

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2015.09.013

# 重力场下顺磁性介质内辐射与热磁对流的耦合

王成安, 马兰新

(哈尔滨工业大学(威海)汽车工程学院, 264209 山东 威海)

**摘要:** 为了分析高温环境下顺磁性介质流动的换热情况, 采用数值方法研究重力环境下, 二维封闭腔体内顺磁性半透明介质内热磁对流与辐射传输的耦合换热问题, 腔体外施加非均匀梯度的磁场, 对于顺磁性介质磁场力正比于磁化率和磁感应强度平方梯度的乘积, 与重力共同作用于流体质点. 磁化率为热力学温度的函数并遵循 Curie 定律. 热磁对流发生在高温环境下, 顺磁性流体为吸收发射性半透明灰介质. 通过研究不同磁场强度、光学厚度下, 流场、温度场以及平均努赛尔数分布特点及规律, 结果表明, 磁场、热辐射均对流动换热存在明显的强化作用, 但光学厚度增加则对腔体内流动换热存在一定的抑制作用.

**关键词:** 顺磁性流体; 热磁对流; 辐射; 耦合换热; 重力场; 数值模拟

中图分类号: TK124

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2015)09-0068-05

## Coupled radiation and thermo-magnetic convection in participating paramagnetic medium under gravitational field

WANG Cheng'an, MA Lanxin

(School of Automobile Engineering, Harbin Institute of Technology at Weihai, 264209 Weihai, Shandong, China)

**Abstract:** In order to study the fluid flow and heat transfer process of paramagnetic medium in the high temperature environment, in this paper, the radiation effect on the thermo-magnetic convection in participating paramagnetic medium under gravity condition is studied numerically. The external magnetic field with non-uniform magnetic gradient is imposed. For a paramagnetic fluid, the magnetic force is proportional to the product of magnetic susceptibility and the gradient of the square of the magnetic induction, and acts on fluid particles cooperatively with gravity. The magnetic susceptibility is related to absolute temperature according to Curie's law. The thermo-magnetic convection is carried out in high temperature environment and the paramagnetic fluid is a semitransparent gray medium which absorbs and emits energy. In the present study, the distribution characteristics and the regularities of fluid flow, temperature field and average Nusselt number are investigated under different magnetic Rayleigh number and optical thickness. The research results show that the magnetic field and radiation could enhance the convection, but have suppression effect with the increasement of optical thickness.

**Keywords:** paramagnetic fluid; thermo-magnetic convection; radiation; coupled heat transfer; gravitational field; numerical simulation

在重力场下, 由于温度差或浓度差引起密度差, 在浮升力驱动下形成自然对流. 顺磁性介质在磁场中受到 Kelvin 力作用,  $\vec{f} = \frac{\rho\chi_m}{2\mu_m} \nabla b^2$  正比于磁化率和磁感应强度平方梯度的乘积, 其中磁化率根据 Curie 定律随温度变化. 重力场与磁场共同作用形成热磁对

流, 该现象可应用于控制晶体生长过程并提高其质量<sup>[1]</sup>, 辅助呼吸设备<sup>[2]</sup>, 无机械元件驱动<sup>[3]</sup> 以及强化换热<sup>[4]</sup> 等问题. 针对导电介质研究重力场下其内部辐射传输与热磁对流的耦合, 文献[5]首先采用有限体积法研究在与重力平行的外磁场作用下辐射对导电流体自然对流的影响. 文献[6]指出表明辐射在热磁对流中对流动换热有明显影响, 在一定范围的参数下, Hall 效应不可忽略. 文献[7]指出由于热辐射使局部温差减小而抑制对流. 在强磁场下, 对流辐射耦合趋于对流导热耦合. 对于光学薄介质, 辐射对绝热面附近的温度场存在一定的影响, 核心区受外加磁场

收稿日期: 2014-03-13.

