

doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2015.09.020

高速公路主线可变限速控制方法

马明辉¹,杨庆芳^{1,2},梁士栋¹

(1. 吉林大学 交通学院,130022 长春;2. 汽车动态模拟国家重点实验室(吉林大学),130022 长春)

摘 要:为了解决高流量状态下高速公路主线瓶颈区域交通流运行态势恶劣,导致车辆行程时间增加、道路通行效率降低等问题,从高速公路交通流运行时-空特性角度出发,对宏观交通模型 METANET 改进,使其能够描述可变限速控制条件下道路交通流运行状态,并以改进模型为基础,提高通行效率和缩短行程时间为目标,构建高速公路主线交通优化控制模型. 实验结果表明:高速公路主线可变限速控制方法能够根据道路交通流量的变化对安全限速值动态设置,实现对危险区车辆到达率的动态控制. 实施高速公路主线可变限速控制方法可有效提高道路通行效率,缩短车辆行程时间.

关键词:高速公路;优化控制模型;宏观交通流模型;METANET;可变限速控制

中图分类号: U491 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2015)09-0107-05

A method of variable speed limit control for traffic flow on freeway mainline

MA Minghui¹, YANG Qingfang^{1,2}, LIANG Shidong¹

(1. College of Transportation, Jilin University, 130022 Changchun, China;
2. State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control(Jilin University), 130022 Changchun, China)

Abstract: The traffic state would become congested at the bottleneck region during peak period, which increase travel time, and decrease efficiency. From time-space traffic characteristics on freeway mainline, macroscopic traffic flow model METANET is modified to describe the traffic flow with VSL control. Furthermore, based on the modified traffic flow models, establish the VSL models at bottleneck region, with the objective of improving traffic efficiency and decreasing travel time. As part of the VSL control algorithm, the proposed VSL control model is implemented at VISSIM simulation platform, the results reveal that the given VSL values according to real time traffic flow conditions can control the vehicles arriving effectively. Therefore, the implement of VSL control can improve traffic efficiency and decrease travel time effectively.

Keywords: freeway; optimal control model; macroscopic traffic flow model; METANET; variable speed limits

高速公路瓶颈区域作为高速公路交通运行危险区,存在车辆频繁加(减)速、合流等现象,交通问题凸显. 为了寻找合理、有效的高速公路控制方法,缓解或消除主线瓶颈区域交通问题,国内外学者从不同角度展开研究,并提出了大量的控制方案,主要包括匝道控制和主线控制两大类. 高速公路主线瓶颈区域形成主要源于不稳定因素影响,包括交通事故、临时施工等,瓶颈区域时间和地点具有非固定性,而匝道控制主要对匝道附近瓶颈区域控制效果明显^[1],本文选用主线控制作为高速公路瓶颈区域控制方法. 可变限速控制(variable speed limits, VSL)

作为新兴的高速公路主线控制策略,已广泛应用于高速公路交通控制中^[2-4],并取得了良好的控制效果^[5-7]. VSL 核心在于限速值的确定^[8],限速值确定方法包括交通流模型和人工智能算法两类^[9]. 人工智能算法需要大量实测数据作为模型训练数据,内置模型具有不可测性,且掺杂人为定义参数,在应用过程中很难得到合理的限速值. 而交通流模型是通过对交通流运行特点和数据综合分析对限速值计算,能够真实反映交通态势情况,其参数设置与交通流运行情况紧密相关. 本文在分析高速公路主线交通流运行特点的基础上,对交通流模型 METANET 描述范围扩展,将 VSL 融合于 METANET,并结合高速公路瓶颈区拥挤形成特点,构建高速公路主线瓶颈区域可变限速控制模型,拟解决高流量下主线瓶颈区域交通拥挤导致道路安全性降低及服务水平下降等问题.

收稿日期: 2014-05-08.

基金项目: 国家自然科学基金(51408257);

山东省省管企业科技创新项目(20122150251-5).

作者简介: 马明辉(1989—),女,博士研究生;

杨庆芳(1966—),女,教授,博士生导师.

通信作者: 杨庆芳, yangqf@jlu.edu.cn.

