 近,对应于图18中壳体杆件轴力和弯矩分布图可 以看出,最大轴力杆件全部集中在支座附近,这也 表明即使在水平荷载作用下,由于杆件节点刚度 较弱,具有一定转动能力,导致网壳杆件整体上仍 以轴向受力为主,弯矩的影响基本可忽略不计.



表 4 水平荷载作用下结构响应统计表

球体参数	极限荷载 荷载标准值	最大位移/ m	最大轴力/ kN	最大弯矩/ (kN・m)
1/4 球	6.7	2.69	2 033	31
1/2 球	6.3	3.71	2 500	21
3/4 球	7.8	2.37	2 500	33
整球	9.2	0.14	4 580	27

4 蒙皮作用对球壳稳定性能的影响

后续工程施工过程中,可能对球壳表面实施 装饰,覆面材料在一定程度上可能会提高结构的 整体刚度,起到蒙皮效应,但同时也会导致迎风面 积急剧增大,为此针对覆盖铝板后的壳体进行了 非线性稳定分析,分析方法为弧长法,蒙皮则是采 用壳单元进行模拟,以评估实施覆面后的结构安 全性.

4.1 蒙皮状态下局部稳定现象

对蒙皮状态下螺栓球节点网壳进行非线性全 过程分析,首先发现无论是竖向还是水平极限荷 载作用,其主出口上方局部节点都会发生屈曲现 象,应是蒙皮平面内刚度过大,对局部节点形成挤 压,而该处半刚性节点不能提供足够的抗变形能 力,因此使得该处发生平面外屈曲变形,见 图 19(a),极限状态下局部节点变形达0.29 m,同 时使得结构整体极限荷载显著下降,这一现象不 符合结构设计要求,应设法避免.为此对于本工 程,将主出口上方的5个螺栓球节点改成焊接球 节点,充分提高局部节点刚度,设计修改后的模型 在相同荷载下的变形见图 19(b),主门上方相应 位置的位移减小到之前的1/100.

4.2 蒙皮球壳的整体稳定性分析

通过非线性稳定性分析统计,蒙皮后对网壳 竖向刚度的影响见表5.蒙皮厚度对蒙皮结构承载 力的影响很大,当蒙皮材料太薄(3 mm)时结构局 部蒙皮材料的过早破坏使结构整体刚度得不到充 分利用,这点可从竖向极限荷载只有2.35 kN/m² 看出;当蒙皮材料厚度≥4 mm 时,虽然铝板厚度 的增加使得结构自重增长,但竖向极限荷载由原 来自重荷载(包括网壳以及蒙皮的重量)的4.5 倍变到了5.2倍,再到5 mm 的6.7倍,极限位移 较未蒙皮的极限位移也有了一定的下降,这说明 蒙皮可很好地增加结构的竖向刚度.但当蒙皮厚 度为8 mm 时,虽能使结构的位移有所减少,但极 限荷载与自重的比值却较5 mm 蒙皮网壳有了一 定下降,这表明蒙皮持续增厚不能进一步提高结 构的极限承载能力.





(b) 局部焊接球

图 19 竖向极限荷载下球壳变形

表 5 蒙皮前后球壳极限承载力的比较

海面米刑	自重荷载/	竖向极限荷载/	荷载	最大位移/
师回关室	$(kN\boldsymbol{\cdot}m^{-2})$	$(kN \cdot m^{-2})$	比值	m
未蒙皮	0.67	3.02	4.5	0.07
蒙皮(3 mm)	0.75	2.35	3.1	0.02
蒙皮(4 mm)	0.77	4.04	5.2	0.04
蒙皮(5 mm)	0.80	5.38	6.7	0.05
蒙皮(8 mm)	0.87	5.67	6.5	0.04