基金项目: 国家自然科学基金(51121004); 哈尔滨工业大学(威海) 科研基金(HIT(WH)201302); 哈尔滨工业大学科研创新基金(HIT.NSRIF.2014132).

作者简介: 王成安(1983—), 男, 讲师, 博士.

通信作者: 王成安, chengan.wang@hitwh.edu.cn.

的影响;而对于光学厚介质,辐射和磁场对整个区域存在影响. 到目前为止,非导电顺磁性介质内部辐射传输与热磁对流的耦合问题鲜有报道. 因此本文针对半透明顺磁性介质,研究磁瑞利数  $\gamma Ra$ 、光学厚度  $\tau$  对层流状态下的热磁对流影响,通过分析数值模拟所得到的温度场、流场及壁面热流分布,得出热磁对流与辐射传输的耦合换热规律.

## 1 数学物理模型

### 1.1 问题描述

本文计算模型如图 1 所示. 左侧壁面温度为  $T_c$ , 右侧壁面温度为  $T_h$ , 其他壁面为绝热面;壁面为黑体;假定磁感应强度在空间沿  $y$  方向变化并呈水平中心线对称分布,公式<sup>[8]</sup>为

$$B = B_0 e^{4 \ln(10^{-2}) \left(\frac{y}{L} - \frac{1}{2}\right)^2}. \quad (1)$$

式中:  $B$  为随空间位置  $y$  变化的磁感应强度,  $B_0$  为  $y = 0.5L$  位置处磁感应强度.

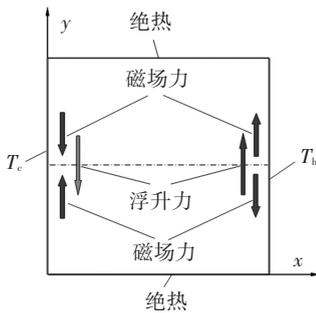


图 1 物理模型

### 1.2 控制方程

定义无因次数:普朗特数  $Pr = \nu_0 / \alpha_0$ ; 普朗克数  $Pl = k / (L \cdot 4\sigma T_{ref}^3)$ ; 瑞利数  $Ra = g\beta' \Delta T L^3 / (\nu_0 \alpha_0)$ ; 磁场力数  $\gamma = \chi_m B_0^2 / (\mu_m g L)$ ; 磁瑞利数  $\gamma Ra$ , 为磁场力与粘性力之比<sup>[9]</sup>. 其中  $\nu_0$  为运动粘度,  $\alpha_0$  为热扩散率,  $k$  为导热系数,  $\sigma$  为斯蒂芬-玻尔兹曼常数,  $\beta'$  为热膨胀系数,  $\chi_m$  为磁化率,  $\mu_m$  为磁导率,  $L$  为特征长度,  $\Delta T = T_h - T_c$ .

定义无因次变量:速度  $\vec{v} \rightarrow \frac{\vec{v}^+}{\alpha_0 \cdot L^{-1}}$ ; 重力加速度

$\vec{g} \rightarrow \frac{\vec{g}^+}{g_0}$ ; 时间  $t \rightarrow \frac{t^+}{L^2 \cdot \alpha_0^{-1}}$ ; 压力  $p \rightarrow \frac{p^+}{\rho \nu_0^2}$ ; 温度  $T \rightarrow$

$\frac{T^+ - T_{ref}^+}{\Delta T}$ ; 用于热辐射计算的无因次温度  $\Theta \rightarrow \frac{T^+}{T_{ref}^+} =$

$\frac{\Delta T}{T_{ref}^+} T + 1$ ; 辐射强度  $I \rightarrow \frac{\pi I^+}{\sigma T_{ref}^4}$ ;  $\vec{q}_r \rightarrow \frac{\vec{q}_r^+}{k \Delta T \cdot L^{-1}}$ ;  $b \rightarrow \frac{B}{B_0}$ ;

光学厚度  $\tau = \beta L$ . 其中  $\rho$  为密度,  $T_{ref} = (T_c + T_h) / 2$ ,  $\beta$  为衰减系数,带上角标“+”表示原始变量.