1 宏观交通流模型 METANET

通过宏观交通流模型 METANET 对交通流动态速度连续守恒方程在时间和空间上离散化处理, 以实现交通流在时空域中运行态势变化的描述^[10]. 由于 METANET 模型构建过程中未考虑速度控制因素, 因此需对 METANET 宏观交通流模型进行扩展, 以实现可变限速控制条件下高速公路交通流运行状态变化的描述.

为了实现对高速公路交通流运行状态的离散化研究, METANET 模型要求将高速公路主线划分为 m 个基本路段(基本路段内道路属性一致), 并针对基本路段交通流运行情况描述. 以路段 m 为例, 如图 1 所示, 将 m 划分单元长度为 Δx_m 的 N_m 个基本单元, 每个单元 i 内包含交通流参数: 交通流密度 $\rho_{m,i}(k)$, 平均速度 $v_{m,i}(k)$, 驶入流量 $q_{m,i-1}(k)$, 驶出流量 $q_{m,i}(k)$. 其中 T 为离散时间间隔, 一般取 $T = 10$ s; k 为时间间隔步数, $k = 0, 1, \dots, k_p$; t 为采样时刻, $t = kT$. 单元 i 中流出的交通流量等于密度、平均速度及车道数 λ_m 的乘积, 即

$$q_{m,i}(k) = \rho_{m,i}(k) v_{m,i}(k) \lambda_m. \quad (1)$$

单元 i 密度等于前一时间间隔内单元 i 密度与前一时间间隔单元 i 密度变化量相加, 即

$$\rho_{m,i}(k+1) = \rho_{m,i}(k) + \frac{T}{\Delta x_m \lambda_m} [q_{m,i-1}(k) - q_{m,i}(k)]. \quad (2)$$

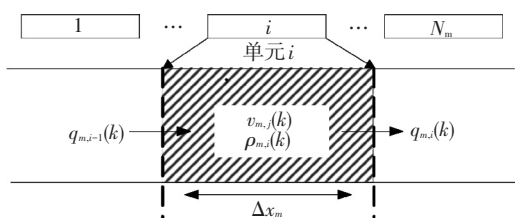


图 1 高速公路主线基本路段 m 示意图

根据式(1)、(2)对单元 i 交通流物理特征的描述, 构建单元 i 动态速度同密度参数及期望速度关系描述模型. METANET 模型中第 $k+1$ 采样间隔内动态速度值等于 k 采样间隔中车辆平均速度与驾驶员期望速度 $V[\rho_{m,i}(k)]$ 离差同由 $q_{m,i-1}(k)$ 引起的速度增加(减少)量及交通流密度对驾驶员经验速度影响变化量之和, 即

$$v_{m,i}(k+1) = v_{m,i}(k) + \frac{T}{\tau} \{V[\rho_{m,i}(k)] - v_{m,i}(k)\} + \frac{T}{\Delta x_m} [v_{m,i-1}(k) - v_{m,i}(k)] v_{m,i}(k) - \frac{vT}{\tau \Delta x_m} \frac{\rho_{m,i+1}(k) - \rho_{m,i}(k)}{\rho_{m,i}(k) + \kappa}. \quad (3)$$

式中: τ 、 v 、 κ 均为模型参数, 期望速度为

$$V[\rho_{m,i}(k)] = v_{f,m} \exp \left[-\frac{1}{\alpha_m} \left(\frac{\rho_{m,i}(k)}{\rho_{c,m}} \right)^{\alpha_m} \right]. \quad (4)$$

式中: α_m 为模型参数, $v_{f,m}$ 为自由流速度, $\rho_{c,m}$ 为临界密度.

