

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2016.04.018

竞争学习的非均匀采样非线性系统的模糊辨识

王宏伟, 连捷

(大连理工大学 控制科学与工程学院, 116024 辽宁 大连)

摘要: 在实际非线性系统中, 由于资源的限制, 使得输入信号快速刷新, 输出信号慢速采样. 利用获得的非均匀采样数据对原非线性系统辨识存在一定困难. 为此, 通过提升技术, 把非线性系统的多个特征点局部的线性模型转化为模糊模型的后件线性模型. 在此基础上, 提出基于竞争学习和递推梯度下降方法的辨识算法. 通过定理证明: 输入信号在持续激励条件下, 模糊模型的参数能够一致性收敛; 针对化工 pH 中和过程非线性系统, 采用非均匀采样数据, 建立其模糊模型, 通过实际数据与模糊模型输出数据误差对比, 表明了实际系统在非均匀采样条件下, 模糊辨识能够建立其过程模型, 验证了提出方法的有效性.

关键词: 竞争学习; 模糊辨识; 多采样率系统; 非均匀采样; 非线性系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2016)04-0109-05

Fuzzy identification of non-uniformly multirate sampled nonlinear systems based on competitive learning

WANG Hongwei, LIAN Jie

(School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, 116024 Dalian, Liaoning, China)

Abstract: In practical nonlinear system, due to the limitation of resources, the input signal is quickly refreshed, while the output signal is slowly sampled. Thus, it is difficult to identify the original nonlinear system by using the sampled data. For this purpose, the linear models of multiple characteristic points of nonlinear system are transformed into a series of consequent linear models of the fuzzy model by the lifting technique. On this basis, we propose a fuzzy identification algorithm based on competitive learning and recursive gradient descent method. And we prove that the parameters of the fuzzy model can be uniformly convergent under the condition of persistent excitation. In view of chemical pH neutralization process, the fuzzy model of the chemical system is established by using non-uniformly sampled data. By comparing the output errors between the actual data and the output data of the fuzzy model, it is shown that the fuzzy identification method can establish the process model in the real system under the condition of non-uniform sampling, which verifies the validity of the proposed method.

Keywords: competitive learning; fuzzy identification; multi-rates sampling systems; non-uniformly sampled; nonlinear systems

非均匀多采样率系统是工业控制中很重要的一类系统, 受各种条件的限制, 例如, 时基抖动、人工采样、数据丢失或传输延迟等, 系统的输入信号和输出信号分别采用不同的非均匀采样频率. 在实际系统中, 如果输入信号采用了快速刷新周期信号, 输出信号采用了慢速周期采样信号, 且输出信号采样周期等于输入信号刷新更新周期(框架周期)的系统, 这类特

殊的非均匀采样系统, 属于多采样率系统的一种.

针对非均匀周期采样的离散线性系统, 文献[1-3]针对含有白噪声和有色噪声的非均匀采样线性系统, 分别采用辅助模型和提升技术, 解决了其辨识问题, 并对算法的收敛性进行了研究; 文献[4]基于递阶辨识原理, 利用非均匀周期采样系统的输入输出数据, 解决了输入信号为多变量的非均匀采样线性系统建模问题; 文献[5]使用提升方法构造了多率系统的模型, 并参考了文献[6-7]子空间辨识建模方法. 此外, 针对非均匀采样线性系统, 一些研究者还在网络控制系统辨识^[8], 系统状态估计^[9], 广义预测控制^[10-11], 信号处理^[12-13], 故障诊断^[14]等

收稿日期: 2014-10-20.

基金项目: 国家自然科学基金(61004040).

作者简介: 王宏伟(1969—), 男, 副教授, 硕士生导师;

连捷(1980—), 女, 副教授, 博士生导师.

通信作者: 王宏伟, wanghw@dlut.edu.cn.