对于不可压缩牛顿流体,忽略粘性耗散,密度采

用 Boussinesq 假设,在层流状态下,连续性方程、动量方程、能量方程以及辐射传递方程(吸收发射性灰介质)无因次形式<sup>[10]</sup>分别为

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla p + Pr \nabla^2 \vec{v} - Ra Pr T \vec{g} - \gamma Ra Pr T \nabla b^2, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = \nabla^2 T - \nabla_{\tau} \cdot \vec{q}_r, \quad (4)$$

$$\frac{dI}{d\tau} = -I + \Theta^4. \quad (5)$$

### 1.3 边界条件

采用非滑移速度边界条件,壁面速度为零;左侧壁面温度  $T_c^+$  与右侧壁面温度  $T_h^+$  之比  $T_c^+ / T_h^+ = 0.5$ ,  $x = 0$  处  $T = -0.5$ ,  $x = 1$  处  $T = 0.5$ ;对于上下绝热表面,  $(\vec{q}_c + \varepsilon \vec{q}_r) \cdot \hat{n} = 0$ , 其中  $\hat{n}$  为边界内法线单位矢量;对于黑体壁面,当  $\hat{n} \cdot \Omega > 0$  时,  $I(\Omega) = \Theta^4$ ;壁面上无因次对流热流分布  $\vec{q}_{total} \cdot \hat{n} = (\vec{q}_c + \vec{q}_r) \cdot \hat{n}$ , 其中  $\vec{q}_c = -\nabla T$ ,  $\vec{q}_r = \int_{4\pi} I(\Omega) \Omega d\Omega$ ,  $\Omega$  分别为辐射传输单位矢量及立体角. 对流努赛尔数、辐射努赛尔数和总努赛尔数分别定义  $Nu_{con} = \vec{q}_{con} \cdot \hat{n}$ ,  $Nu_{rad} = \vec{q}_{rad} \cdot \hat{n}$ ,  $Nu_{total} = \vec{q}_{total} \cdot \hat{n}$ , 在冷、热壁面上分别用下角标 c、h 表示.

### 1.4 数值方法

流场与温度场通过基于有限体积法的开源软件 Code\_Saturne<sup>[11]</sup> 计算求解;辐射传递方程利用自编程序 DOM<sup>[12]</sup> 求解并将该程序模块植入软件中,改变能量方程源项. 离散格式:时间项采用 Euler 隐式格式;有限对流项采用二阶迎风差分;压力采用多重网格算法. 立体角离散方向数为 S6<sup>[13]</sup>. 空间离散采用  $50 \times 50$  的非均匀网格,其计算结果与  $100 \times 100$  的非均匀网格相比,最大误差仅为 0.2%.

## 2 模拟结果与分析

目前尚未有实验和理论研究热辐射对参与性介质热磁对流的作用. 文献[14]研究了热辐射与自然对流的耦合,其中普朗克数  $Pl = 0.02$ , 普朗特数  $Pr = 0.72$ ,  $Ra = 5 \times 10^6$ . 在此基础上,本文通过改变  $\gamma$  或  $\gamma Ra$  施加磁场影响,改变光学厚度  $\tau$  研究热辐射的作用.

图 2~4 分别为  $\gamma Ra = 10^5, 10^6, 10^7$  流线分布,图 5~7 分别为  $\gamma Ra = 10^5, 10^6, 10^7$  先进温线分布. 当不考虑热辐射作用时,如图 2(a)、3(a)、4(a) 中所示,  $\gamma Ra$  从  $10^5$  增至  $10^7$ , 从重力(或重力引起的浮升力)占主导作用转变成磁场力占主导作用,重力影响弱化,因此流场逐渐从中心对称变为沿水平中心线近似

对称. 流体在右侧面受加热影响浮升力向上,而在左侧面流体受冷却影响浮升力向下. 在水平中心线上方,磁场力方向始终与浮升力方向相同,因此流动为单个涡旋,并起到一定的强化作用;在水平中心线下方,磁场力方向始终与浮升力方向相反,二者之差随空间位置变化且呈非对称分布,特别是当磁场力与重力相比较大时 ( $\gamma Ra = 10^7$ ),流场呈现旋转方向相反的双涡旋分布,并且靠近右侧加热面附近的涡旋较大.