METANET 模型中引用速度-密度关系式(4)作为动态速度式(3)的输入模型, 由于式(4)不能完全实现对限速条件下交通流运行状态的描述, 当交通流处于拥挤流状态时, 车辆加减速频繁, 交通流运行不稳定, 而由式(4)计算得到的交通流速度平缓下滑, 不能真实地描述限速条件下交通流运行情况, 因此, 需根据限速条件下交通流状态变化情况对式(4)进行修正. 驾驶员期望速度随交通密度变化而改变, 当道路交通处于自由流状态时, 驾驶员期望速度高于限速值, 但由于限速值限制, 驾驶员只能遵从限制速度驾驶车辆; 当道路密度大于临界密度时, 车辆间相互干扰严重, 此时驾驶员期望速度低于限速值. 因此可取驾驶员经验期望速度与限速条件下期望速度最小值作为限速条件下速度-密度关系式, 即

$$V_{m,i}[\rho_{m,i}(k)] = \min \left[v_{f,m} \exp \left[-\frac{1}{\alpha_m} \left(\frac{\rho_{m,i}(k)}{\rho_{c,m}} \right)^{\alpha_m} \right], (1+\beta)V_{d,m}^*(k) \right]. \quad (5)$$

式中: ρ_{jam} 为路段 m 阻塞密度, $V_{d,m}^*(k)$ 为 k 时刻路段 m 的限速值, β 为驾驶员服从率.

为了实现 METANET 模型对高速公路 VSL 控制条件下交通流运行情况的描述, 引入可变比率系数 R_V (variable ratio) 作为 VSL 控制对交通流状态影响因子. R_V 为法定限速值 $V_{d,m}(k)$ 与可变限速值 $V_{d,m}^*(k)$ 差值同法定限速值 $V_{d,m}(k)$ 的比值, 如式(6)所示. 进而给出 R_V 同交通流密度的函数关系, 如式(7)所示, 式中 $\rho_{c,m}^*$ 为限速条件下路段 m 临界密度, C_m 为模型参数.

$$R_V m(k) = \frac{V_{d,m}(k) - V_{d,m}^*(k)}{V_{d,m}(k)}, \quad (6)$$

$$\rho_{c,m}[R_V m(k)] = \rho_{c,m}^*[R_V m(k) \cdot C_m + 1]. \quad (7)$$

式(1)~(3)、(5)~(7)联合可用于对可变限速控制条件下交通流运行状态描述, 同时, 可获得任何时段和路段的交通三参数, 同时能够满足离线或者在线的参数获取, 为限速控制的实施奠定了基础.

2 主线瓶颈区域可变限速控制模型构建

以往研究表明, 静态限速控制不能有效地缓解瓶颈区域产生的交通问题. 本文在对高速公路瓶颈区域交通运行特点分析的基础上, 提出以最大通行交通量和最小行程时间为综合控制目标的瓶颈路段

可变限速控制模型, 以提升瓶颈区域服务水平.

2.1 主线瓶颈区域交通流运行态势分析

根据基本路段划分原则, 将图 2 中高速公路瓶颈区域划分为两个基本路段, 即分别为路段 $m-1$ 和路段 m . 路段 m 为瓶颈路段, 引发交通流运行状态改变; 路段 $m-1$ 为瓶颈路段 m 的辐射路段, 迎合来自瓶颈路段 m 引发的波动性干扰. 随着路段 $m-1$ 的进口交通流量 $q_{in,m-1}$ 改变, 两路段交通流状态的变化既相互联系又有所差异^[11], 如图 3 所示.

