第48卷 第5期 哈尔滨工业大学学报 Vol. 48 No. 5
2016年5月 JOURNAL OF HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY May 2016

doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.05.009

基于均匀圆阵的矢量重构解相干算法

张 薇[1], 韩 勇[2], 金 铭[2], 乔晓林[2]

(1.哈尔滨工业大学 电子与信息工程学院,150001 哈尔滨; 2.哈尔滨工业大学(威海) 信息工程研究所,264209 山东 威海)

摘 要: 为解决基于均匀线阵矢量重构法不能直接用于均匀圆阵这一问题,提出一种模式空间矢量重构算法.提取模式变换后最大广义特征值对应的特征矢量,并对修正的信号特征矢量采用前后矢量重构方式构造数据矩阵实现解相干.在变换前提取最大特征值对应的信号特征矢量,充分去除噪声,且无需变换后广义特征分解计算,算法复杂度显著降低. 理论分析和仿真结果验证了该算法的有效性.

关键词: 相干信源;波达角估计;模式空间;信号特征矢量;均匀圆阵

中图分类号: TN911.7 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2016)05-0062-05

DOA estimation of coherent signals based on vector reconstruction with uniform circular arrays

ZHANG Wei[1], HAN Yong[2], JIN Ming[2], QIAO Xiaolin[2]

(1.School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China;
2. School of Information Engineering, Harbin Institute of Technology at Weihai, 264209 Weihai, Shandong, China)

Abstract: To solve the problem that vector reconstruction method with uniform linear arrays cannot be used directly in uniform circular arrays, an efficient vector reconstruction algorithm based on space mode for DOA estimation is proposed. The eigenvector corresponding to the largest generalized eigenvalue of the covariance matrix is corrected to acquire signal eigenvectors after mode excitation. The receiving data matrix is constructed by the forward-backward vector reconstruction to estimate DOA of coherent signals. Optimization algorithm is presented to acquire the largest signal subspace eigenvector by performing eigen-decomposition before mode excitation, which eliminates the noise fully and avoids the generalized eigen-decomposition on the virtual linear arrays, and the computation complexity is reduced obviously. The theoretical analysis and numerical examples are provided to demonstrate effectiveness of the proposed approach.

Keywords: coherent signal sources; direction of arrival (DOA) estimation; mode space; signal eigenvector; uniform circular arrays (UCAs)

波达方向DOA(Direction of arrival)估计是阵列信号处理研究的重要内容之一,在雷达、声呐、通信等领域有着广阔的应用前景. 传统的MUSIC、ESPRIT等子空间类算法在信源独立或相关情况下具有良好的估计性能,但实际中广泛存在的多径传播及同频干扰使这些算法的估计性能急剧下降甚至失效.目前基于均匀线阵已有一些优良的解相干算法,如空间平滑算法[1-2]、矩阵重构类算法[3]等. 但在工程应用中,均匀圆阵可提供360°方位信息,且不同方位上测向性能近似相同,应用更为广泛,因此基于均匀圆阵的解相干算法也成为关注的重点.在基于均匀圆阵模式变换类解相干算法中,文献[4]将平滑算法用于圆阵,提出基于模式空间变换的前后向平滑算法,但为适应通道噪声功率变化,需进行广义特征值分解来求取信号子空间;文献[5]将基于线阵的Toeplitz重构算法扩展到均匀圆阵,使信源协方差矩阵为对角阵,具有良好的解相干效果,但也由于仅用协方差矩阵一列进行重构,信息利用不充分,估计精度还有提升空间;文献[6-7]在均匀线阵差分算法[8-9]的基础上,提出基于均匀圆阵的差分Toeplitz重构算法,但差分方式需将独立、相关信号与相干信号分两次进行估计,并且在去掉独立信号时,相干信号的部分功率和信息也被减弱,影响了相干信号的DOA估计性能.

收稿日期: 2015-01-25.
基金项目: 哈尔滨工业大学科研创新基金(HIT.NSRIF2013130).
作者简介: 张 薇(1981—),女,博士研究生;
金 铭(1968—),男,教授,博士生导师;
乔晓林(1948—),男,教授,博士生导师.
通信作者: 韩 勇, han8662033@163.com

现有的基于圆阵模式空间变换的解相干算法都是以均匀线阵解相干算法为基础，通过算法的改进以适应模式变换引起的噪声变化.近年出现一种基于均匀线阵的矢量重构类解相干算法[10-12]，通过对协方差矩阵特征分解预处理抑制噪声，对相干信源有着更好的估计性能，但是该算法不能直接用于模式空间变换后的虚拟线阵.为此，本文在考虑模式变换对噪声影响的基础上将该算法用于均匀圆阵，将对噪声的处理提至变换前，降低算法的复杂度.