考虑辐射对热磁对流的影响,当磁场力与重力相比较小时 ( $\gamma Ra \leq 10^6$ ),在图 2~3 中,除了光学薄介质  $\tau = 0.1$  时流场中心区出现双涡旋,其他光学厚

度下流场中心始终为单涡旋,并且随光学厚度增加,流动变强;而在图 5、6 中,辐射传输使得介质内换热增强,右侧热面的热量能够在空间腔体内深入传播,所以水平中心线附近的温度大幅度地升高,并且随光学厚度增加,热辐射的作用趋于导热,此时辐射仅对局部传热产生影响,因此等温线扭曲减小. 当磁场力与重力相比较大时 ( $\gamma Ra = 10^7$ ),随着光学厚度增加,热辐射对温度场的影响越来越强,高温流体占据越来越多的空间(见图 7,  $\tau = 0.1 \rightarrow 10.0$ ),因此靠近右侧加热面附近的涡旋越来越大,而左侧涡旋则越来越小(见图 4,  $\tau = 0.1 \rightarrow 10.0$ ).

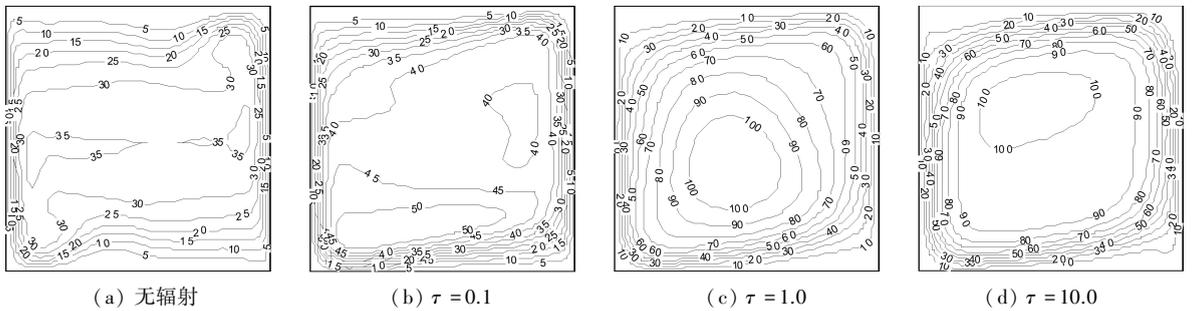


图 2  $\gamma Ra = 10^5$  流线分布

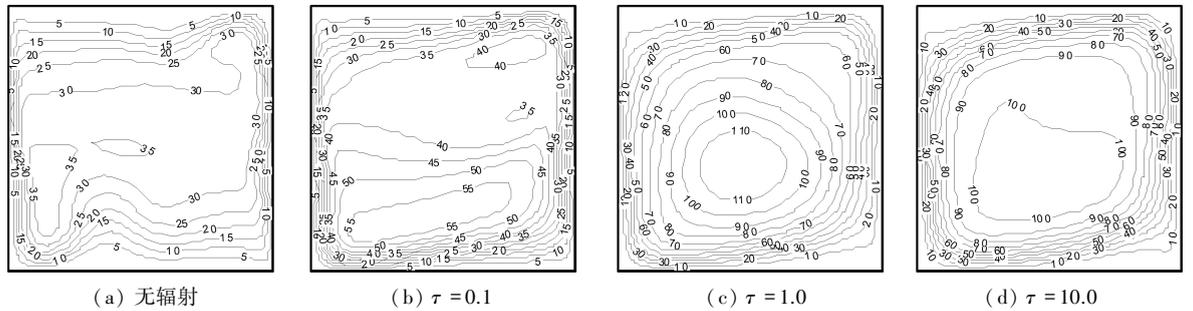


图 3  $\gamma Ra = 10^6$  流线分布

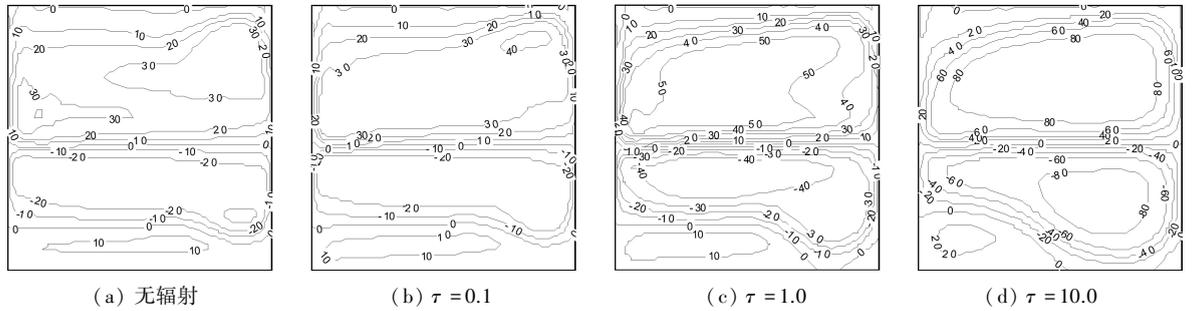


图 4  $\gamma Ra = 10^7$  流线分布

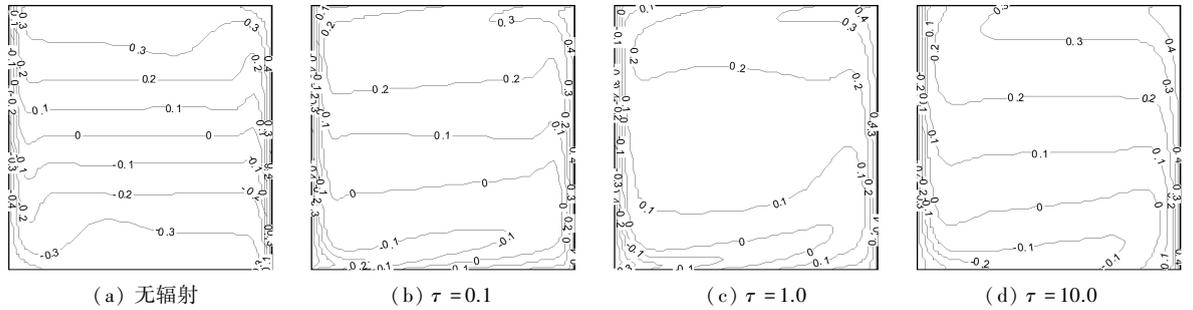


图 5  $\gamma Ra = 10^5$  等温线分布

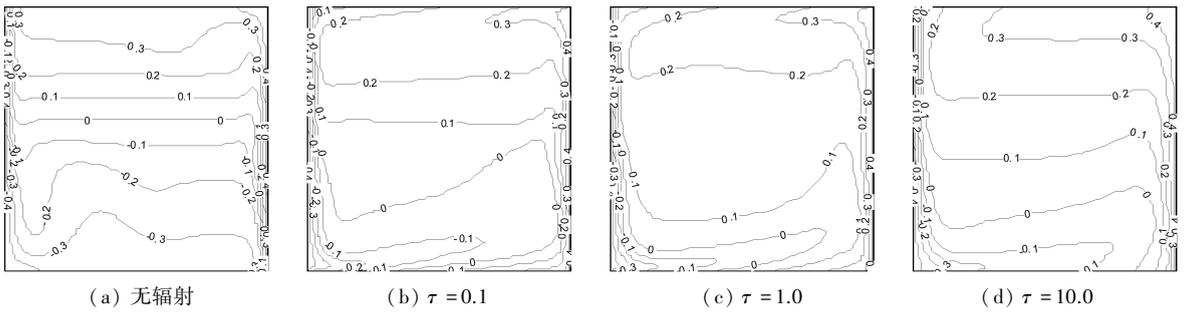


图6  $\gamma Ra = 10^6$ 等温线分布