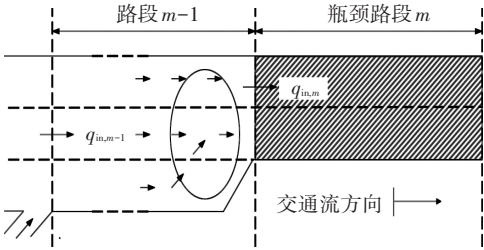


图 2 高速公路瓶颈区域基本图

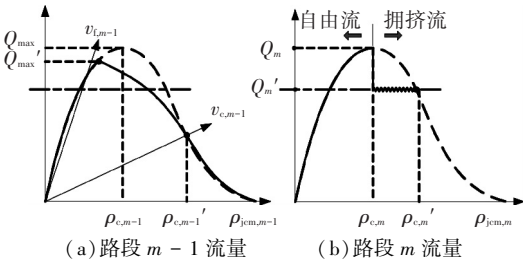


图 3 高速公路瓶颈区各路段交通流变化曲线

图 3 中, $Q_{\max}$ 为路段 $m-1$ 的通行能力; Q_m 和 $Q'_m = (1-\gamma)Q_m$ 分别为瓶颈区域产生排队前、后瓶颈路段 m 的最大通行交通量; 曲线上标记点为交通流状态转换点. 结合图 2, 3, 当 $q_{in,m-1} \leq Q_m$ 时各路段交通处于自由流状态, 此时车辆以流量 $q_{in,m-1}$ 通过瓶颈路段 m ; 当 $Q'_m < q_{in,m-1} \leq Q_{\max}$ 时, 路段 m 交通量逐渐趋于饱和, 车流运行缓慢且出现走走停停现象, 随着进口流量 $q_{in,m-1}$ 增加, 瓶颈区域内车辆相互干扰严重, 致使瓶颈路段 m 最大通行交通量 Q_m 下降至 Q'_m , 受路段 m 通行交通量变化波动影响, 路段 $m-1$ 的交通流运行速度由自由流速度下降为阻塞速度 ($v_{f,m-1} \rightarrow v_{c,m-1}$), 此时各路段交通运行稳定性较差; 当 $Q'_m < q_{in,m-1}$ 时, 随着进口流量 $q_{in,m-1}$ 大量流入, 路段 $m-1$ 内进一步受到来自路段 m 冲击波的影响产生排队现象, 此时路段 m 交通流保持以 Q'_m 流出, 路段 $m-1$ 交通状态恶化, 瓶颈区域处于交通拥挤状态.

综上所述, 高速公路主线瓶颈区域相对一般主线路段交通流运行态势变化复杂. 因此要实现对瓶颈区域交通流运行态势描述模型全面构建, 须首先明确瓶颈路段 m 在不同条件下交通参数的变化情况. 通过对瓶颈区域及辐射区域交通流运行态势分析, 构建瓶颈路段进口处密度变化描述模型为

$$\rho_m(k) = \begin{cases} \frac{\rho_{m-1}(k-1)v_{m-1}(k-1)}{v_m(k)}, & \rho_{m-1}(k) < \rho_{c,m}; \\ \rho_m(k-1) + \left(\frac{q_{in,m}(k) - q_{out,m}(k)}{v_m(k)} \right), & \rho_{c,m} \leq \rho_{m-1}(k) \leq \rho_{jam,m}. \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\rho_m(k)$ 、 $q_{in,m}(k)$ 分别为瓶颈路段交通密度和进口流量. 对高速公路实施可变限速控制既是对限速路段中所有单元 $\sum_{i=1}^{N_m} i$ 均实施可变限速控制, 假定驾驶员对可变限速控制完全服从, 则限速路段的交通流速度等于可变限速控制速度值 u , 即

$$V(k+1) = u(k). \quad (9)$$

2.2 主线瓶颈区域可变限速控制模型构建

通过对图 3 的分析, 当瓶颈路段上游流量大于瓶颈路段最大通行交通量 Q_m 时, 瓶颈路段被激活, 此时瓶颈路段上游将产生排队现象, 瓶颈区域交通状态恶化, 为减少车辆到达率, 缓解瓶颈区域拥挤程度, 应在瓶颈路段上游设置限速路段, 如图 4 所示.

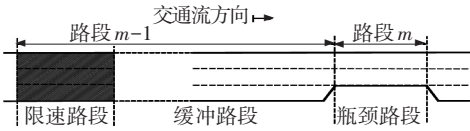


图 4 瓶颈区域限速路段设置示意图

限速路段设置位置直接影响瓶颈区域交通控制效果, 如设置位置距离过远, 则无法实现对瓶颈区域交通流有效控制, 反之, 设置距离过近, 则限速路段可能受瓶颈区域排队干扰至控制失效. 因此, 根据瓶颈区域实际交通参数数据及文献[12]研究, 建议取 500~700 m 作为限速路段和瓶颈路段间缓冲路段, 以实现限速优化控制策略实施效果最优.