1　阵列信号模型及模式空间变换

1.1　信号接收模型与信号特征矢量

如图 1 所示，假设在 xoy 平面上有 M 个各向同性阵元，均匀排列于半径为 r 的圆周上，取圆心为参考点，信源的俯仰角 $\varphi\in[0,\pi/2]$ 定义为入射方向与 z 轴之间的夹角，方位角 $\theta\in[0,2\pi)$ 定义为入射方向在 xoy 平面上的投影与 x 轴在逆时针方向上的夹角.只讨论所有信源都与阵列共面的情形，即 $\varphi=\pi/2$.

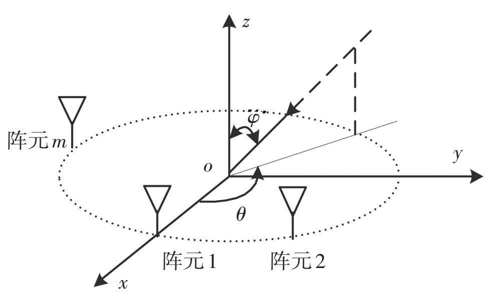

图 1　均匀圆阵的阵列模型

假设有 N 个波长为 λ 的远场窄带平面波信号入射至阵列，按相关性分为 P 组相互独立的相干信号，用 p_i 表示第 i 组相干信源的信源个数，则 $N=\sum_{i=1}^{P}p_i$.设第 i 组第 j 个信号入射角为 θ_{ij}，则第 t 次快拍接收数据为

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{A}_C\boldsymbol{B}\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}(t)=[\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{b}_2,\cdots,\boldsymbol{A}_P\boldsymbol{b}_P]\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}(t).$$

式中：$\boldsymbol{x}(t)\triangleq[x_1(t),\cdots,x_M(t)]^{\mathrm{T}}$ 为 $M\times1$ 维阵列接收数据；$\boldsymbol{s}(t)\triangleq[s_1(t),\cdots,s_P(t)]^{\mathrm{T}}$ 为 $P\times1$ 维 P 个相互独立的信号源；$\boldsymbol{n}(t)\triangleq[n_1(t),\cdots,n_M(t)]^{\mathrm{T}}$ 为 $M\times1$ 维通道噪声，假设各通道噪声彼此独立，且服从 $N(0,\sigma_n^2)$ 高斯分布，并与信源独立；$\boldsymbol{B}=\mathrm{blkdiag}\{\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\cdots,\boldsymbol{b}_P\}$ 为 $N\times P$ 维块对角矩阵；$\boldsymbol{b}_i$ 为 $p_i\times1$ 维矢量，表示第 i 组相干信源的相干系数；$\boldsymbol{A}_C=[\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\cdots,\boldsymbol{A}_P]$ 为 $M\times N$ 维阵列流型矩阵.$\boldsymbol{A}_i$ 为 $M\times p_i$ 维第 i 组相干信源的流型矩阵，且

$$\boldsymbol{A}_i=[\boldsymbol{a}_C(\theta_{i1}),\boldsymbol{a}_C(\theta_{i2}),\cdots,\boldsymbol{a}_C(\theta_{ip_i})],$$

$$\boldsymbol{a}_C(\theta_{ij})=[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_0 r\cos(\theta_{ij}-\gamma_1)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_0 r\cos(\theta_{ij}-\gamma_2)}\cdots\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_0 r\cos(\theta_{ij}-\gamma_M)}]^{\mathrm{T}}.\quad(1)$$

式中，波数 $\beta_0=2\pi/\lambda$，阵列第 m 个阵元与 x 轴的夹角为 $\gamma_m=2\pi(m-1)/M,m=1,\cdots,M$.

由式(1)得 $M\times M$ 维均匀圆阵接收数据的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_C=E\{\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t)\}=\boldsymbol{A}_C\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}_{CS}\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_C^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}.\quad(2)$$

式中，$\boldsymbol{R}_{CS}=E\{\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(t)\}$ 为 $P\times P$ 维信源的协方差矩阵，由信源假设可知 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_{CS})=P$. 对 $\boldsymbol{R}_C$ 进行特征值分解：

$$\boldsymbol{R}_C=\sum_{i=1}^{M}\lambda_i\boldsymbol{u}_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{U}_{CS}\boldsymbol{\Sigma}_{CS}\boldsymbol{U}_{CS}^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{U}_{CN}\boldsymbol{\Sigma}_{CN}\boldsymbol{U}_{CN}^{\mathrm{H}}.\quad(3)$$

式中：$\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\lambda_P>\lambda_{P+1}=\cdots=\lambda_M=\sigma_n^2$ 为 $\boldsymbol{R}_C$ 的特征值，且按从大到小排列，对应的特征矢量为 $\boldsymbol{u}_1,\cdots,\boldsymbol{u}_M$；$\boldsymbol{\Sigma}_{CS}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_{CN}$ 分别为前 P 个大特征值和后 $M-P$ 个小特征值构成的对角阵；$\boldsymbol{U}_{CS}=[\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\cdots,\boldsymbol{u}_P]$ 和 $\boldsymbol{U}_{CN}$ 为相应的特征矢量矩阵.

