

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2016.01.008

数控加工中 NURBS 曲线的小线段离散方法

李建刚¹, 孙喜庆¹, 王琳², 郑德鹏¹

(1. 哈尔滨工业大学深圳研究生院, 518055 深圳; 2. 上海大屯能源股份有限公司选煤中心, 221611 江苏 徐州)

摘要: 针对将 NURBS 曲线离散成连续小线段轨迹问题, 提出局部等弦长、等弦差、偏转角可控的离散算法. 分别对等弦长、等弦差离散算法进行仿真, 验证这两种算法的优缺点; 结合弦长、弦差和偏转角之间的耦合关系, 提出对 NURBS 曲线进行区域分割, 实现离散后的小线段轨迹局部等弦长、等弦差, 轨迹相对光顺. 利用平面光栅进行实验验证, 实验结果表明: 利用该算法, 离散后的小线段轨迹可以很好地逼近原 NURBS 曲线, 并且保证轨迹相对光顺.

关键词: NURBS 曲线; 离散算法; 连续小线段轨迹; 等弦长; 等弦差

中图分类号: TH164

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2016)01-0053-05

NURBS curve separation algorithm for CNC machining

LI Jiangan¹, SUN Xiqing¹, WANG Lin², ZHENG Depeng¹

(1. Harbin Institute of Technology Shenzhen Graduate School, 518055 Shenzhen, China;

2. Shanghai Datun Energy Resources Co., Ltd Coal preparation center, 221611, Xuzhou, Jiangsu, China)

Abstract: A new method is proposed to solve the problem of NURBS curve separation. Firstly, both of the equal chord length and the equal error separation algorithms are simulated to verify the advantages and disadvantages. Given the relationships among chord length, error and deflection angle, the separation of the NURBS curve is proposed. The algorithm guarantees the chord length and error remaining unchanged, and the deflection angle stays in a feasible range. Then some simulations are carried out to test the correctness of the algorithm. At last, the plane grating is used to make an experience to verify the algorithm. Experimental results indicate that the continuous line segments can approach the NURBS curve with the proposed algorithm accurately and the fitting location is smooth. The proposed approach can discrete the NURBS curve into the continuous line segments effectively.

Keywords: NURBS curve; separation algorithm; continuous segments location; constant chord; constant error

目前, 多数 CAD/CAM 系统是采用 NURBS 参数曲线曲面形式来表达复杂的零件表面, 如汽车模型、飞行器模型、涡轮叶片等^[1-2]. 加工曲面的轨迹有两种输出形式:

第一种是针对传统的 CNC 机床只能实现直线插补和圆弧插补, CAM 必须根据各种设定误差, 将 NURBS 曲线离散成小线段, 用连续小线段轨迹近似 NURBS 曲线. 针对参数曲线的离散方式主要有等弦长和等弦差两种方法. 等弦长离散是保证离散后的小线段长度近似相等^[3-4]; 等弦差法是指离散后的小线段相对于原曲线弦差近似保持不变^[5]. 但上述两种离散算法主要针对曲线离散的弦差和计算的快速性方面进行研究, 并没有考虑离散后的小线段轨

迹中的线段长度、段间夹角等对数控系统中的插补、速度规划以及控制的影响, 例如过长或过短的小线段轨迹容易使机床产生较大的速度波动, 不利于机床的平稳运行; 而如果线段间的夹角过大, 则容易导致加工工件表面不够光顺.

第二种是直接输出 NURBS 曲线形式的刀具轨迹, 这种轨迹因为没有各种近似误差, 加工出的工件表面非常光滑. 目前, 国外许多高档的数控系统如 FANUC、SIEMENS 支持 NURBS 曲线插补方式. 同时, 已经有很多学者提出了 NURBS 曲线插补器设计的相关算法文献. 但是, 这些算法因为计算量较大或者支持的 NURBS 曲线有一定要求, 很难在实际系统中被广泛采用^[6-12].

为了在不支持 NURBS 曲线插补器的数控机床上加工出符合要求的光滑曲面, 又避免第一种轨迹带来的问题. 本文提出在 CAD/CAM 软件中输出

收稿日期: 2014-12-26.

作者简介: 李建刚(1976—), 男, 教授, 硕士生导师.