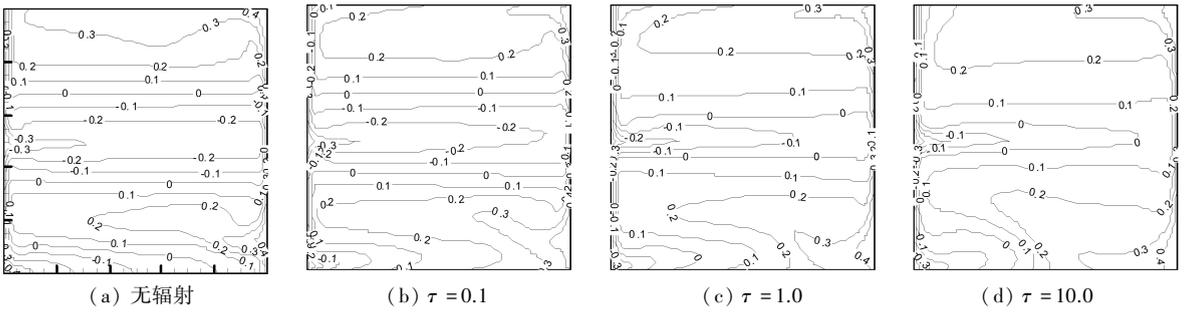


图7  $\gamma Ra = 10^7$ 等温线分布

图8、9中分别给出了水平和垂直中心线上温度和速度分布。当磁场力与重力相比较小时 ( $\gamma Ra \leq 10^6$ ), 流动主要受浮升力影响, 温度和速度分布变化很小, 流体在右侧面受加热影响浮升力向上, 而在左侧面受冷却影响浮升力向下, 因此流动呈逆时针方向运动; 当磁场力占主导作用时 ( $\gamma Ra = 10^7$ ), 竖直

中心线上温度和速度分布呈对称分布。受辐射作用, 腔体中心区域温度升高。壁面附近存在较大的温度和速度梯度。速度梯度一般随着光学厚度增加而增加, 但对于  $\gamma Ra = 10^7$ , 加热面附近水平中心线上  $v_x$  分布与无辐射相比趋于零, 说明此时辐射对流存在一定的抑制作用。