领域给出了新的研究结果。

本文从模糊模型出发,研究非线性系统在非均匀采样条件下的辨识问题.首先,在非均匀采样情况下,描述了非线性系统和线性系统的离散模型,建立了非线性系统和线性系统之间的联系;其次,在上述关系的基础上,将提升变量作为模糊模型的输入变量,建立非均匀多采样率非线性系统的模糊模型;然后,利用竞争学习和递推梯度下降算法进行结构辨识和参数辨识.通过定理证明,输入信号在遍历和持续激励条件下,模糊模型参数能够一致收敛;化工 pH 中和过程是一个非常复杂的非线性过程,采用现场的非均匀采样数据对其进行模糊建模,证明了所提方法是有效的。

1 模糊模型的建立

1.1 问题描述

假设 $x(t) \in R^n, y(t) \in R^l, u(t) \in R^l$. 考虑连续的非线性函数

$$S_p: \begin{cases} \dot{x}(t) = F[x(t), u(t)], \\ y(t) = h(t), \end{cases}$$

式中的控制量满足如下关系

$$u(t) = \begin{cases} u(kT), & kT \leq t < kT + t_1; \\ u(kT + t_1), & kT + t_1 \leq t < kT + t_2; \\ \dots \\ u(kT + t_{p-1}), & kT + t_{p-1} \leq t < (k+1)T. \end{cases}$$

式中:非均匀刷新时间间隔为 τ_i ,为采样前一时刻 t_{i-1} 和后一时刻 t_i 的差,即 $\tau_i = t_i - t_{i-1}, t_i = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_i$ (设 $t_0 = 0, t_p = T$), $T = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_p = t_p$ 称为更新周期(帧周期);控制量 u 在第 k 个更新周期 $[kT, kT+T)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, 以 $t = kT + t_i, i = 1, 2, \dots, p$ 非均匀刷新 p 次;输出量 y 以 T 为周期均匀采样,即在 $[kT, kT+T)$ 内, $y(t) = y(kT)$. 此时, $x(kT+T)$ 是以 $x(kT)$ 为初值的微分方程 $\dot{x}(t) = F(x(t), u(t))$ 的解,即

$$\begin{cases} x(kT+T) = f[x(kT), u(kT+t_1), \dots, u(kT+t_{p-1})], \\ y(kT) = h(x(kT)). \end{cases}$$

利用提升技术,构造提升向量为

$\tilde{u}(kT) = [u(kT) \ u(kT+t_1) \ \dots \ u(kT+t_{p-1})]^T \in R^{p \times 1}$, 此时,可将原系统转换如下离散系统,即

$$\begin{cases} x(kT+T) = f(x(kT), \tilde{u}(kT)), \\ y(kT) = h(x(kT)). \end{cases} \quad (1)$$

1.2 线性模型与非线性模型的关系

首先,考虑 S_c 是线性系统的情况,即

$$S_c: \begin{cases} \dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t), \\ y(t) = C x(t). \end{cases} \quad (2)$$

式中: $x(t) \in R^n$ 为状态向量; $u(t) \in R^l$ 为控制输入;

$y(t) \in R^l$ 为系统输出; A_c, B_c, C 分别为适当维数的矩阵.由问题描述可知,量测的采样数据分别为 $u(kT+t_i), i = 0, 1, 2, \dots, p-1$ 和 $y(kT)$. 在一个帧周期 T 内对式(2)进行离散化为

$$\begin{cases} x(kT+T) = A x(kT) + B \tilde{u}(kT), \\ y(kT) = C x(kT). \end{cases} \quad (3)$$

式中: $A = e^{A_c T} \in R^{(n \times n)}$; $B_{\tau_i} = \int_0^{\tau_i} e^{A_c t} dt B_c \in R^{n \times l}$, $B_i = e^{A_c(T-t_i)} B_{\tau_i} \in R^{n \times l}$, $B = [B_1, B_2, \dots, B_p] \in R^{n \times p}$; $\tilde{u}(kT) = [u(kT), u(kT+t_1), \dots, u(kT+t_{p-1})]^T \in R^{p \times 1}$. 若 S_c 可测,则 $[(C)^T, (CA)^T, \dots, (CA^{n-1})^T]^T$ 的秩为 n .