1.2　模式空间变换

由于均匀圆阵的阵列流型矩阵 $\boldsymbol{A}_C$ 不具备范德蒙结构，需构造模式变换矩阵[4]将均匀圆阵输出进行变换.令

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{W}/M.$$

式中：$\boldsymbol{J}=\mathrm{diag}\{J_{-K}(\beta_0)/\mathrm{j}^{-K},\cdots,J_K(\beta_0)/\mathrm{j}^{K}\}$，$J_k(\beta_0)$ 表示 k 阶第 1 类贝塞尔函数，$K=\lfloor\beta_0\rfloor$ 为模式激励的最大模式数；$\boldsymbol{W}=[w_{-K},\cdots,w_K]^{\mathrm{H}}$，$w_k=[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi k/M},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi k(M-1)/M}]^{\mathrm{H}}$，$k=-K,\cdots,K$.

对均匀圆阵输出作模式变换得

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{T}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{A}_L\boldsymbol{B}\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{T}\boldsymbol{n}(t).$$

其中 $\boldsymbol{A}_L=\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}_C$ 为模式变换后的虚拟阵列流型矩阵，且

$$\boldsymbol{A}_L=[\boldsymbol{A}_1',\boldsymbol{A}_2',\cdots,\boldsymbol{A}_P']=[\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}_2,\cdots,\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}_P].\quad(4)$$

式中，$\boldsymbol{A}_i'=\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}_i$ 为第 i 组相干信源 $L\times p_i$ 维流型矩阵.其中 $L=2K+1$ 表示变换后虚拟线阵的阵元数，当阵元数满足 $M>2K$ 时

$$\boldsymbol{A}_i'=[\boldsymbol{a}_L(\theta_{i1}),\boldsymbol{a}_L(\theta_{i2}),\cdots,\boldsymbol{a}_L(\theta_{ip_i})],$$

$$\boldsymbol{a}_L(\theta_{ij})=\boldsymbol{T}\boldsymbol{a}_C(\theta_{ij})\cong[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}K\theta_{ij}},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}K\theta_{ij}}]^{\mathrm{T}}.\quad(5)$$

由式(4)、(5)可知，经模式空间变换后的 $L\times N$ 维阵列流型矩阵 $\boldsymbol{A}_L$ 具有范德蒙结构.变换后虚拟阵列数据协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_L=\mathrm{E}\{\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}(t)\}=\boldsymbol{T}\boldsymbol{R}_C\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{A}_L\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}_{CS}\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_L^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{R}_{LN}.$$

其中，变换后的噪声协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{LN}=\sigma_n^2\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}\cdot\frac{\sigma_n^2}{M}\mathrm{diag}\left(\frac{1}{\boldsymbol{J}_{-K}^2(\beta)}\cdots\frac{1}{\boldsymbol{J}_0^2(\beta)}\cdots\frac{1}{\boldsymbol{J}_K^2(\beta)}\right).\quad(6)$$

2　算法原理

2.1　MGEVD 算法

由式(6)可知 $\boldsymbol{R}_{LN}\neq\sigma_n^2\boldsymbol{I}$，模式变换使得虚拟线阵

各通道的噪声功率不再相同,因此采用基于线阵的矢量重构解相干算法时,为获取均匀线阵的阵列流型空间,必须首先采用广义特征分解[4].

设 λ_i 和 v_i 分别为矩阵束 $(\boldsymbol{R}_L,\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}})$ 的广义特征值和特征矢量,广义特征值 $\lambda_1 \sim \lambda_L$ 从大到小排列,前 P 个大广义特征值对应的特征矢量矩阵为 $\boldsymbol{U}_{LS}=[\boldsymbol{v}_1,\cdots,\boldsymbol{v}_P]$,可以证明(见附录):

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{U}_{LS}\}\not\subset \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_L\}.$$

表明 $\boldsymbol{U}_{LS}$ 张成的子空间不属于虚拟线阵导向矢量张成的信号子空间.因此,基于均匀线阵矢量重构算法若要用于虚拟线阵,还需进一步处理. 令

$$\boldsymbol{U}_{LS}^{'}=[\boldsymbol{v}_1^{'},\cdots,\boldsymbol{v}_p^{'},\cdots,\boldsymbol{v}_P^{'}]=\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_{LS}.$$

可以证明(见附录):

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{U}_{LS}^{'}\}=\mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_{LN}\boldsymbol{U}_{LS}\}\subset \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_L\}.$$