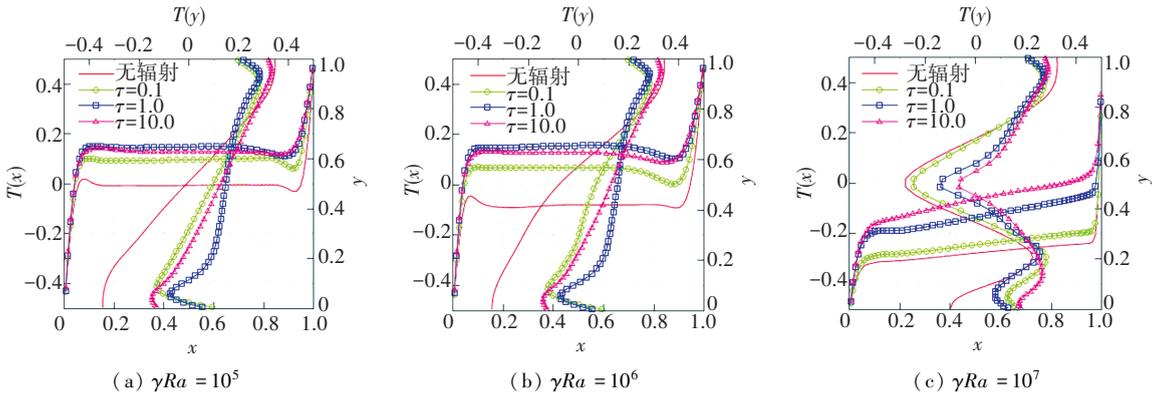


图8 水平和垂直中心线上温度分布

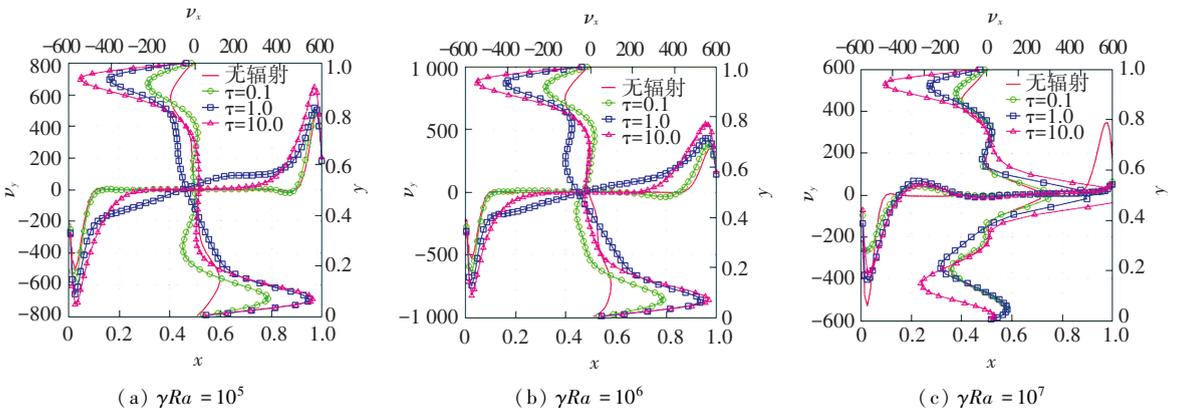


图9 水平和垂直中心线上速度分布

表 1、2 给出了不同磁瑞利数、光学厚度下热、冷壁面上对流努赛尔数、辐射努赛尔数和总努赛尔数。随光学厚度增加,  $Nu_{total}$  减少。在相同的光学厚度下, 从表 2 中可以看到当磁场力与重力相比较小时 ( $\gamma Ra \leq 10^6$ ), 随  $\gamma Ra$  增加努赛尔数变化很少; 然而当  $\gamma Ra = 10^7$  磁场力占主导作用时,  $Nu_{con}$  增加明显, 而  $Nu_{rad}$  基本保持不变。对任意  $\gamma Ra$ , 与纯热磁对流 (表 1) 相比, 辐射增强了空间内的换热, 所以  $Nu_{total}$  增加。而随着  $\tau$  增加, 热面上的辐射能量在介质中传输变弱, 辐射效果趋于导热,  $Nu_{rad}$  明显减少, 所以导致  $Nu_{total}$  减少。

表 1 不考虑热辐射影响时平均努赛尔数

$\gamma Ra$	$Nu_{con,h}$	$Nu_{rad,h}$	$Nu_{total,h}$	$Nu_{con,c}$	$Nu_{rad,c}$	$Nu_{total,c}$
$10^5$	14.012 4	0	14.012 4	14.012 4	0	14.012 4
$10^6$	13.658 9	0	13.658 9	13.658 9	0	13.658 9
$10^7$	22.161 3	0	22.161 3	22.160 9	0	22.160 9