通信作者: 李建刚, jiangang_lee@163.com.

NURBS 曲线轨迹,将 NURBS 曲线离散成为微小直 line 段的算法和后续数控加工特性相结合,在原有算法的基础上,提出对连续 NURBS 曲线在局部范围的等弦长、等弦差、偏转角可控的离散算法,使曲线离散后的小线段轨迹在局部是等弦长、等弦差,更有利于进行后续的数控加工,同时算法考虑了段间夹角,保证了离散后的轨迹相对光顺。

1 NURBS 曲线及其离散

1.1 NURBS 曲线的定义和性质

一条 k 次 NURBS 曲线可以表示为一段有理多项式矢函数^[13]。

$$p(u) = \frac{\sum_{i=0}^n \omega_i d_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n \omega_i N_{i,k}(u)}$$

式中: $\omega_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 称为权重因子 (weights), 各自与控制点 $d_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 相关联。首末全因子 $\omega_0, \omega_n > 0$, 其余 $\omega_i \geq 0$ 。且顺序 k 个权因子不同时为零。 $N_{i,k}(u)$ 是由节点矢量 $U = [u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}]$ 按照德布尔-考克斯递推公式决定的 k 次规范 B 样条基函数:

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1}; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u)$$

规定 $\frac{0}{0} = 0$ 。

对于 NURBS 开曲线,常将两端节点的重重复度取为 $k + 1$, 且在大多数的应用里,端节点值分别取 0 和 1, 因此,曲线定义域 $u \in [u_k, u_{n+1}] = [0, 1]$ 。对于 k 次 NURBS 曲线上参数 $u \in [u_i, u_{i+1}]$ 的一点 $p(u)$, 至多与 $k + 1$ 个控制点 d_j 及相联的权因子 ω_j , $j = i - k, i - k + 1, \dots, i$ 有关, 与其他的顶点及权因子无关;若移动 k 次 NURBS 曲线的一个控制顶点 d_i 或改变所联系的权因子 ω_i , 将仅影响定义在区间 $[u_i, u_{i+k+1}] \subset [u_k, u_{n+1}]$ 上那部分曲线的形状,对曲线的其他部分不产生影响。

1.2 NURBS 曲线离散

1.2.1 等弦长离散

等弦长离散方法保证了曲线离散后小线段长度 L 的固定^[14]。

等弦长离散有一个弊端,如图 1 所示, A 区域曲率变化较小,应用等弦长方法可以满足离散要求;但 B, C 区域曲率改变较大,应用等弦长法进行离散改变了原曲线的形状。

1.2.2 等弦差离散

等弦差离散是指将曲线离散成连续小线段时,使整条曲线的弦差保持固定不变或不超过所规定的范围。在计算弦差 E 时,引入轮廓误差的概念,如图 2 所示,由于曲线线段很小,因此近似地将轮廓误差作为弦差。

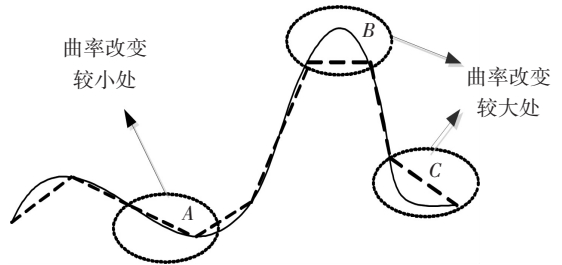


图 1 曲率与等弦长离散的关系

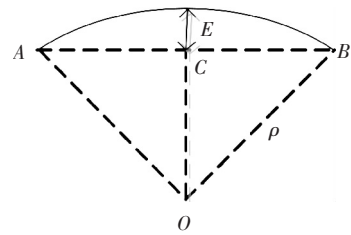


图 2 轮廓误差示意

误差的计算公式如下:

$$E = \rho - \sqrt{\rho^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} \approx \frac{(\angle AOC)^2 \times \rho}{2}$$

$$\angle AOC \approx \frac{L}{2\rho}$$

$$\Rightarrow E \approx \frac{L^2}{8\rho}$$

其中 ρ 是曲线的曲率半径。

但这种离散算法也有它的弊端,如图 3 所示。

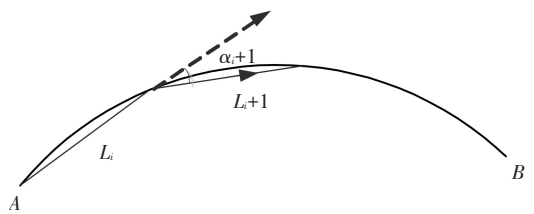


图 3 偏转角定义

L_i, L_{i+1} 是利用等弦差逼近曲线产生的连续小线段的长度,这里称 α_i 是相邻连续小线段之间的偏转角。当保证弦差不变时,偏转角 α_i 可能过大,从而造成尖角的产生。