表明虚拟线阵导向矢量张成的信号子空间可由广义特征矢量矩阵 $\boldsymbol{U}_{LS}$ 左乘 $\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}}$ 得到.记 $\boldsymbol{U}_{LS}^{'}$ 的第一列为 $\boldsymbol{v}_1^{'}=[v_{1,1}^{'},v_{2,1}^{'},\cdots,v_{L,1}^{'}]^{\mathrm{T}}$,将其按下式构造矩阵[8]:

$$\boldsymbol{X}_1=\begin{bmatrix} v_{1,1}^{'} & v_{2,1}^{'} & \cdots & v_{d,1}^{'} \\ v_{2,1}^{'} & v_{3,1}^{'} & \cdots & v_{d+1,1}^{'} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{s,1}^{'} & v_{s+1,1}^{'} & \cdots & v_{L,1}^{'} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

式中,$s=L-d+1$,且 $d>N$,$s>N$.进一步由矩阵 $\boldsymbol{X}_1$ 进行反向特征矢量修正,得到 $s\times 2d$ 维矩阵为

$$\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{X}_1\quad \boldsymbol{JX}_1^{*}]. \tag{8}$$

其中,$\boldsymbol{J}_s$ 为 s 阶反对角线为 1 的置换矩阵.将 $\boldsymbol{Y}$ 与其共轭 $\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}$ 相乘,得

$$\boldsymbol{R}_L^{'}=\boldsymbol{YY}^{\mathrm{H}}. \tag{9}$$

对协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_L^{'}$ 特征值分解构造 MUSIC 空间谱函数,通过谱峰搜索完成 DOA 估计.为方便描述,称此改进算法为 MGEVD(Mode excitation GEVD)算法.

2.2 EMEVD 算法

由 MGEVD 算法原理知,算法由 $\boldsymbol{R}_C$ 经 $\boldsymbol{TR}_C\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}$ 得到 $\boldsymbol{R}_L$,通过对矩阵束 $(\boldsymbol{R}_L,\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}})$ 进行广义特征分解得到广义特征矢量 $\boldsymbol{v}_1$,对其左乘 $\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}}$ 得到用于解相干 DOA 估计的信号空间矢量 $\boldsymbol{v}_1^{'}$,算法复杂度较大(见表 1).为降低算法复杂度,证明了(见附录)

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{TU}_{CS}\}=\mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_{LN}\boldsymbol{U}_{LS}\}\subset \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_L\}.$$

即虚拟线阵导向矢量张成的信号子空间也可由均匀圆阵特征矢量矩阵 $\boldsymbol{U}_{CS}$ 左乘 $\boldsymbol{T}$ 得到,在此基础上进一步改进,构造

$$\tilde{\boldsymbol{U}}_{LS}=[\tilde{\boldsymbol{v}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{v}}_p,\cdots,\tilde{\boldsymbol{v}}_P]=\boldsymbol{TU}_{CS}. \tag{10}$$

取 $\boldsymbol{U}_{LS}^{'}$ 的第一列,并表示为 $\tilde{\boldsymbol{v}}_1=[\tilde{v}_{1,1},\tilde{v}_{2,1},\cdots,\tilde{v}_{L,1}]^{\mathrm{T}}$,同样按式(7)~(9)重构求得 $\tilde{\boldsymbol{R}}_L$,再对 $\tilde{\boldsymbol{R}}_L$ 依经典 MUSIC 算法即可完成解相干 DOA 估计.这里,称此改进算法为 EMEVD(eigenvalue decomposition before mode excitation EVD).

实际上,由附录的理论证明可知,2 种改进算法由 $\mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_{LN}\boldsymbol{U}_{LS}\}$ 和 $\mathrm{span}\{\boldsymbol{TU}_{CS}\}$ 分别构造的信号子空间是等价的,但二者计算复杂度明显不同.

EMEVD 算法利用 $\boldsymbol{U}_{CS}$ 构造信号子空间,只需先对 $\boldsymbol{R}_C$ 进行特征分解提取最大信号特征矢量 $\boldsymbol{u}_1$,并左乘 $\boldsymbol{T}$ 修正得到用于解相干 DOA 估计的特征矢量 $\tilde{\boldsymbol{v}}_1$,计算量比 EMEVD 算法小(见表 1).