表 2 考虑热辐射影响时平均努赛尔数

$\gamma Ra$	$\tau$	$Nu_{con,h}$	$Nu_{rad,h}$	$Nu_{total,h}$	$Nu_{con,c}$	$Nu_{rad,c}$	$Nu_{total,c}$
$10^5$	0.1	9.173 8	38.725 0	47.898 8	14.530 9	33.367 8	47.898 7
$10^5$	1.0	7.568 5	31.511 9	39.080 4	14.954 9	24.125 5	39.080 4
$10^5$	10.0	8.791 2	20.645 2	29.436 4	16.490 7	12.945 7	29.436 4
$10^6$	0.1	8.884 9	38.776 1	47.661 0	14.342 6	33.318 4	47.661
$10^6$	1.0	7.403 9	31.522 7	38.926 6	14.841 9	24.084 7	38.926 6
$10^6$	10.0	8.554 8	20.600 7	29.155 5	16.385 9	12.769 7	29.155 6
$10^7$	0.1	20.277 8	37.543 4	57.821 2	23.217 5	34.603 4	57.820 9
$10^7$	1.0	16.065 3	31.526 7	47.592 0	23.647 9	23.942 5	47.590 4
$10^7$	10.0	14.577 2	22.415 6	36.992 8	23.425 2	13.567 0	36.992 2

### 3 结 论

1) 应用数值模拟方法研究重力作用下二维封闭腔体内顺磁性半透明介质的热磁对流与辐射传输的耦合换热问题。腔体外施加非均匀磁场。针对纯热磁对流问题以及不同光学厚度下的耦合问题, 分析了不同磁场强度、光学厚度下, 流场、温度场以及平均努赛尔数  $Nu$  的分布特点及规律。结果表明, 磁场、热辐射均对流动换热存在明显的强化作用。

2) 随着光学厚度增加, 辐射效果趋于导热, 对腔体内流动换热存在一定的抑制作用。

### 参考文献

[1] SAZAKI G. Crystal quality enhancement by magnetic fields [J]. *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, 2009, 101:45-55.

[2] WAKAYAMA N I, WAKAYAMA M. Magnetic acceleration of inhaled and exhaled flows in breathing [J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2000, 39:262-264.

[3] UETAKE H, HIROTA N, NAKAGAWA J, et al. Thermal convection control by gradient magnetic field [J]. *Journal of Applied Physics*, 2000, 87(9):6310-6312.

[4] 杨立军, 杨昆仑, 任建勋, 等. 梯度磁场作用下自然对流换热强化 [J]. *化工学报*, 2000, 56(7):1181-1186.

[5] HAN C Y. Hydromagnetic free convection of a radiating fluid [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2009, 52:5895-5908.

[6] ZHANG Jingkui, LI Benwen, CHEN Yuanyuan. Hall effects on natural convection of participating MHD with thermal radiation in a cavity [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, 66:838-843.

[7] JENA S K, MAHAPATRA S K, SARKAR A. Coupled magneto-buoyant convection and radiation in an inclined enclosure: an exhaustive study [J]. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2014, 24(1):237-264.

[8] SOPHY T, SADAT H, GBAHOUE L. Convection thermomagnétique dans une cavité différentiellement chauffée [J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2005, 32:923-930.

[9] BEDNARZT, LIN W, PATTERSON J, et al. Scaling for unsteady thermo-magnetic convection boundary layer of paramagnetic fluids of  $Pr > 1$  in micro-gravity conditions [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2009, 30:1157-1170.

[10] TAGAWA T, SHIGEMITSU R, OZOE H. Magnetizing force modeled and numerically solved for natural convection of air in a cubic enclosure: effect of the direction of the magnetic field [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, 45(2):267-277.

[11] ARCHAMBEAU F, NAMANE M, SAKIZ M. A finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows: industrial applications [J]. *International Journal on Finite Volumes*, 2004, 1(1):1-62.

[12] FIVELAND W A. Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures [J]. *Journal of Heat Transfer*, 1984, 106:699-706.

[13] MODEST M. Radiative heat transfer [M]. 2nd Rev. ed. New York: Academic Press Inc, 2003.

[14] YÜCEL A, ACHARYA S, WILLIAMS M L. Natural convection and radiation in a square enclosure [J]. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 1989, 15(2):261-278.

(编辑 魏希柱)