2 局部等弦长、等弦差、偏转角可控的 NURBS 离散

本文的算法主要是对 NURBS 曲线进行局部划

分, 保证曲线离散后局部等弦长、等弦差、偏转角可控。图 4 是一条连续的 NURBS 曲线, 在 $u \in [u_m, u_n]$ 局部区间内对曲线进行离散。保证小线段轨迹弦长 L_1 、弦差 e 不变、偏转角 α 大小可控。

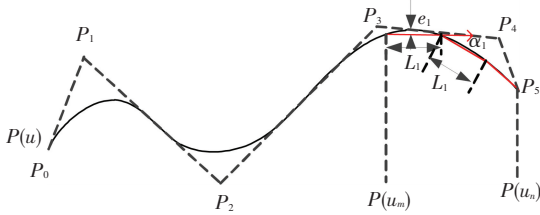


图 4 局部等弦长、等弦差、偏转角可控的离散算法示意
分析弦长 L 、弦差 e 、偏角 α 之间的关系如下:

对于一段曲线段, 当离散弦长 L 增大时, 则离散点的数目减少, 弦差 e 增大, 前后两段的小线段偏转角 α 增大, 离散后的连续小线段轨迹保型性降低; 当弦差 e 增大时, 弦长 L 相应的增大, 离散的数据点数降低, 偏转角 α 增大, 离散后轨迹保型性降低。

由以上分析可知, 弦长 L 、弦差 e 、偏转角 α 之间有相互制约、相互耦合的关系, 因此在离散时要考虑这 3 个变量之间的相互影响。

从参考文献[15]可知: 针对曲线采用伸缩步长法进行离散时, 离散前后的弦差主要受到弦长的影响, 为了保证离散后的弦差不变, 因此引进前后弦差比 f 这一参数, 如图 5 所示。

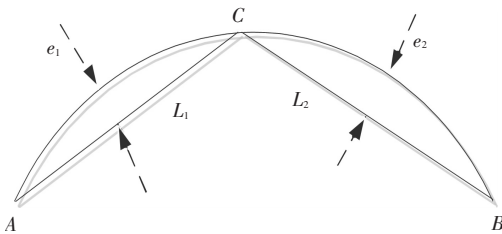


图 5 前后弦差比定义

设曲线段 AB 为某一参数曲线上一段, 被两条小线段离散, C 为两小线段的交点。各段离散的弦差分别为 e_1, e_2 , 弦长为 L_1, L_2 , 则

$$f = e_2 / e_1.$$

设参数 a, b , 其中 $a < 1 < b$ 。

- 1) 当 $f > b$ 时, 则 L_2 对应的弦差较前一段弦差过大, 因此缩短 L_2 。
- 2) 当 $f < a$ 时, 则 L_2 对应的弦差较前一段弦差过小, 因此伸长 L_2 。
- 3) 当 $a < f < b$, 则前后线段弦差近似相等, 弦长 L_2 满足离散条件。

实际应用中, 一般取 $a = 0.8, b = 1.2$, 具体视情况而定。因此, 在控制离散弦长不变的前提下, 检验

f 满足上述哪种情况就可以确定 NURBS 曲线的分割点; 然后通过验证离散后小线段的偏转角是否满足要求, 精确地定位到曲线的分割点。

离散过程如下: 设变量前一段起点终点为 P_{s1}, P_{e1} , 后一段起点终点为 P_s, P_e , 前一段弦差为 e_1 , 后一段弦差为 e , 两段偏转角 α_{e1e} 。