表 1 MGEVD 算法和 EMEVD 算法运算量对比

算法	运算步骤	运算量
MGEVD	$\boldsymbol{R}_L=\boldsymbol{TR}_C\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}$	$ML(M+L)$
	$\mathrm{GEVD}(\boldsymbol{R}_L,\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}})\to\boldsymbol{v}_1$	$3L^2$
	$\boldsymbol{v}_1^{'}=\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}_1$	$L^2(M+1)$
EMEVD	$\mathrm{EVD}(\boldsymbol{R}_C)\to\boldsymbol{u}_1$	$3M^2$
	$\tilde{\boldsymbol{v}}_1=\boldsymbol{Tu}_1$	LM

表 1 中,$\mathrm{GEVD}(\boldsymbol{R}_L,\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}})\to\boldsymbol{v}_1$ 表示对矩阵束 $(\boldsymbol{R}_L,\boldsymbol{TT}^{\mathrm{H}})$ 求解最大广义特征矢量 $\boldsymbol{v}_1$,$\mathrm{EVD}(\boldsymbol{R}_C)\to\boldsymbol{u}_1$ 表示对 $\boldsymbol{R}_C$ 求解最大特征矢量 $\boldsymbol{u}_1$,二者的复杂度均采用快速子空间分解技术[13],则前 2 种算法在 MUSIC 谱峰搜索前的总运算量为

MGEVD 算法总运算量 $=ML(M+L)+3L^2+L^2(M+1)$,

EMEVD 算法总运算量 $=3M^2+LM$.

一般取,假设 $M=L+4=19$,则

$$\frac{3M^2+LM}{ML(M+L)+3L^2+L^2(M+1)}\approx 9\%.$$

可见运算量显著降低.

2.3 算法流程

EMEVD 算法流程如下:

1)记录 D 个快拍下阵列输出信号矢量 $\boldsymbol{x}(t)$,$t=1,2,\cdots,D$;

2)由 $\hat{\boldsymbol{R}}_C=\dfrac{1}{D}\sum_{t=1}^{D}\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t)$ 代替式(2),得有限快拍数下协方差矩阵的估计值;

3)将 $\hat{\boldsymbol{R}}_C$ 按式(3)进行特征值分解,得最大特征值对应的信号特征矢量 $\boldsymbol{u}_1$;

4)由式(10)得变换后最大特征矢量 $\tilde{\boldsymbol{v}}_1$;

5)对 $\tilde{\boldsymbol{v}}_1$ 依式(7)~(9)进行重排,得矩阵 $\tilde{\boldsymbol{R}}_L$;

6)将 $\tilde{\boldsymbol{R}}_L$ 特征值分解,得到噪声子空间 $\tilde{\boldsymbol{U}}_N$,并构造 MUSIC 谱函数,搜索谱峰 $P_M(\theta)$ 给出峰值位置 $\hat{\theta}_i$,$i=1,\cdots,N$.

3　仿真与分析

仿真实验对比了 EMEVD 算法和 MGEVD 算法的空间谱,并将 EMEVD 算法与目前基于均匀圆阵模式空间变换的解相干算法 MODE－FBSS[4]、MODE－TOEP[5]、MODE-DIFF-TOEP[6]进行比较.

实验 1　EMEVD 和 MGEVD 算法的空间谱图.设 2 个方位角为(－15°,10°)的等功率全相干信号,信噪比为 20 dB,快拍数为 200,采用 19 个阵元的均匀圆阵,阵元半径为 3.52λ/π,模式变换后虚拟线阵的阵元数为 15,取 2 种算法的子阵阶数为 8,2 种算法空间谱比较如图 2 所示.

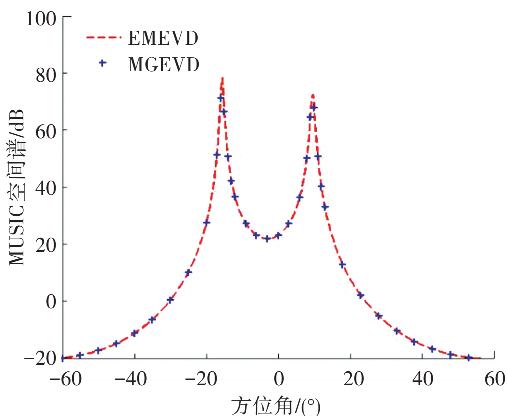

图 2　EMEVD 和 MGEVD 的空间谱比较

由图 2 可见,2 种算法空间谱重合,验证了 MGEVD、EMEVD 算法分别由 span$\{R_{LN}U_{LS}\}$ 和 span$\{TU_{CS}\}$ 构造信号子空间等价的结论.

实验 2　4 种算法的 DOA 估计均方误差、成功分辨率与信噪比的关系.设 4 个等功率信号,第 1 组方位角为(−43°,−26°)的全相干信号,后 2 组方位角分别为 30°和 55°的独立信号,快拍数固定为 256.实验中,估计均方误差的公式采用 $R_{SME,\theta}=\sqrt{\dfrac{1}{WN}\sum_{i=1}^{N}\sum_{w=1}^{W}(\hat{\theta}_{i,w}-\theta)^2}$,$W$ 为 Monte-Carlo 次数,N 为信号源数.每个 R_{SN} 点进行 2 000 次 Monte-Carlo 实验,其它仿真参数同实验 1.R_{SME} 和成功分辨随 R_{SN} 变化的关系如图 3、图 4 所示.

