doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.04.012

# GPU 的对半剖分体数据的光线投射法

# 于 水,王宽全,夏 勇,张恒贵

(哈尔滨工业大学 计算机科学与技术学院,150001 哈尔滨)

摘 要:为解决传统可视化方法无法有效跳过具有空腔结构数据集的中空体素的问题,提出一种基于 GPU 的面向中空结构 体数据的光线投射法.在进行光线投射之前,首先把体数据对半剖分成两部分,对此两部分分别使用八叉树进行重构,并同时 剔除空块,建立起各自新的有效数据块的顶点集合;然后使用 GPU 对顶点集合进行渲染,生成光线起点和方向等信息;最后利用 CUDA 对重构后的两部分体数据依次进行光线投射和颜色累积,将其结果合成后得到最终图像.实验结果表明,这种方法生成的图像质量与传统的可视化方法相比没有损失,但对具有较多空腔结构的体数据,则可以快速跳过中空体素,具有非常明显的加速效果.

关键词:数据可视化;光线投射法;GPU 渲染;八叉树;CUDA;中空体数据 中图分类号:TP391.41 文献标志码:A 文章编号:0367-6234(2016)04-0073-06

### GPU-based ray casting method by half-splitting volume data

YU Shui, WANG Kuanquan, XIA Yong, ZHANG Henggui

(School of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

**Abstract**: To alleviate the inefficiency of the current visualization methods in skipping the empty voxels located in the hollow part, this paper presents a GPU-based ray casting method for hollow volume data. First, the volume is divided into two equal parts and reconstructed into two octrees before rendering. In this process, the empty blocks are culled synchronously from the original data, and two vertex arrays are generated consisting of valid voxels only. Then, the vertex arrays are rendered into textures which contain the start and direction information of the ray. The final images are obtained by calculating the color and opacity of the two parts with CUDA, respectively. The experimental results show that our method can speed up the rendering speed considerably on the volume data with large hollow structure without any quality loss compared with the traditional visualization methods. **Keywords**: data visualization; ray casting; GPU rendering; octree; CUDA; hollow volume data

光线投射法是一种直接体绘制算法,最先由 Levoy<sup>[1]</sup>提出,可以生成高质量的 3D 图像.早期的 光线投射法大都在 CPU 上实现,因其运算量大,导 致绘制速度慢,难以满足实时性要求.近年来随着 GPU 硬件的发展,基于 GPU 的并行图形可视化技 术得到迅猛发展,光线投射法的计算量瓶颈问题也 得到极大的缓解.文献[2]首次提出了基于 GPU 三 线性插值能力的三维纹理体绘制方法.随后,Cabral

作者简介:于水(1976—),男,博士研究生; 王宽全(1964—),男,教授,博士生导师; 张恒贵(1964—),男,教授,博士生导师.

**通信作者:**王宽全,wangkq@hit.edu.cn.

等<sup>[3]</sup>对此方法进行了改进,通过三维纹理映射实现 了交互式体绘制,从而使基于纹理映射的方法一段 时间内成为最常用的交互式体绘制方法.然而这种 方法仍然存在一些很难解决的问题:在三维体数据 中,通常只有 5%~40%的数据是有意义或可见的, 在体绘制过程中,会产生大量的对最终图像没有贡 献的切片,但是在计算过程中对这些切片仍然需要 进行采样、数值计算,大大影响了绘制时间. Westermann 等<sup>[4]</sup>将体数据看作三维包围盒 (bounding box),通过光线与包围盒的求交运算,得 到每条光线与包围盒的交点,并在 GPU 上实现了并 行光线投射法,大大提高了图像质量. Hadwiger 等<sup>[5-6]</sup>进一步通过结合 GPU 渲染和数据分块算法 如 KD 树<sup>[7]</sup>、八叉树<sup>[8-9]</sup>等,实现快速剔除有效体数 据与包围盒边界之间的空体素,在保证图像质量的

收稿日期: 2014-09-23.