1) 首先初始化最大离散弦长 L_{max} 、最初离散弦长 L 、离散误差 E 、偏角 α 、以及弦长的伸缩步长 λ_s , $P_s = P_e = P(0)$ 。

2) 以 L 为弦长, 计算离散的第一个数据点。判断此时的弦差 e 是否满足离散误差 E , 如果满足, 转到 3)。否则, 缩短 L , 且 $L = L - \lambda_s$, 重复执行 2)。

3) $P_{s1} = P_s, P_{e1} = P_e, P_s = P_e, e_1 = e$, 输出 P_e , 记录此时 L , 转到 4)。

4) 以 L 为弦长, 计算离散的第一个数据点。判断此时的弦差 e 是否满足离散误差 E , 如果满足, 转到 5)。否则, 缩短 L , 且 $L = L - \lambda_{e1e}$, 重复执行 4)。

5) 计算此时 f 。

当 $f > 1.2$, 表明此段弦差较前一段弦差较大, 计算出来的为区域分割点, 因此缩短弦长 $L = L - \lambda_s$, 跳转至 4)。

当 $f < 0.8$, 表明此段弦差较前一段弦差较小, 计算出来的该点仍为区域分割点, 因此伸长弦长 $L = L + \lambda_s$, 如果弦长 $L \geq L_{max}$, 则令 $L = L_{max}$, 跳转至 4)。

当 $0.8 < f < 1.2$, 表明此时前后两段的离散线段弦长近似相等, 弦差近似相等;

进一步判断前后两段的偏转角 α_{e1e} ;

如果 $\alpha_{e1e} > \alpha$, 表明此时对于该段曲线, 选取的弦长过大, 由于已经满足等弦长等弦差, 所以, 此时弦长的伸缩步长要选择小一点, 为了精确的计算, 这里按照 $L = L - 0.1 * \lambda_s$ 计算, 跳转 4)。

如果 $\alpha_{e1e} < \alpha$, 则表明此点满足等弦长、等弦差、偏角可控的要求。输出 P_e 。

6) 依次循环计算至最后一点。

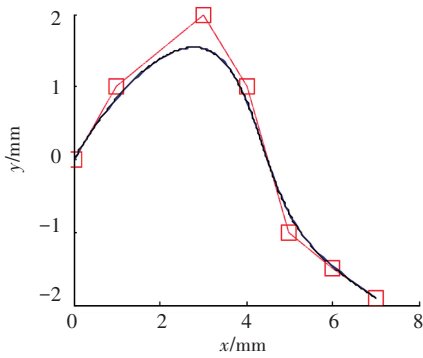
设 3 次 NURBS 曲线, 节点矢量

$$U = [0, 0, 0, 0.0.333, 0.666, 0.8, 1, 1, 1, 1],$$

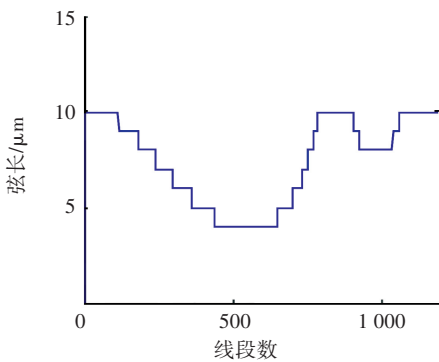
控制点 $\{(0, 0), (1, 1), (3, 2), (4, 1), (5, -1), (6, -1.5), (7, -1.9)\}$, 权重因子均为 1, 设离散弦长为 0.01, 弦差上限为 0.001, 偏转角为 2° 。仿真结果如图 6 所示。

由仿真结果可以看出, 经过该方法对 NURBS 曲线进行离散后, 弦长和弦差的变化为阶梯状, 即说明离散后的小线段轨迹弦长和弦差在局部范围内是近似相等的, 同时离散后的轨迹偏转角在设定的范围内, 说明了离散后的轨迹具有较高的光顺性; 从

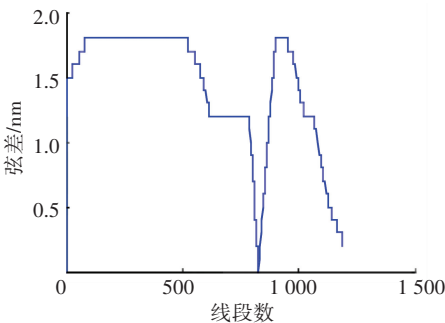
而在离散精度和光顺度满足要求的前提下,使离散后的连续小线更有利于直接进行 CNC 加工.