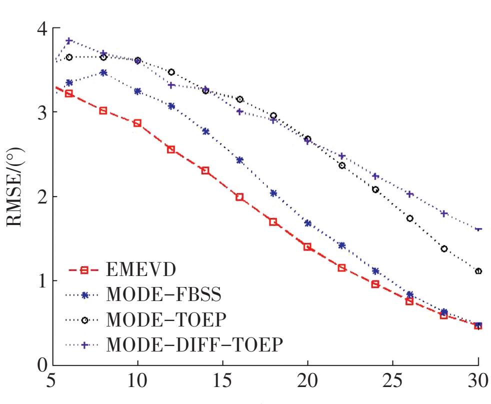

图 3　RMSE 随 R_{SN} 变化的关系曲线

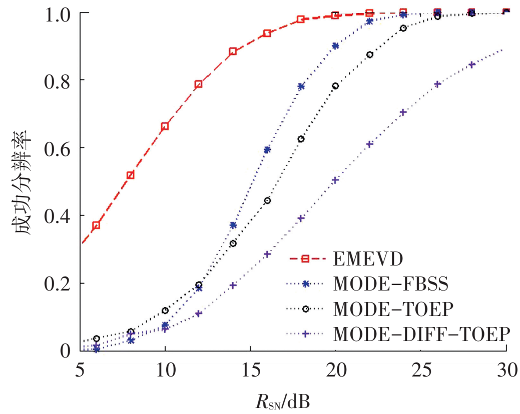

图 4　成功分辨率随 R_{SN} 变化的关系曲线

由图 3 和图 4 可见,4 种算法的估计精度和成功分辨率曲线都随 R_{SN} 增加而提高.图 3 表明在低信噪比下,EMEVD 的估计精度和成功分辨率明显高于其他 3 种算法,随着 R_{SN} 的增加,EMEVD 与 MODE-FBSS 均方误差性能接近,在高信噪比下,EMEVD 的估计精度略优于 MODE-FBSS,但它们的估计精度均优于 MODE－TOEP 和 MODE－DIFF－TOEP.图 4 表明 EMEVD 具有较高的成功分辨率且信噪比门限更低.

实验 3　4 种算法的 DOA 估计均方误差、成功分辨率与快拍数的关系. R_{SN} 固定为 20 dB,每个快拍数进行2 000 次 Monte-Carlo 实验,其它仿真参数同实验 1. R_{SME} 和成功分辨随快拍数变化的关系如图 5、图 6 所示.

由图 5 和图 6 可见,4 种算法的 DOA 估计精度和分辨率随快拍数增加而提高.图 5 表明 EMEVD 的估计精度在不同快拍数下均优于其他 3 种算法;EMEVD 和 MODE-FBSS 的估计精度随快拍数增加改善较大,在大快拍数下二者精度都较高,而 MODE-TOEP 和 MODE-DIFF-TOEP 的估计精度随着快拍数的增加变化较慢,精度略低.图 6 表明 EMEVD 分辨率随快拍数增加而提高,且明显高于其他 3 种算法.

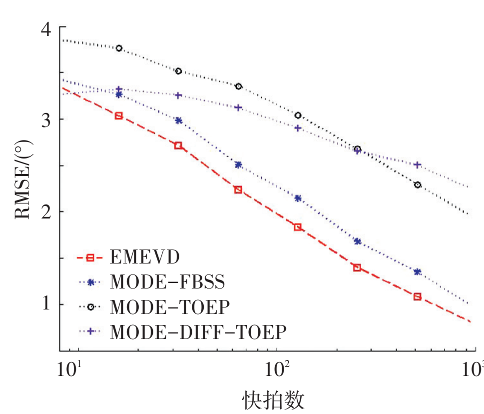

图 5　R_{SME} 随快拍数变化的关系曲线

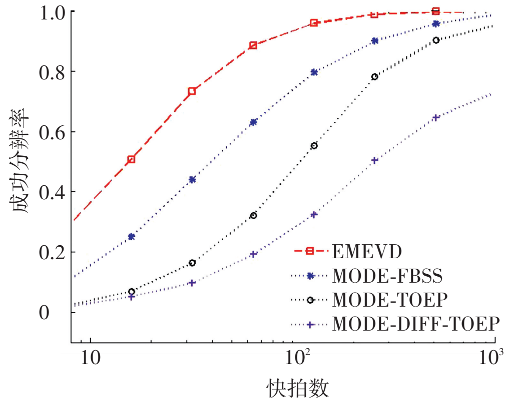

图 6　成功分辨率随快拍数变化的关系曲线

4　结　论

在考虑模式变换引起噪声功率变化的基础上，通过分析广义特征矢量与虚拟线阵信号空间的关系，对矢量重构解相干算法加以改进，提出适用于均匀圆阵模式变换的 MGEVD 算法. 针对该算法计算复杂度高的问题提出改进的 EMEVD 算法，将模式空间变换后的相关处理步骤提前到模式变换前，其性能估计的实质不变，但计算量和复杂度大大降低.