基金项目:国家自然科学基金(61173086);山东省科技发展计划资助(2012GSF12105).

前提下,极大提高了绘制速度,现已成为在 GPU 上 常用的光线投射方法.但这种方法对于具有较多中 空结构的体数据则依然无能为力,仍然浪费了大量 的空体素计算时间,影响可视化速度.

康健超等<sup>[10]</sup>使用基于八叉树编码的方法,将原 始数据剔除空体素后重新写入三维纹理中,最后使 用 CUDA 实现光线投射,提升了绘制效率,但这种 方法只是简化了部分颜色累积运算,并没有真正跳 过空体素.自适应采样频率方法<sup>[11-12]</sup>可以部分解决 中空结构体数据的空体素跳过问题,但这种方法需 要对体数据进行统计学预计算,如对体数据通过 FFT 变换进行频谱分析等,这个过程的计算量非常 大,且由于不同的自适应采样规则采样频率不同,对 图像质量的影响也比较明显.叶良等<sup>[13]</sup>通过二级可 变步长的方法来解决对于中空结构数据的空体素跳 过问题,但是这种方法依然不够灵活,对于较大的中 空结构,也仍然需要多次重复跳过,增加了算法运行 时间.

目前针对具有较多中空体素的体数据的可视化 问题,鲜有文献专门提出此类解决方法.本文在 Westermann 方法和八叉树剖分方法的基础上,提出 一种基于 GPU 的面向空腔结构数据集的光线投射 法.其主要特点是在使用 GPU 进行渲染之前,先把 体数据剖分成两部分后利用八叉树进行重构,再分 别对重构后的两部分进行光线投射和颜色累积,最 后将结果进行合成,得到最终图像.实验结果表明本 文方法对于中空结构的体数据,具有非常明显的加 速作用.

1 基于 GPU 的光线投射法

#### 1.1 光线投射法

光线投射法是指从图像的每一个像素,沿视 线方向发射一条光线,光线穿越整个图像序列,并 在这个过程中,对图像序列进行采样获取颜色信 息,同时依据光线吸收模型将颜色值进行累加,直 至光线穿越整个图像序列,最后得到的颜色值就 是渲染图像的颜色.如图1所示,是一条典型的光 线投射过程.



在发射-吸收模型的光线投射法中,图1在*t=d*处,由于通常体素对光线的吸收率不为常量,而是随着位置变化而发生变化,因此在*t=d*处的颜色值计算公式为

$$c' = c \cdot e^{-\int_0^a k(\hat{t}) \, d\hat{t}}.$$

式中:c'为由于存在对光线的吸收因素而最终发出的光线颜色;c为体素本来的光线颜色;k为光线吸收率,且为一个常量;d为体素与视点间的距离.

提取吸收率的积分公式为

$$\tau(d_1, d_2) = \int_{d_1}^{d_2} k(\hat{t}) \,\mathrm{d}\,\hat{t},$$

上式也叫光学深度(optical depth),基于一个点的计 算方法,如果要计算沿光线所有点最终进入人眼的 颜色值,就要将所有点的发射和吸收情况计算在内, 结合光学深度,则其颜色积分公式可变为

$$C = \int_{0}^{\infty} c(t) \cdot e^{-\tau(0,t)} dt.$$
 (1)

由于在实际的计算机处理中,只能使用离散值 来计算式(1)的积分,本文采用 Riemann sum 近似计 算积分,因此有

$$\tau(0,t) \approx \widetilde{\tau}(0,t) = \sum_{i=0}^{\lfloor \nu \Delta t \rfloor} k(i \cdot \Delta t) \,\Delta t, \qquad (2)$$

由式(1)、(2)则有

$$e^{-\tilde{\tau}(0,t)} = \prod_{i=0}^{\lfloor t/\Delta t \rfloor} e^{-k(i\cdot\Delta t)\Delta t}.$$
 (3)