高速公路瓶颈区域交通优化控制相关研究中, 通常采用高速公路瓶颈区域车辆总行程时间或总通行能力作为可变限速控制控制目标, 控制特点如下: 以最短总行程时间为优化控制目标, 瓶颈区域交通保持低密度、高速度状态运行. 当流量较低时, 控制效果明显; 而当流量大幅度增加时, 将致使控制区域上游出现严重的排队现象, 不仅限制了高速公路资源的有效利用, 同时也降低了道路服务水平. 以提高总通行交通量作为控制目标, 道路交通流运行速度较低, 交通流密度较高, 道路通行交通量最大程度接近其通行能力, 其虽能够减少道路排队现象的产生, 提高道路利用率, 但将导致道路交通流的稳定性降低, 出现高速不再“高速”的现象, 削弱了高速公路相对于其他等级道路的优越性.

因此, 单独采用总行程时间或通行交通量作为可

变限速控制策略的优化控制目标均存在一定的弊端. 同时, 相邻采样间隔内可变限速比率变化情况直接影响着道路交通运行稳定性, 变化幅度过大将会导致驾驶员无法实现驾驶行为的合理调整. 因此, 为了确保高速公路瓶颈区域交通安全, 使交通流快速、大量通过瓶颈区域, 拟采用行程时间 TTT (total travel time)、通行交通量 TTC (total traffic capacity) 及可变比率系数 R_v 作为基础模型, 构建 VSL 优化控制目标函数为

$$J = T \sum_{k=1}^{k_p-1} \sum_m \sum_{i=1}^{N_m-1} \alpha_T \lambda_m \Delta x_m \rho_{m,i}(k) - T \sum_{k=1}^{k_p-1} \sum_m \sum_{i=1}^{N_m-1} \alpha_C \lambda_m \rho_{m,i}(k) v_i(k) + T \sum_{k=1}^{k_p-1} \sum_m \alpha_{R_v} [R_{v_m}(k) - R_{v_m}(k-1)]^2. \quad (10)$$

式中: α_T 、 α_C 、 α_{R_v} 分别为相应分解式的权重系数, 具体数值根据实际应用数据和经验综合拟定. 等式右侧关系式依次为 TTT 模型、TTC 模型及控制率 VR 模型. 综上对高速公路瓶颈区域交通流运行状态的分析 and 可变限速控制目标函数的设定, 得出高速公路网路非线性宏观交通流时空离散模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = f[x(k), \mu(k), k], \\ x(0) = x_0. \end{cases} \quad (11)$$

式中: x 和 μ 分别为状态变量及控制变量. 状态变量 x 包括密度 $\rho_{m,i}$ 和平均速度 $v_{m,i}$; 控制变量 μ 包括可变比率系数 R_v . 为了确保可变限速值合理性, 需从交通安全性、驾驶员服从性等角度出发对目标函数约束条件设定如下: 1) 为了确保驾驶员行车的安全性, 高速公路瓶颈区域可变限速值的设置必须低于道路允许的最大静态限速值, 即 $u_{m,\max}(k) \leq V_{m,\max}$; 2) 为了实现高速公路高效、便捷的独特优势, 可变限速值的设定应高于静态限速的最小值, 即 $u_{m,\min}(k) \geq V_{m,\min}$; 3) 为了满足驾驶员对车速变化的适应性, 提高可变限速控制的实施效果和行车安全性, 两个相邻时间间隔内的限速值绝对差值应满足 $|u_{m,\max}(k) - u_{m,\max}(k-1)| \leq \Delta V_{\max, \text{diff-time}}$.

根据文献[13], 同一路段相邻时刻可变限速值绝对差值 $|u_{m,\max}(k) - u_{m,\max}(k-1)|$ 设置为 5 的倍数, 一般取值为 10 km/h 或 20 km/h. 可变限速值设置为 10 的整数倍数, 其中 $V_{m,\max} = 100$ km/h, 根据文献[14]和真实交通流参数数据分析确定瓶颈区域 $V_{m,\min} = 40$ km/h.

3 实证分析

3.1 实验方案设计

选用京台高速公路某主线瓶颈区域作为仿真路段拟合区域, 并通过在该路段所采集的交通流参数数据对 VISSIM 仿真软件相关参数进行标定.