而在水平风荷载作用下,蒙皮状态下球壳受 到的风荷载与通透状态的最大区别在节点受荷区 域由节点周围杆件挡风面积提高到节点壳面面 积,蒙皮球壳除了迎风面是风压荷载外,其他各面 均是风吸作用,且在结构顶部产生很大的风吸荷 载,极限风荷载作用下的结构位移见图 20,结构 整体变"瘦高",顶部变形过大.分析结果显示蒙皮 厚度为8、5、3 mm的球壳对应的极限风荷载分别 为风荷载标准值的29、24 和13倍,说明增加蒙皮 厚度能显著增加本工程网壳的抗风能力.以上结 果也表明,无论是考虑竖向荷载还是水平荷载作 用,本工程蒙皮后的网壳结构稳定性能均能满足 规程设计要求,这也说明考虑螺栓球节点刚度影 响后的球面网壳饰面安装方案是可行的.



5 结 论

1) 沈北新区大直径单层球壳的成功设计表 明充分利用螺栓球节点的抗弯刚度,可将螺栓球 节点按照半刚性节点设计,应用在单层网壳设 计中.

2)无论是在竖向极限荷载还是水平极限荷载作用下,单层螺栓球节点网壳的杆件弯矩效应都非常小,结构主要以受轴向力为主.

3)本网壳施工各阶段中,3/4 球壳由于存在 壳面水平悬臂状态,因此在竖向荷载作用下,结构 的极限稳定承载力最低,极限位移过大,需要采取 临时措施控制发生过大变形.

4)施工过程中,在极限水平风荷载作用下, 1/2球壳的受力状态最为不利,失稳模式为网壳 上部开口端的壳面屈曲;而球壳合拢后,整体刚度 显著提高,极限位移仅为 1/2球壳时的 1/26.

5)螺栓球节点单层网壳在安装蒙皮后,要注 意其在受力过程中,由于蒙皮平面内刚度过大对 局部区域挤压,导致节点平面外屈曲,使得结构在 整体刚度未被充分利用的情况下丧失承载力,但 此类问题可通过将局部节点替换成焊接球而 改善.

6)针对本项目,饰面材料安装产生的蒙皮效 应能使结构的竖向刚度和水平刚度有所提高,且 蒙皮后网壳稳定性能可满足规程验算要求,表明 后续安装饰面方案可行.

参考文献

- [1] JGJ7—2010 空间网格结构技术规程[S]. 北京:中国建筑 工业出版社,2010.
- [2] SEE T. Large displacement elastic buckling space structures[D]. England: Cambridge of University, 1983.
- [3] FATHELBAB F A. The effect of joints on the stability of shallow single layer lattice domes [D]. England: University of Cambridge, 1987.
- [4] CHENAGHLOU M R. Semi-rigidity of connection in space structure [D]. London: University of Surrey, 1997.
- [5] FUJIMOTO M, SAKA T, IMAI K, et al. Experimental and numerical analysis of the buckling of a single-layer latticed dome [C]//Space Structures 4. London: GAR Parke, CM Howard, 1993: 396-405.
- [6] SHIBATA R, KATO S, YAMADA S. Experimental study on the ultimate strength of single-layer reticular domes
 [C]//Proceedings of the Fourth International Conference of Space Structures. London: University of Surrey, 1993: 387-395.
- [7] 王星,董石麟. 考虑节点刚度的网壳杆件切线刚度矩 阵[J]. 工程力学, 1999, 16(4):24-32.
- [8] 罗永峰,沈祖炎. 网壳结构节点体对其承载性能的影响[J]. 同济大学学报, 1995, 23(1): 21-25.
- [9] 范峰,曹正罡,崔美艳. 半刚性节点单层球面网壳的 弹塑性稳定性分析[J]. 哈尔滨工业大学学报,2009, 41(4):1-6.
- [10]马会环,范峰,曹正罡,等.半刚性螺栓球节点单层球 面网壳受力性能研究[J].工程力学,2009,26(11): 73-79.
- [11]马会环.半刚性节点单层网壳稳定性能及设计方法 研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2012.
- [12]武岳,张建亮,曹正罡,等.黑龙江省新博物馆树状结构 形态创建与稳定性分析[J].建筑结构学报,2013, 34(9):118-123.

(编辑 赵丽莹)