定义不透明度 A 为

$$A_i = 1 - e^{-k(i \cdot \Delta t) \Delta t}, \qquad (4)$$

由式(3)、(4),则有

$$\mathrm{e}^{-\tilde{\tau}(0,\iota)} = \prod_{i=0}^{\lfloor \iota/d \rfloor} (1 - A_i)$$

因此得出光线投射法的离散求值为

$$\widetilde{C} = \sum_{i=0}^{n} C_{i} \prod_{j=0}^{i-1} (1 - A_{i}) , \qquad (5)$$

把式(5)写成迭代形式:

$$C'_{i} = C'_{i-1} + (1 - A'_{i-1}) C_{i}, \qquad (6)$$

$$A'_{i} = A'_{i-1} + (1 - A'_{i-1})A_{i}, \qquad (7)$$

上述便是发射-吸收模型的光线投射法的颜色合成 公式,其中: *C*<sub>i</sub>为累积到第*i*个体素时的颜色值; *A*<sub>i</sub> 为累积到第*i*个体素时的不透明度;*C*<sub>i</sub>为第*i*个体素 的发射颜色;*A*<sub>i</sub>为第*i*个体素的不透明度.本文使用 式(6)和式(7)进行颜色合成计算.

#### 1.2 基于 GPU 渲染的空体素跳过

文献[4]提出的光线投射算法,是将体数据保存在 3D 纹理中,通过渲染方法,分别得到对于 3D 纹理的前向和后向纹理(亦即光线投射的起点和终点),通过前后向视图的差值得到光线方向,如图 2 所示,然后在 GPU 中进行光线投射的颜色累加操作.

文献[5-6]使用结合数据剖分的方法,在 GPU 渲染操作之前,通过层次化的数据结构,如八叉树等 将体数据进行剖分,根据剖分后的结果进行空体素 块的剔除,只保留活跃体素块.然后再利用 GPU 的 渲染功能对所有的活跃体素块分别进行前向和后向 渲染,生成前向和后向纹理,分别表示距视点最近和 最远点的集合.这种方法可以快速有效的剔除体数 据包围盒外表面与有效体素之间的空体素,如图 3 所示的体数据,渲染后光线 r<sub>1</sub>-r<sub>6</sub>的有效起点是 s<sub>1</sub>s<sub>6</sub>,有效终点为 e<sub>1</sub>-e<sub>6</sub>,而光线 r<sub>0</sub>则未经过任何有效体 素,图 3 中的灰色区域就可以快速跳过了.但这种方 法对于具有较多中空结构的体数据依然无效,如图 3 中的白色封闭区域,即光线 r<sub>2</sub>-r<sub>5</sub>所经过的区域,以 光线 r<sub>3</sub>为例,其有效起点 s<sub>3</sub>至终点 e<sub>3</sub>之间,有大片的 空白体素,由于 GPU 渲染方法的限制,还是无法进 行跳过.



2 八叉树

八叉树可以用于层次性体绘制,也可以作为一种数据分块方法,解决可视化时由于数据规模过大 而无法全部装载进显存的问题<sup>[14]</sup>.本文使用八叉树 除了完成对体数据的剖分,还要在此基础上,按照每 个子块的活跃/不活跃性质,剔除不活跃子块,即空 体素块,重新构建出一个新的包含有效体素块的顶 点数组,以用于进行 GPU 渲染,最终得到前向和后 向纹理.

本文所建立的八叉树的结构定义如图 4 所示. 图 4 中 minValue、maxValue 是在八叉树的构建过程 中,体数据包围盒被剖分为若干个子数据块,比较每 个子块内所有体素的标量值,从而得到该子块中的 所有体素标量值的最小-最大值对,做为每个子块 的特征之一.除此之外,子块的位置信息 positionX, position*Y*, position*Z*, 结点深度 nodeDepth 也是特征之一, 它们被用来在建立新的有效体素块顶点数组时 计算每个顶点坐标.