引入后移算子 z^{-1} , 满足 $z^{-1}u(kT+t_i) = u(kT+t_i-T)$, 或前移算子 z , 满足 $zx(kT) = x(kT+T)$, 由式(3)可得

$$y(kT) = \sum_{i=0}^{p-1} \frac{z^{-n} \text{Cadj}[zI_n - A] B_i}{z^{-n} \det[zI_n - A]} u(kT+t_i), \quad (4)$$

式中 I_n 为 n 阶单位矩阵,式(4)也可以表示为有理分式的形式:

$$y(kT) = \sum_{i=0}^{p-1} \frac{b_i(z^{-1})}{a(z^{-1})} u(kT+t_i),$$

其中

$$a(z^{-1}) = z^{-n} \det[zI_n - A] = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}, a_j \in R^1,$$

$$b_0(z^{-1}) = b_{00} z^0 + b_{01} z^{-1} + b_{02} z^{-2} + \dots + b_{0n} z^{-n}, b_{0j} \in R^1, b_{00} = 0,$$

$$b_i(z^{-1}) = b_{i1} z^{-1} + b_{i2} z^{-2} + \dots + b_{in} z^{-n}, b_{ij} \in R^1, i = 1, 2, \dots, p-1; j = 1, 2, \dots, n.$$

对于式(1),它与线性系统式(3)的关系是:非线性系统可以看作其有多个平衡点,多个平衡点的非线性特性可以用局部线性模型式(3)来近似,那么整个非线性系统模型可以用局部线性模型式(3)经过多个非线性加权函数的组合来表示,即

$$y(kT) = \sum_{l=1}^c f_l[\varphi(kT)] g_l[\varphi(kT)], \quad (5)$$

其中

$$\varphi(kT) = [y(kT-T), \dots, y(kT-nT), u(kT-T), \dots, u(kT-nT), u(kT+t_1-T), \dots, u(kT+t_1-nT), \dots, u(kT+t_{p-1}-T), \dots, u(kT+t_{p-1}-nT)]^T, \quad (6)$$

$f_l[\varphi(kT)]$ 为第 l 个非线性加权函数; $g_l[\varphi(kT)]$ 为非线性系统在第 l 个平衡点处局部线性模型.对于式(5)而言,神经网络模型、模糊模型、支持向量机模型等都可以拓展成类似的形式。

1.3 模糊模型的确定

对于非线性系统式(1),在进行非均匀采样后,

其模糊模型为

R^l : if $\varphi(kT)$ 属于 F_l (F_l 的隶属函数为 $\mu_l[\varphi(kT)]$),

$$\text{then } y(kT) = \sum_{i=0}^{p-1} \frac{b_{li}(z^{-1})}{a_l(z^{-1})} u(kT + t_i). \quad (7)$$

式中: F_l 为第 l 条规则下的模糊集合; $\mu_l[\varphi(kT)]$ 为 F_l 模糊集合的隶属度函数; c 为采用模糊规则的总数; $\varphi(kT)$ 为第 kT 时刻采样样本; $a_l(z^{-1})$ 、 $b_{li}(z^{-1})$ 满足 $a_l(z^{-1}) = 1 + a_{l1}z^{-1} + a_{l2}z^{-2} + \dots + a_{ln}z^{-n}$, $b_{li}(z^{-1}) = b_{li1}z^{-1} + b_{li2}z^{-2} + \dots + b_{lin}z^{-n}$, $b_{lij} \in R^1$, $(i=0, 1, 2, \dots, p-1; j=1, 2, \dots, n; l=1, 2, \dots, c)$.