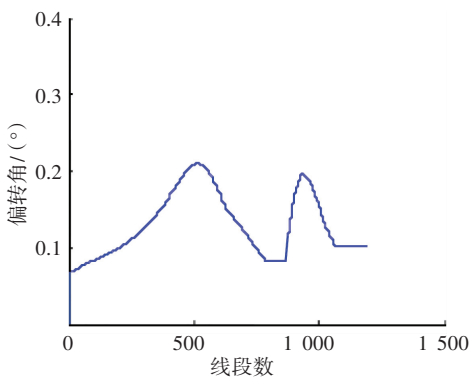
(a) NURBS 曲线



(b) 弦长变化示意



(c) 弦差变化示意



(d) 偏转角变化示意

图 6 NURBS 曲线局部等弦长、等弦差、偏转角可控的离散仿真

3 实验验证与分析

实验主要仪器是海德汉公司生产的 KMG181 型号平面光栅,该仪器是一种非接触式、利用光学知识进行运动检测的装置. 该仪器主要包括光栅平面、测头、机盒以及用于数据采集和分析的 ACCOM 软件.

实验的目的是为了验证关于 NURBS 曲线离散算法的可行性和优良性,并将该算法和原有的算法进行对比实验. 具体实验方法如下:

1) 以一条 NURBS 曲线为例,对曲线进行离散,分别利用等弦长、等弦差和本文提出的离散算法形成 3 条轨迹.

2) 利用平面光栅实验仪器,测量上述 3 条轨迹在实际运动过程中的偏离误差,由于机床误差是一定的,不同的轨迹会产生不同的运动偏差,从而对比了不同轨迹优化算法的差别.

实验采用 3 次 NURBS 曲线,控制点 $p = \{(0, 0), (2, 5), (8, 5), (12, 0), (8, -8), (0, -18), (-8, -18), (-12, 0), (-8, 5), (-2, 5), (0, 0)\}$ $k = 3U = [0, 0, 0, 0, 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]$, Mat-lab 绘图如图 7,其曲线曲率分布如图 8 所示.

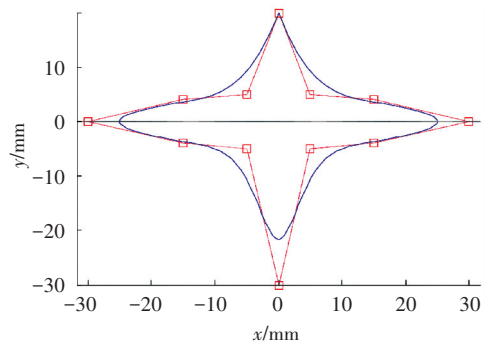


图 7 实验待测 NURBS 曲线

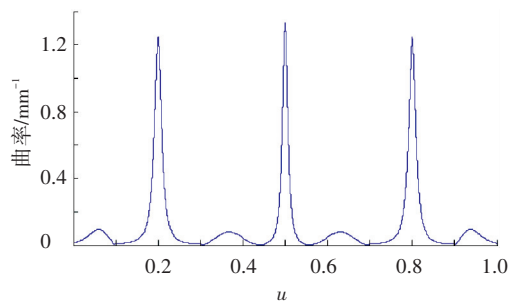


图 8 待测曲线曲率分布

从图 8 可以看出,实验所选的 NURBS 曲线共有 3 处曲率改变较大的地方,从前面的分析可知,对于曲率改变较大处,等弦长离散和等弦差离散都不能满足要求,因此该曲线具有一定的代表性,可以验证

本文所提算法的优越性. 将上述轨迹导入平面光栅中, 启动机床. 统计实验运行结果, 最大轨迹偏差和速度偏差值如表 1 所示.