八叉树创建完成之后,所有相邻的同质子块会 被合并为一个大的子块,从而节省更多的内存资源.

typedef struct OctreeNode				
ł				
//结点深度				
unsigned char nodeDepth;				
//以叶子块数计数的结点坐标				
unsigned short $position X$ , $position Y$ , $position Z$ ;				
//结点内的最大最小值				
int minValue, maxValue;				
//子结点				
<pre>struct OctreeNode * Children[8];</pre>				
OCTREENODE;				

图 4 八叉树的结构定义

## 3 基于体数据剖分的 GPU 渲染

#### 3.1 GPU 渲染

在使用 GPU 进行渲染之前,需要建立新的体数 据顶点集合,遍历八叉树,对每个子块(叶子节点) 进行检查,如果为不需要的体素值,即不活跃子块, 则将子块从八叉树中剔除;对于活跃子块,则将该子 块的 8 个顶点的坐标加入到新的顶点数组中,最后 形成一个新的活跃子块(包含有效体素)顶点数组.

本文使用 OPENGL 对新的顶点数组进行渲染, 为节省内存,提高 OPENGL 渲染效率,使用了顶点 缓冲区来存储生成的顶点数组数据.OPENGL 渲染 时的空间关系如图 5 所示.



图 5 OPENGL 渲染空间关系

为确保渲染后生成的纹理图像每一点的颜色值 即为体数据坐标值,从而减少渲染后进行坐标变换 而产生的浮点运算,需要将顶点集的坐标归一化到 (0,0,0)至(1,1,1)范围内,初始视点坐标为(0.5, 0.5,2.5).图6是进行八叉树重构后的渲染结果,可 以看出,进行八叉树剖分重构后的结果已经非常接 近物体的实际形状了,因此相对于直接对包围盒进 行渲染,重构后的体数据可以更快速的进行空体素 跳过.



图 6 teapot 八叉树重构后的渲染结果

#### 3.2 体数据对半剖分

GPU 通常使用深度缓冲区的 Z 值来进行深度 检测,对所渲染的体数据中每个体素所对应的 Z 值 进行比较,以决定保留还是剔除.对于未被遮挡的空 体素点,由于已经不存在于顶点集合中,GPU 不再 渲染它们,而对同一视线方向上的 2 个有效体素点, 在近点渲染中, Z 值大的点被抛弃;而在远点渲染 中,Z 值小的被抛弃.一种常用的缓冲区 Z 值计算公 式为

$$Z = \frac{(f+n)}{(f-n)} + \frac{1}{z} \left( \frac{-2fn}{f-n} \right).$$
 (8)

式中:z 为视点到顶点的空间距离;f、n 分别为视点 到远裁剪面和近裁剪面的空间距离.

如前所述,传统的 GPU 渲染的方法对于具有中 空结构的体数据无能为力,正是因为 GPU 的深度检 测虽然可以检测出部分空体素,但是仅限于那些未 被遮挡的空体素,而那些位于中空部分的点则无法 被检测到.详细分析此问题,如图7所示,设在当前 视点的一条光线上有5个点,其中S<sub>n</sub>和S<sub>f</sub>分别表示 距视点最近和最远的非空体素点,而 $S_{a1}$ 、 $S_{a2}$ 、 $S_{a3}$ 则 表示 3 个空体素点,其中  $S_{e2}$ 和  $S_{e3}$ 位于  $S_n$ 和  $S_f$ 外侧. 当采用近点渲染时,由式(8)计算出每个点的Z值, 很显然 S\_o的 Z 值比 S\_更小,但由于其为空体素,因 此依然被剔除;反之同理,当采用远点渲染时,虽然  $S_{a}$ 的 Z 值比 S<sub>f</sub>更大,但也会被剔除.而 S<sub>a</sub>在两次渲 染过程中由于遮挡均未能剔除.因此可以想到,如果 把 $S_{el}$ 点也拿到 $S_{n}$ 和 $S_{f}$ 之外,则遮挡问题也就迎刃而 解了.本文提出一种方法,即在 GPU 渲染前对体数 据先进行对半剖分,如图8所示,设断开部分为剖分 部位,则对其剖分后的每一部分来说,又产生了新的  $S_n n S_f$ ,这里记为 $S_n' n S_f'$ ,可以看到, $S_{el}$ 位于右半 部分,且位于原来的远点 S,和新的近点 S,'之外,此 时,再进行渲染操作时,Sat也可以被跳过了.再比较对 半剖分前后的渲染结果,可以发现,对半剖分前,光线 的起点和终点分别是 $S_n$ 和 $S_f'$ ,剖分后,其在左半部分 的起点和终点变为 $S_n$ 和 $S_f$ ,在右半部分变为 $S_n$ '和 $S_f$ , 而 S<sub>f</sub>'和 S<sub>n</sub>'之间的空体素则被跳过了,因此,在光线 投射过程中,光线实际经过的距离大大缩短.