对于模糊模型式(7), 还可以表示为如下形式:

R^l : if $\varphi(kT)$ 属于 F_l , then

$$y(kT) = -a_{l1}y(kT - T) - \dots - a_{ln}y(kT - nT) + \sum_{i=0}^{p-1} b_{li}(z^{-1})u(kT + t_i). \quad (8)$$

最后, 模型总输出为

$$y(kT) = \sum_{l=1}^c \mu_l[\varphi(kT)] \left[-a_{l1}y(kT - T) - \dots - a_{ln}y(kT - nT) + \sum_{i=0}^{p-1} b_{li}(z^{-1})u(kT + t_i) \right]. \quad (9)$$

2 模糊模型的辨识

2.1 基于竞争学习的结构辨识

竞争学习也是一种聚类方法, 在文献[15]中给予了介绍, 该算法表示如下.

1) 选择聚类数 c ($2 \leq c \leq N/2$, N 为样本总数), 初始中心向量 $\bar{\varphi}_l$ ($l=1, 2, \dots, c$).

2) 每一采样样本其隶属度计算为

$$\mu_l(kT) = \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|\varphi(kT) - \bar{\varphi}_l\|^2}{\|\varphi(kT) - \bar{\varphi}_j\|^2} \right) \right]^{-1},$$

$$(l=1, 2, \dots, c; k=1, 2, \dots, N).$$

式中: $\mu_l(kT)$ 为在第 kT 时刻 $\varphi(kT)$ 在第 l 类的隶属度, 即 $\mu_l(kT)$ 为 $\mu_l[\varphi(kT)]$ 简写形式; $\bar{\varphi}_l$ 为第 l 类的聚类中心向量 ($l=1, 2, \dots, c$); $\varphi(kT)$ 表示第 k 次采样的样本.

3) 修正聚类中心向量 $\bar{\varphi}_l$ ($l=1, 2, \dots, c$) 为

$$\bar{\varphi}_l(t+1) = \bar{\varphi}_l(t) + \eta (\mu_l(kT))^2 [\varphi(kT) - \bar{\varphi}_l(t)],$$

其中 η 是学习系数.

4) 若 $\|\bar{\varphi}_l(t+1) - \bar{\varphi}_l(t)\| \leq \lambda$, 停止; 否则, $t=t+1$, 转步骤 2).

2.2 模糊模型的参数辨识

对于式(9), 辨识目的是根据采样数据 $\{u(kT + t_{i-1}), y(kT)\}$, ($i=1, 2, \dots, p; k=1, 2, \dots, N$), 确定模糊模型参数 a_{lj} 和 b_{lij} . 为此, 首先定义如下参数向量:

$$\theta_1 = [a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, b_{101}, \dots, b_{10n}, \dots, b_{1p-11}, b_{1p-12}, \dots, b_{1p-1n}]^T \in R^{n_0},$$

...

$$\theta_c = [a_{c1}, a_{c2}, \dots, a_{cn}, b_{c01}, \dots, b_{c0n}, \dots, b_{cp-11}, b_{cp-12}, \dots, b_{cp-1n}]^T \in R^{n_0},$$

$$(n_0 = (p+1) \times n).$$

模糊模型的输入向量为:

$$\psi(kT) = [\psi_1^T(kT), \psi_2^T(kT), \dots, \psi_c^T(kT)]^T,$$

$$\psi_1(kT) = [-\mu_1(kT)y(kT - T), \dots, -\mu_1(kT)y(kT - nT), \mu_1(kT)u(kT - T), \dots, \mu_1(kT)u(kT - nT), \dots, \mu_1(kT)u(kT + t_{p-1} - T), \dots, \mu_1(kT)u(kT + t_{p-1} - nT)]^T,$$

...

$$\psi_c(kT) = [-\mu_c(kT)y(kT - T), \dots, -\mu_c(kT)y(kT - nT), \mu_c(kT)u(kT - T), \dots, \mu_c(kT)u(kT - nT), \dots, \mu_c(kT)u(kT + t_{p-1} - T), \dots, \mu_c(kT)u(kT + t_{p-1} - nT)]^T.$$

这样, 式(9)可以写成线性回归形式, 由于系统总是含有噪声的, 因此模糊模型最后输出可以表示为

$$y(kT) = \psi^T(kT)\theta + v(kT). \quad (10)$$

式中: $\theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \dots, \theta_c^T]^T \in R^{cn_0 \times 1}$; $v(kT)$ 为模型中噪声, 是方差为 σ^2 , 均值为零的白噪声.