大、小车型成分为 2%、98%, 瓶颈路段及上游路段通行能力分别为 3 600、5 400 veh/h, 静态限速值为 100 km/h, 采样间隔 $T = 10$ s, 仿真时间共 2.5 h, 其中前 0.5 h 为暖机时间, 故选用后 2 h 数据作为验证数据. 设定单元间隔 $\Delta x_m = 250$ m, $C_m = 0.7$, 由于目标函数式(10)中 TTT 和 TTC 模型量纲不同, 为了平衡各模型对目标函数的影响, 以 TTC 模型为基准 $\alpha_C = 1$, TTT 模型权重参数 $\alpha_T = 2.5$.

3.2 实验结果分析

通过仿真获取静态限速和可变限速条件下瓶颈区域交通流参数数据, 两种控制策略条件下通行交通量和排队情况对比分别如图 5、6 所示.

结合图 5、6, 0~15 min 内, 静态限速条件下, 瓶颈区域内车辆相互干扰严重, 交通流不能以原峰值 3 508 veh/h 通过瓶颈区域, 通行交通量下降约 9.46%. VSL 条件下通行交通量存在骤降现象, 即由 3 576 veh/h 下降为 3 375 veh/h, 下降幅度为 5.62%, 相对静态限速而言, 通行交通量下降幅较小. 此时段内两种方案下瓶颈区域内排队形成. 在 15~50 min 时间内, 由于 VSL 控制对瓶颈区域上游车辆到达率限制, 为了确保交通流以较高交通量流出, 故该区域存在少许排队, 通行交通量波动均值为 3 345 veh/h. 而静态限速方案中, 瓶颈区域上游处于无控制状态, 故该区域排队严重, 平均排队长度为 455 m, 通行交通量波动均值为 3 181 veh/h. 故此时段内, VSL 条件下通行交通量高于静态控制. 在 50~90 min 时间内, 静态限速条件下瓶颈区域排队现象持续, 通行交通量在 3 038~3 257 veh/h 之间波动. 而 VSL 控制条件下瓶颈区域排队现象处于时有时无状态, 瓶颈区域流出率基本等于上游车辆到达率, 故 VSL 下交通量曲线波动性较大, 波动跨度最大为 1 335 veh/h. 因此相对静态限速, VSL 控制能够有效促使瓶颈区域通行交通量提升.

结合图 6~8, 在 15~90 min 时间内, 静态限速条件下瓶颈区域排队严重, 最大排队长度达到 648 m, 车辆延误增加, 致使行程时间较长, 最大行程时间达到 263 s, 车辆行程速度较低, 行程速度波动均值为 17.03 km/h. 相对静态限速控制, 此时段内可变限速控制效果明显: VSL 条件下瓶颈区域上游车辆到达率受限制, 瓶颈区域内排队和延误减少, 故 VSL 条件下车辆平均花费行程时间较少, 平均值为 104 s. 在 0~15 min 及 90~120 min 时间内, 由于进口道流量较少, 瓶颈区域车辆相互干扰较少, 此时段瓶颈区域无车辆排队产生或排队已经消散, 两种控制策略控制条件下车辆通过瓶颈路段行程时间变化无差别. 结合可变限速控制优化控制模型计算得到可变比率系数 R_v . 为了直观体现限速值变化, 对可变限速值换算如图 9 所示.