图 8 对半剖分后的状态

对于图 3 中的体数据,进行对半剖分后,由一个 封闭的中空结构,变成了各自开放的两部分,这里称 为  $V_1$ 和  $V_2$ ,如图 9 所示.由图 9 可以看出,剖分后的 光线  $r_2$ - $r_4$ 均跳过了大量中空体素,整个体数据的可 视化速度自然就加快了.



对于剖分后的 V<sub>1</sub>和 V<sub>2</sub>两部分,由于每部分只具 有原来体数据的 1/2 有效体素,亦即其各自的另一 半被人为掏空了,在后续的光线投射与颜色累积过 程中,为保证生成正确的图像,必须保留每部分的位 置关系,即保证每部分中所有有效体素的坐标保持 不变.为此,本文对被剖掉的部分用空体素来进行填 充,因此这种方法会需要增加内存使用量,是一种以 空间换时间的方法.

剖分后的 V<sub>1</sub>和 V<sub>2</sub>两部分还需要分别进行建立 八叉树和剔除空块、建立新的有效顶点数组的操作, 才可以进行前向和后向渲染.

#### 4 CUDA 绘制

CUDA 核函数是由多个线程组成的多个线程块的网格,同一个线程块中的线程可以方便的进行通信.针对本文实验所使用的数据分辨率、生成图像大小,以及 CUDA 设备的实际计算能力,在启动 CUDA 核函数前, CUDA 线程块的大小设置为(16,16),网格大小为(16,16).

需要注意的是,由于渲染后的前向和后向纹理 是由 OPENGL 生成的,而 OPENGL 中的纹理在 CUDA 中无法直接使用. 本文通过 OPENGL 和 CUDA 的互操作方法,使用 CUDA 的内存注册和映 射机制将 OPENGL 纹理映射为 CUDA 中的数组,然 后在 CUDA 中再绑定为 CUDA 纹理,这种方法可以 节省很多数据在内存中的复制时间,提高内存使用 率和算法效率.同样的,为接收 CUDA 核函数返回的 最终结果,并使用 OPENGL 进行绘制显示,同样要 将 OPENGL 中的 PBO (pixel buffer object) 映射到 CUDA 中的数组中,这样 CUDA 核函数计算的结果 也就可以被 OPENGL 实时接收并显示了.

具体算法过程如下:

1) 读入完整体数据,将其从中间部位剖分成两 部分 V<sub>1</sub>和 V<sub>2</sub>.

2)分别对 V1和 V2建立八叉树,并进行空体素块 剔除,建立两个新的有效体素块顶点集合.

3)使用 GPU 分别对新建立的 V<sub>1</sub>和 V<sub>2</sub>的顶点集合 进行前向和后向渲染,并保存到纹理中,最后得到 V,的 前向和后向纹理,V,的前向和后向纹理共4个纹理.