理论分析与仿真实验表明，EMEVD 矢量重构类算法估计精度较高，然而算法高估计精度的代价是比已有的 MODE-FBSS、MODE-TOEP 和 MODE-DIFF-TOEP 等算法需多进行一次特征值分解，因此如何进一步降低两次特征值分解的计算量值得今后研究.

附录

定理 1[3]　假设 $N(N \leqslant M-1)$ 个窄带远场信号入射到 M 个阵元组成的阵列上，接收数据的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{R}_N.$$

式中：$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_n, \cdots, \boldsymbol{a}_N]$ 为阵列流型矩阵，$\boldsymbol{R}_S$ 为信号协方差矩阵，$\boldsymbol{R}_N$ 为噪声协方差矩阵. 假设 N 个信号可以分为 P 组组间独立、组内相干的信号，由信源假设条件可知 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_S) = P$，$P \leqslant N$. 设 u_p 为矩阵束 $(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_N)$ 的第 p 个大广义特征值对应的特征矢量，存在如下线性关系：

$$\boldsymbol{R}_N\boldsymbol{u}_p = \sum_{n=1}^{N} \alpha_p(n)\boldsymbol{a}_n. \tag{11}$$

其中，$\alpha_p(n)$ 为线性组合因子，$1 \leqslant p \leqslant P$.

式(11)说明无论信号源是否相干，$\boldsymbol{R}_N\boldsymbol{u}_p$ 是信号源导向矢量的一个线性组合，且包含了信号的全部信息，基于此可以进行解相干处理. 若令广义特征矢量矩阵 $\boldsymbol{U}_S = [\boldsymbol{u}_1, \cdots, \boldsymbol{u}_p, \cdots, \boldsymbol{u}_P]$，由定理 1 可得到如下推论：

推论 1　若 $\boldsymbol{R}_N \neq \sigma_n^2\boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{U}_S$ 为矩阵束 $(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_N)$ 的广义特征矢量矩阵，则

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_N\boldsymbol{U}_S\} \subseteq \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}\},$$
$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{U}_S\} \not\subset \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}\}. \tag{12}$$

推论 2　若 $\boldsymbol{R}_N = \sigma_n^2\boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{U}_S$ 退化为矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的特征矢量矩阵，则

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_N\boldsymbol{U}_S\} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{U}_S\} \subseteq \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}\}. \tag{13}$$

当 $P = N$ 时，式(12)、(13)等号成立.

由推论 2 可知，均匀圆阵的矢量矩阵 $\boldsymbol{U}_{CS}$ 和导向矢量矩阵 $\boldsymbol{A}_C$ 所张成的信号子空间之间的关系为

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{U}_{CS}\} \subset \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_C\}. \tag{14}$$

且模式变换后虚拟均匀线阵的信号子空间为

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_L\} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}_C\}. \tag{15}$$

结合式(14)、(15)可得

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{T}\boldsymbol{U}_{CS}\} \subset \mathrm{span}\{\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}_C\} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_L\}. \tag{16}$$

由推论 1 可知

$$\begin{cases} \mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_{LN}\boldsymbol{U}_{LS}\} \subset \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_L\}, \\ \mathrm{span}\{\boldsymbol{U}_{LS}\} \not\subset \mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_L\}. \end{cases} \tag{17}$$

式(16)、(17)表明，子空间 $\mathrm{span}\{\boldsymbol{A}_L\}$ 包含子空间 $\mathrm{span}\{\boldsymbol{T}\boldsymbol{U}_{CS}\}$ 和 $\mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_{LN}\boldsymbol{U}_{LS}\}$.

可以证明

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{T}\boldsymbol{U}_{CS}\} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_{LN}\boldsymbol{U}_{LS}\}.$$

证　明　设 $\boldsymbol{u}_p$ 为均匀圆阵前 P 个大特征矢量中第 p 列特征矢量，令矢量 $\boldsymbol{v}_p = (\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}})^{-}\boldsymbol{u}_p$，则

$$\boldsymbol{R}_L\boldsymbol{v}_p = (\boldsymbol{T}\boldsymbol{R}_C\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}})(\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}})^{-}\boldsymbol{u}_p = \boldsymbol{T}\boldsymbol{R}_C\boldsymbol{u}_p = \lambda_p\boldsymbol{T}\boldsymbol{u}_p, \tag{18}$$

$$\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}_p = \boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}})^{-}\boldsymbol{u}_p = \boldsymbol{T}\boldsymbol{u}_p. \tag{19}$$