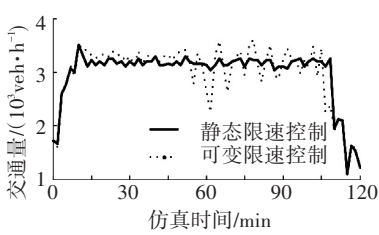


图 5 两种控制策略下瓶颈区域通行交通量变化对比

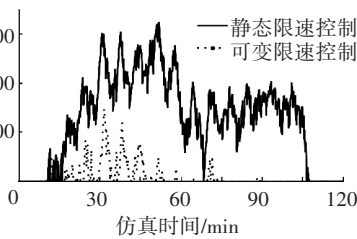


图 6 两种控制策略下瓶颈区域车辆排队对比

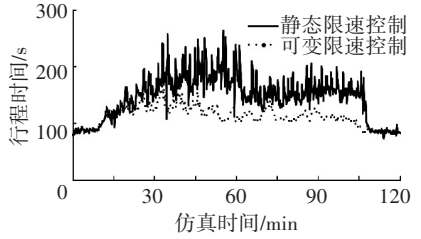


图 7 两种控制策略下瓶颈区域行程时间变化对比

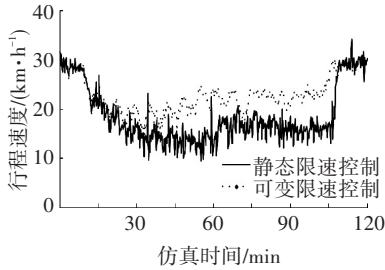


图 8 两种控制策略下瓶颈区域行程速度变化对比

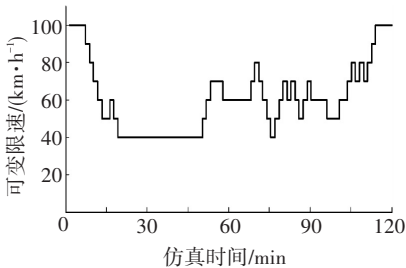


图 9 可变限速值变化曲线

由图 9 可知,可变限速值变化曲线中相邻可变限速值之间变化幅度为 0 或 10 km/h,满足驾驶员对限速值变化跨度的心理接受范围^[15]。

4 结 论

- 1) 针对高流量时高速公路主线瓶颈区域交通流运行状态不稳定问题,构建高速公路主线优化控制模型,并获得较好的控制效果。
- 2) 与无控制条件相比,高速公路主线交通优化控制方法条件下,高峰时段最大通行交通量下降幅度较小,为 5.62%。
- 3) 主线交通优化控制模型能够根据道路交通流量变化情况,对道路交通安全运行速度动态设置。为高速公路主线交通优化控制提供了科学合理的交通控制方法。

参考文献

[1] CARLSON R C, PAPAMICHAIL I, PAPAGEORGIOU M, et al. Optimal motorway traffic flow control involving variable speed limits and ramp metering[J]. Transportation Science, 2010, 44(2): 238-253.

[2] YUA R, ABDEL-ATYB M. An optimal variable speed limits system to ameliorate traffic safety risk[J]. Simulation, 2013, 21: 22.

[3] HADIUZZAMAN M, QIU T Z. Cell transmission model based

variable speed limit control for freeways[J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2013, 40(1): 46-56.

[4] 余凯. 不利条件下高速公路动态限速方法研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2010.

[5] ALLABY P, HELLINGA B, BULLOCK M. Variable speed limits: safety and operational impacts of a candidate control strategy for freeway application[J]. IEEE Transactions On Intelligent Transportation Systems, 2007, 8(4): 671-680.

[6] HEGYI A, DE SCHUTTER B, HELLENDORRN H. Model predictive control for optimal coordination of ramp metering and variable speed limits[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2005, 13(3): 185-209.

[7] HOURDAKIS J, MICHALOPOULOS P G. Evaluation of ramp control effectiveness in two twin cities freeways[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2002, 1811(1): 21-29.

[8] YANG X, LU Y C, CHANG G L. Exploratory analysis of an optimal variable speed control system for a recurrently congested freeway bottleneck [J]. Journal of Advanced Transportation, 2015, 49(2): 195-209.

[9] 薛行健, 宋睿, 晏克非. 城市快速路匝道合流区车速限制研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 44(6): 144-148.

[10] LEE C, HELLINGA B, SACCOMANNO F. Evaluation of variable speed limits to improve traffic safety [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2006, 14(3): 213-228.

[11] HEGYI A, DE SCHUTTER B, HELLENDORRN J. Optimal control of freeway networks with bottlenecks and static demand [J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2005, 1925(1): 29-37.

[12] HADIUZZAMAN M, FANG J, LUO Y, et al. Evaluating performance of a proactive optimal variable speed limit control using different objective functions[J]. Procedia Social and Behavioral Sciences, 2013, 96: 2895-2906.

[13] ABDEL-ATY M, CUNNINGHAM R J, GAYAH V V, et al. Dynamic variable speed limit strategies for real-time crash risk reduction on freeways [J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2008, 2078(1): 108-116.

[14] 程国柱. 高速道路车辆限制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007.

[15] 李杨. 高速公路可变速度控制方法研究[D]. 西安: 长安大学, 2011.

(编辑 魏希柱)