表 1 轨迹运行状态表

算法种类	最大偏差/ mm	最大偏差 发生点	最大速度偏差/ (mm · s ⁻¹)
等弦差离散算法	0.034 1	(0.01, -21.64)	7.45
等弦长离散算法	0.029 4	(21.64, 0.01)	6.18
局部等弦长、等弦差 偏转角可控的离散算法	0.019 7	(0.01, -21.64)	2.12

从以上实验结果可以看出, 等弦差和等弦长离散算法的最大运动偏差近似相近, 均是在曲率改变较大处产生最大偏差; 局部等弦长、等弦差、偏转角可控的离散算法会产生较小的最大偏差, 并保证轨迹在曲率较大处可以平稳的过渡. 3 种轨迹优化算法的最大速度偏差都不是很大, 本文提出的离散算法虽然开始时会产生最大的速度偏差, 但到后期会产生较平稳的速度变化, 这主要是因为该算法在起初要设定初始的离散弦长, 然后根据弦差和偏转角的限定因素, 逐步的去调整弦长的参数, 从而达到类似于自整定的过程, 实现弦长、弦差和偏转角 3 个参数的合理配置. 实验结果表明, 本文所提的离散算法和拟合算法可以进行平稳的加工, 因此, 本文所提出的算法是可行、有效的.

4 结 论

1) 分析了利用传统的曲线离散算法如等弦长或等弦差法产生的小线段轨迹在数控加工中的不足.

2) 讨论了弦长、弦差和离散后的段间夹角之间相互制约的关系, 在原有算法的基础上提出局部等弦长、等弦差、偏转角可控的曲线离散算法, 保证离散后的轨迹更适合于数控系统的后续加工, 并进行算法仿真.

3) 利用平面光栅, 验证本文提出的离散算法, 实验结果表明, 该算法避免了在曲线曲率改变较大的地方出现尖角或过大偏差的缺点, 产生的轨迹相对光顺, 机床运行速度相对于传统的离散算法更加平稳, 证明了该离散算法更有利于 CNC 的加工.

参考文献

- [1] 周杨, 刘瑛. 数控加工中非圆曲线离散方法的误差分析[J]. 机械研究与应用, 2012, 25(4): 54-56.
- [2] 蔡永林, 孙卫青. 一种新的平面曲线圆弧插补节点获取方法[J]. 工程图学学报, 2002, 23(1): 97-103.
- [3] 文豪, 高健. 数控系统等误差直线逼近节点算法分析与改进[J]. 机械设计与制造, 2013(9): 217-219.
- [4] 范云霄, 郑轶. 等误差直线逼近非圆曲线的节点计算及刀具轨迹模拟[J]. 工具技术, 2002, 36(8): 30-32.
- [5] 乐英, 韩庆瑶, 王璋奇. NURBS 曲线数控加工中的一种逼近方法[J]. 机床与液压, 2007, 35(1): 63-64.
- [6] LI J, ZHANG T, LI Z. An adaptive off-line NURBS interpolator for CNC machining [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 63(5/6/7/8): 719-729.
- [7] LUO Fuyuan, YOU Youpeng, YIN Juan. Research on the algorithm of NURBS curve bidirectional optimization interpolation with S-type acceleration and deceleration control [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(5): 147-156.
- [8] DU D. An accurate adaptive parametric curve interpolator for NURBS curve interpolation [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2007, 32(9/10): 999-1008.
- [9] LAURENT-GENGOUX P, MEKHILEF M. Optimization of a NURBS representation [J]. Computer Aided Design, 1993, 25(11): 699-710.
- [10] MEEK D S, WALTON D J. Approximating quadratic NURBS curves by arc splines [J]. Computer-Aided design, 1993, 25(6): 371-376.
- [11] 任秉银, 梁兆东, 孔民秀. 机械手空间圆弧位姿轨迹规划算法的实现[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 44(7): 27-31.
- [12] LIU Yu, ZHAO Bo, DAI Li, et al. Feedrate system dynamics based interpolator for NURBS curve [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(12): 187-191.
- [13] PIEGL L, TILLER W. The NURBS Book (Monographs in Visual Communication) [M]. Berlin Heidelberg: Springer, 1997.
- [14] 边玉超. CNC 系统中 NURBS 曲线实时插补算法研究[J]. 机械制造与自动化, 2003(6): 36-39.
- [15] 王学颖, 任鹏. 数控机床等弦长拟合优化算法的实现[J]. 沈阳师范大学学报(自然科学版), 2010(4): 499-502.

(编辑 杨 波)