联立式(18)和(19)，得

$$\boldsymbol{R}_L\boldsymbol{v}_p = \lambda_p\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}_p.$$

由此可知，λ_p 和 $\boldsymbol{v}_p$ 为矩阵束 $(\boldsymbol{R}_L, \boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}})$ 的前 P 个大特征矢量中第 p 个广义特征值和对应的特征矢量，且

$$\boldsymbol{v}_p = (\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}})^{-}\boldsymbol{u}_p. \tag{20}$$

再依据式(6)、(20)，得

$$\boldsymbol{R}_{LN}\boldsymbol{v}_p = \sigma_n^2\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}_p = \sigma_n^2\boldsymbol{T}\boldsymbol{u}_p. \tag{21}$$

由式(21)可得

$$\mathrm{span}\{\boldsymbol{T}\boldsymbol{U}_{CS}\} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{R}_{LN}\boldsymbol{U}_{LS}\}.$$

证毕.

参考文献

[1] SHAN Tiejun, WAX M, KAILATH T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1985, 33(4): 806-811.

(下转第 109 页)

参考文献

[1] 潘俊俊,贾振.Gamma-Gamma 湍流中副载波大气光通信系统的性能分析[J].光电子 · 激光,2007,18(8):953-955.

[2] 王怡,郭黎利,王克家. 基于 Turbo 码的相干光通信系统性能研究[J].哈尔滨工业大学学报,2007,39(11):1811-1813.

[3] 刘敏.无线激光通信系统中 LDPC 码和 PPM 的传输性能研究[D].西安:西安电子科技大学,2013.

[4] 王海先.大气中激光通信技术[J].红外与激光工程,2001,30(2):123-127.

[5] CHEN C C, GARDNER R M. Performance of PLL synchronized optical PPM communication systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 1986,34(10)988-994.

[6] DELGADO R, FRANCISCO A. Color shift keying communication system with a modified PPM synchronization scheme[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2014,26(18):1851-1854.

[7] ELMIRGHANI J, CRYAN R, CLAYTON M. Spectral characterisation and frame synchronisation of optical fibre digital PPM[J]. IEEE Electronics Letters, 1992,28(16):1482-1483.

[8] JIANG Yijun, TAO Kunyu, SONG Yiwei. Packet error rate analysis of OOK, DPIM and PPM modulation schemes for ground-to-satellite laser uplink communications [J]. Applied Optics, 2014,53(7):1268-1273.

[9] KUMAR N. 2. 5Gbit/s optical wireless communication system using PPM modulation schemes in HAP-to-satellite links[J]. Optik, 2014,125(14):3401-3404.

[10] RAY I, SIBLEY M J N, MATHER P J. Performance analysis of offset pulse-position modulation over an optical channel[J]. Journal of Lightwave Technology, 2012, 30(3):325-330.

(编辑　王小唯　苗秀芝)

(上接第 66 页)

[2] PILLAI S U, KWON B H. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing,1989,37(1):8-15.

[3] CADZOW J A, KIM Y S, SHIUE D C. General direction-of-arrival estimation: a signal subspace approach[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1989, 25(1):31-47.

[4] WAX M, SHEINVALD J. Direction finding of coherent signals via spatial smoothing for uniform circular arrays [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1994,42(5):613-620.

[5] 高书彦,陈辉,王永良,等.基于均匀圆阵的模式空间矩阵重构算法[J].电子与信息学报,2007,29(12):2832-2835.

[6] 谢菊兰,李会勇,何子述. 均匀圆阵相干信源 DOA 估计的差分算法[J].电子科技大学学报,2012,41(4):516-521.

[7] 甄佳奇,丁群,赵冰.虚拟阵列下的相干信号测向算法[J].系统工程与电子技术,2013,35(10):2032-2036.

[8] YE Zhongfu, XU Xu. DOA estimation by exploiting the symmetric configuration of uniform linear array[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation,2007,55(12):3716-3720.

[9] LIU Fulai, WANG Jinkuan, SUN Changyin, et al. Spatial differencing method for DOA estimation under the coexistence of both uncorrelated and coherent signals[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation,2012,60(4):2052-2062.

[10] 胡晓琴,陈辉,陈建文,等.一种利用最大特征矢量的 Toeplitz 去相干方法[J].电子学报,2008,36(9):1710-1714.

[11] CHOI Y H. ESPRIT-based coherent source localization with forward and backward vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2010,58(12):6416-6420..

[12] 刁鸣,安春莲.基于矢量重构的相干信源测向[J].应用科学学报,2011,29(3):261-266.

[13] XU Guanghan, KAILATH T. Fast subspace decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(3): 539-551.

(编辑　王小唯　苗秀芝)