通过竞争学习得到聚类中心和隶属度函数. 模糊模型的后件参数可以采用随机梯度算法来确定, 算法如下:

$$\hat{\theta}(kT) = \hat{\theta}(kT - T) + \frac{\psi(kT)}{r(kT)} e(kT), \quad (11)$$

$$e(kT) = y(kT) - \psi^T(kT)\hat{\theta}(kT - T), \quad (12)$$

$$r(kT) = r(kT - T) + \|\psi(kT)\|^2, \quad (13)$$

$$r(0) = 1.$$

式中: $\hat{\theta}(kT)$ 为第 kT 时刻参数向量的估计值; $\hat{\theta}(0)$ 为很小的实向量; 矩阵 X 的范数定义为 $\|X\|^2 = \text{tr}(XX^T)$.

2.3 性能分析

为了说明算法的性能, 对一些数学记号说明如下: $\lambda_{\max}[X]$ 、 $\lambda_{\min}[X]$ 分别为矩阵 X 的最大和最小特征值; $|X| = \det[X]$ 为矩阵 X 的行列式; $\|X\|^2 = \text{tr}[XX^T]$ 为矩阵的迹; $f(t) = O(g(t))$ 表示 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)/g(t) = 0$; $f(t) = O(g(t))$, 表示当 t 足够时, $f(t) \leq \delta_1 g(t)$ [13].

为了说明式(11)~(13)算法的收敛性, 给出如下引理.

引理 1 [16] 设函数 $f(t) \geq 0$, $g(t) \geq 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = f$, 级数 $\sum_{i=1}^{\infty} g(t)$ 发散, 级数 $\sum_{i=1}^{\infty} f(t)g(t)$ 收敛,

即 $\sum_{i=1}^{\infty} g(t) = \infty, \sum_{i=1}^{\infty} f(t)g(t) < \infty$, 则有 $f=0$.

引理 2 设 $D \in R^{m \times n}, E \in R^{n \times m}$, 则等式 $|I_m + EF| = |I_n + FE|$ 成立.

证明 参见文献 [11, 16], 此处略.

引理 3 下列不等式成立:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\|\psi(iT)\|^2}{r(iT)^2} < \infty, \text{ a.s.};$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{\|\psi(iT)\|^2}{r(iT)} \leq \ln r(kT), \text{ a.s.}$$

根据式 (13) 的 $r(kT)$ 定义, 并且 $r(kT)$ 是递增的, 很容易证明上述引理.

定理 1 对于式 (10), 假定噪声信号 $v(kT)$ 是定义在概率空间 (Ω, F, P) 上的鞅差序列, 对于递增 σ 代数序列 $\{F_{kT}, k \in N\}$, 其在 kT 时刻可观测到, 并满足条件:

$$E[v(kT) | F_{kT-T}] = 0, \text{ a.s.};$$

$$E[v^2(kT) | F_{kT-T}] = \sigma_v^2(kT) \leq \bar{\sigma}_v^2 \leq \infty, \text{ a.s.}$$

令 $R(kT) = \sum_{i=1}^k \psi(iT)\psi^T(iT)$, 如果模糊模型的输入信号 $\{\psi(iT), i = 1, 2, \dots, k\}$ 是遍历和持续激励的, 并有 $r(kT) = O(\lambda_{\min}[R(kT)])$ 存在, 则式 (11) ~ (12) 给出的参数估计误差一致收敛到零, 即 $k \rightarrow \infty$,

$$\|\hat{\theta}(kT) - \theta\|^2 = O\left(\frac{r(kT)}{\lambda_{\min}[R(kT)]}\right) \rightarrow 0, \text{ a.s.}$$

证明 由于论文篇幅的限制, 此处略.