4) 通过 OPENGL 和 CUDA 互操作,将步骤 3) 得到的纹理映射到 CUDA 中,以供 CUDA 使用.

5) 启动 CUDA 核函数,依次对 V<sub>1</sub>和 V<sub>2</sub>进行光线 投射,两部分光线投射的起点和终点可以从步骤3) 中得到的纹理结果中读取.

6)在核函数中将得到的两个结果进行合成,并 映射到 OPENGL 纹理,得到最终图像.

其中,步骤 5)中的 CUDA 核函数的具体算法流 程如图 10 所示,算法包括两个相对独立的子过程, 分别获取 V<sub>1</sub>和 V<sub>2</sub>的光线起止点和光线方向,完成各 自的颜色和透明度累积过程,最后将两个过程的结 果累加,得到最终图像.

结果与分析 5

实验所用的计算机配置如下: 2.6 GHz 双核 CPU,4G内存,编程环境为Visual Studio 2008,显卡 采用 GeForce GT 635 M,1 G 显存,拥有 2 个 SM (stream multiprocessor),96个 CUDA 核心, CUDA 计 算能力 2.1, CUDA 版本 5.5.

共使用了两组数据进行实验,分别为脚趾骨 (foot)和茶壶(teapot), CT 数据尺寸均为 256×256× 256,为对本文方法进行验证和评价,本文实现了文 献[4]的基于 GPU 渲染的方法以及文献[10]中的 八叉树编码方法,并将结果与本文提出的方法进行 了比较.teapot 数据集的图像对比结果如图 11(a)~ (c)所示, foot 数据集如图 11(d)~(f)所示.由上至 下分别为 Westermann 方法(简称 W 方法)、八叉树 方法以及本文方法.



图 10 CUDA 核函数流程



(a) W方法+teapot

(b) 八叉树+teapot



(c) 本文方法+teapot





(e) 八叉树+foot



3种方法的数据预处理时间见表 1. 文献 [4] 方 法由于无须创建八叉树结构,只需要消耗体数据的 装载时间,因此所需要的预处理时间最短.本文方法 的预处理时间少于八叉树编码方法,这是由于本文 剔除空块操作与构造八叉树是同时进行的,因此可 以节省更多的预处理时间.在实际可视化应用中,图 像在绘制阶段的成像时间更为重要,因此,相对于获 得更为满意的加速效果,预处理时间的有限增加是 可以接受的.

	表1 数据	居预处理时间比较		ms
数据集	文献[4]方法	八叉树编码方法	本文方法	
foot	205	830	800	
teapot	200	820	785	

3 种方法的核函数运行时间对比见表 2, 3.表中 的加速比分别为八叉树编码方法和本文方法相对于 文献[4]方法的加速百分比.

从成像效果看,3种方法没有明显差异.对于 teapot数据集,由于茶壶是中空结构,其内部具有较 多的空体素,由核函数运行时间可以看出,因此本文 提出的对半剖分方法相较于另外两种方法,均有非 常显著的加速效果,且光线投射步长越小,加速效果 越明显;而对于 foot数据集,加速效果则相对不太明 显,这是因为脚趾骨的结构不是中空的,内部很少有 空体素可以跳过.

表 2 foot 数据集核函数运行时间对比

步长	文献[4]方	八叉树编码方法		本文方法	
	法时间/ms	时间/ms	加速比/%	时间/ms	加速比/%
0.002	4.629	4.250	8.19	4.210	9.05
0.005	2.973	2.732	8.11	2.748	7.50
0.010	1.728	1.688	2.31	1.646	4.74

#### 表 3 teapot 数据集核函数运行时间对比

步长	文献[4]方	八叉树编码方法		本文方法	
	法时间/ms	时间/ms	加速比/%	时间/ms	加速比/%
0.002	6.439	4.545	29.41	3.628	43.7
0.005	2.943	2.240	23.89	1.807	38.6
0.010	1.685	1.335	20.77	1.147	31.9

### 6 结 论

1)通过改进的八叉树层次分解方法,将体数据进行重构,使数据表达和存储更加高效和易于处理.