3 仿真实例

为了验证本文方法的有效性, 对化工非线性对象 pH 的中和过程进行研究. pH 控制系统的中和反应过程, 如图 1 所示^[17].

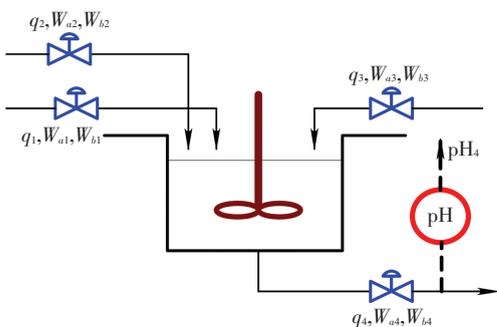


图 1 pH 中和反应过程

图 1 中, 酸液、缓冲液、碱液在反应池内发生中和反应, 其溶液为: 酸液 HNO_3 ; 缓冲液 $NaHCO_3$; 碱液 $NaOH$, 碱液 $NaHCO_3$. q_1, q_2, q_3 分别是酸液、缓冲液、碱液化学液剂的流量; q_4 是输出液的流量; pH_4 是输出液 pH 的测量值; $W_{a1}, W_{a2}, W_{a3}, W_{a4}$ 分别是这些化学液剂的电荷平衡因子; $W_{b1}, W_{b2}, W_{b3}, W_{b4}$ 分别

是这些化学液剂的物料平衡因子.

用碱液 q_3 作为控制量 $u, p=2, t_1=\tau_1=1.0 \text{ min}, \tau_2=1.5 \text{ min}, T=\tau_1+\tau_2=2.5 \text{ min}$. 输出液 pH 测量值作为输出量 y . 选 $y(kT-T), y(kT-2T), u(kT-T), u(kT-2T), u(kT+t_1-T)$ 和 $u(kT+t_1-2T)$ 构成向量 $\varphi(kT)$. 取模糊模型的规则数 $c=6$, 模糊模型具体形式如下:

R^l : if $\varphi(kT)$ 属于 F_l , then

$$y(kT) = -a_{l1}y(kT-T) - a_{l2}y(kT-2T) + b_{l01}u(kT-T) + b_{l02}u(kT-2T) + b_{l11}u(kT+t_1-T) + b_{l12}u(kT+t_1-2T),$$

$(l = 1, 2, \dots, 6).$

从现场得到 60 个数据进行竞争学习, 建立 pH 控制系统的中和反应过程的模糊模型. 仿真结果如下: 图 2 给出了模糊模型的输出和实际输出结果的比较; 图 3 为误差比较曲线, 均方差为 0.155, 显然模糊模型能够很好反映 pH 控制系统的中和反应非线性非均匀采样过程, 具有计算简便、建模方便、高效的特点.