2)提出一种将原始体数据先对半剖分成两部 分再分别进行渲染以跳过中空部分体素的方法,使 得在光线投射过程中,最大程度的减少因空体素计 算导致的冗余计算问题.

3)结合使用 GPU 硬件渲染的方法,快速跳过在 体数据包围盒外部的空体素,节省了传统光线投射 算法中手动计算光线与包围盒交点而浪费的时间.

4)实验结果表明,本文提出的方法生成的图像 质量和传统的方法没有明显差别,但可以有效的跳 过中空体素,对于中空结构的体数据的可视化具有 明显的加速效果.

## 参考文献

- LEVOY M. Display of surface from volume data [J]. IEEE Computer Graphics & Application, 1988, 8(3):29-37.
- [2] CULLIP T J, NEUMANN U. Accelerating volume reconstruction with 3D texture hardware. Technical report, TR93-027 [R].NC, USA: University of North Carolina at Chapel Hill, 1994.
- [3] CABRAL B, CAM N, FORAN J. Accelerated volume rendering and tomographic reconstruction using texture mapping hardware [C]//Proceedings of the 1994 Symposium on Volume Visualization. York, NY: ACM, 1994:91-98.
- [4] KRUGER J, WESTERMANN R. Acceleration techniques for GPU-based volume rendering [C]// Proceedings of the 14<sup>th</sup> IEEE Visualization 2003 (VIS'03). Washington, DC: IEEE Computer Society, 2003: 38.
- [5] SCHARSACH H, HADWIGER M, NEUBAUER A, et al. Perspective isosurface and direct volume rendering for virtual endoscopy applications [C]//Proceedings of Eurographics/ IEEE-VGTC Symposium on Visualization. Lisbon, Portugal: The Eurographic Association, 2006: 315-322.
- [6] HADWIGER M, LJUNG P, SALAMA C R, et al. Advanced illumination techniques for GPU volume raycasting [C]//Proceedings of the ACM Special Interest Group on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 2008.
- [7] QIAN Fengchen, SHAN Ning, YE Yalin. A model of point multiresolution rendering method [C]// International Conference on Structural Engineering, Vibration and Aerospace Engineering (SEVAE 2013). Zhuhai: Trans Tech Publications LTD, 2014, 482: 355–358.
- [8] 刘白林, 黄舒舒, 刘云卿. 八叉树编码与 GPU 加速结合的 光线投射法 [J]. 西安工业大学学报, 2011, 31(1):65-68.
- [9] LIU B Q, CLAPWORTHY G J, DONG F, et al. Octree rasterization: accelerating high-quality out-of-core GPU volume rendering [J]. IEEE Transaction on Visualization and Computer Graphics, 2013, 19(10):1732-1745.
- [10]康健超,康宝生,冯筠,等.基于八叉树编码的 CUDA 光线投射算法[J].西北大学学报:自然科学版,2012, 42(1):36-41
- [11] BERGNER S, MOLLER T, WEISKOPF D, et al. A spectral analysis of function composition and its implications for sampling in direct volume visualization [C]//IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. Piscataway, NJ: IEEE Educational Activities, 2006, 12(5):1353-1360.
- [12] SUWELACK S, HEITZ E, UNTERHINNINGHOFEN R, et al. Adaptive GPU ray casting based on spectral analysis
  [C]// Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Medical Imaging and Augmented Reality. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010: 169–178.
- [13] 叶良,单桂华,迟学斌. 基于 CUDA 加速的光线投射法 研究 [J]. 图像图形技术研究与应用, 2010: 235-240.
- [14] 苏超轼, 赵明昌, 张向文. GPU 加速的八叉树体绘制算法 [J]. 计算机应用, 2008, 28(5):1232-1235.

(编辑 张 红)