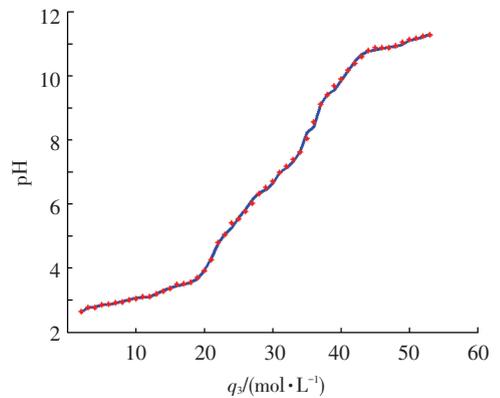


图 2 模糊模型的输出和实际输出结果的比较

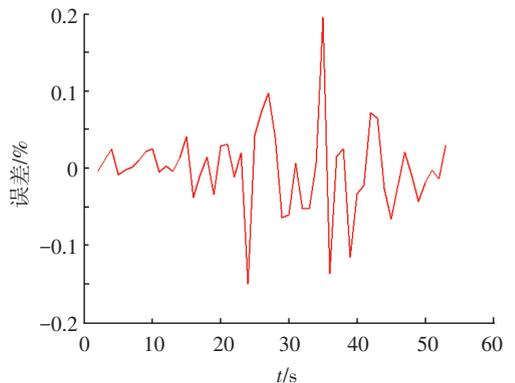


图 3 误差比较曲线

4 结论

1) 利用竞争学习确定模糊模型的前件结构; 通过随机梯度算法确定模糊模型的后件参数; 通过定理和引理证明了模糊辨识算法的收敛性能. 通过化

工过程 pH 中和非均匀采样过程研究,证明了所提出方法有效性.

2)对于含有框架周期,输入信号的刷新时间不确定、随机的、非均匀采样的非线性系统的辨识(这种情况在网络控制系统,工业系统中,也是经常出现的)仍是困难的,主要困难表现在,由于输入信号的刷新时间不确定,使得系统离散模型难于建立,因此不能采用基于离散模型的方法辨识.

参考文献

[1] 刘艳君, 谢莉, 丁锋. 非均匀采样数据系统的 AM-RLS 辨识方法及仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(19): 6186-6189.

[2] XIE L, LIU J, YANG H Z, et al. Modelling and identification for non-uniformly periodically sampled-data systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(5): 784-794.

[3] DING Feng, LI Qiu, CHEN Tongwen. Reconstruction of continuous-time systems from their non-uniformly sampled discrete-time systems [J]. Automatica, 2009, 45(2): 324-332.

[4] 丁锋, 陈通文, 萧德云. 非均匀周期采样多率系统的一种辨识方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1414-1420.

[5] LI Weihua, HAN Zhengang, SHAH S L. Subspace identification for FDI in systems with non-uniformly sampled multirate data [J]. Automatica, 2006, 42(4): 619-627.

[6] VERHAEGEN M. Identification of the deterministic part of MIMO state space models given in innovations from input-output data[J]. Automatica, 1994, 30(1): 61-74.

[7] Van OVERSCHEE P, De MOOR B. N4SID: subspace algorithm for the identification of combined deterministic-

stochastic system[J]. Automatica, 1994, 30(1): 75-93.

[8] WANG Jiandong, ZHENG Weixing, CHEN Tongwen. Identification of linear dynamic systems operating in a networked environment[J]. Automatica, 2009, 45(12): 2763-2772.

[9] 蒋红霞, 丁锋. 一类非均匀采样数据系统的状态估计[J]. 科学技术与工程, 2008, 8(2): 513-514.

[10] SHENG Jie, CHEN Tongwen, SHAH S L. Generalized predictive control for nonuniformly sampled systems [J]. Journal of Process Control, 2002, 12(8): 875-885.

[11] SHENG Jie, CHEN Tongwen, SHAH S L. Generalized predictive control for non-uniformly sampled systems [J]. Journal of Process Control, 2002, 12(8): 875-885.

[12] KAZAKOV, V A. Non-uniform sampling and reconstruction of stochastic processes with the limited number of samples[J]. WSEAS Transactions on Systems, 2006, 5(8): 1777-1784.

[13] LUO Junyi, LEI Lin. Periodic non-uniform sampling for sparse signals in shift-invariant spaces [J]. International Journal of Hybrid Information Technology, 2015, 8(12): 421-432.

[14] WAN Yiming, WANG Wei, YE Hao. Discrete time-varying fault detection filter for non-uniformly sampled-data systems [J]. Science China Information Sciences, 2014, 57(3): 1-11.

[15] CHUN F L, LEE T. Fuzzy competitive learning[J]. Neural Networks, 1994, 7(3): 539-551.

[16] GOODWIN G C, SIN K S. Adaptive Filtering Prediction and Control [M]. New York, NY: Dover Publications, Inc, 1984.

[17] 张智焕, 王树青. 基于多模型 pH 非线性过程的预测控制[J]. 浙江大学学报:工学版, 2002, 36(1): 29-31.

(编辑 张红)