doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.05.016

# 加权分数傅里叶变换在混合系统中的应用

青1. 孙海信1. 齐 洁1. 顾亚平2. 王华奎3 陈

(1. 水声通信与海洋信息技术教育部重点实验室(厦门大学), 361005 福建 厦门;

2. 中国科学院声学研究所, 100190 北京; 3. 水声对抗重点实验室(91388 部队), 524022 广东 湛江)

摘 要:为提高通信系统在复杂水声环境下的鲁棒性,提出基于加权分数傅里叶变换 WFRFT(weighted fractional Fourier transform)的混合载波系统.对混合系统进行优化设计,以最低误比特率为优化目标,求解得到系统的最优变换阶次,得到优化的系 统性能. 仿真和水池实验表明,基于 WFRFT 的混合载波系统在多径信道下的误比特率介于传统的单/多载波系统之间;而在 双选信道下,其最优阶的系统性能优于单/多载波系统.该混合系统具有单/多载波的优良性能,在提高通信系统鲁棒性方面, 具有很大的应用前景.

关键词:加权分数傅里叶变换;混合载波系统;水声环境;最优阶 中图分类号: TN914 文献标志码:A 文章编号: 0367-6234(2016)05-0100-05

## Application of weighted fractional Fourier transform in hybrid system

CHEN Qing<sup>1</sup>, SUN Haixin<sup>1</sup>, QI Jie<sup>1</sup>, GU Yaping<sup>2</sup>, WANG Huakui<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Underwater Acoustic Communication and Marine Information Technology, Ministry of

Education, School of Information Science and Engineering, Xiamen University, 361005 Xiamen, Fujian, China;

2. Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, 100190 Beijing, China;

3. Science and Technology on Underwater Acoustic Antagonizing Laboratory, No.91388 Unit of PLA, 524022 Zhanjiang, Guangdong, China)

Abstract: To improve the robustness of the communication system in complex underwater acoustic environment, the hybrid carrier system based on WFRFT was put forward. To obtain the optimal transformation order, the hybrid carrier system is designed with the lowest bit error rate as optimization goal. Simulation results show that BER performance of hybrid carrier system is between the traditional single/multi carrier systems in multipath channels. However, system performances with the optimal order are superior to single/multi carrier systems under the doubly selective fading channels. It has the excellent characteristics of the single/multi carrier systems and it is thus prospective in improving the robustness of the communication system.

Keywords: weighted fractional Fourier transform; hybrid carrier system; underwater acoustic environment; optimal order

水声信道环境复杂,表现为严重的多径时延、 带宽受限、时变和多普勒频移等.其中,多径时延一 般最大可达几个毫秒,甚至几十个毫秒,从而造成码 间干扰比较严重. 而1 500 m/s 的水声传播速度远 小于电磁波传播速度,从而造成多普勒频移比较严 重. 水声信道的复杂性给水下通信带来严重挑战. 因此,如何对抗多径传播和多普勒频移一直是水声 通信研究的热点.

目前,水声通信中主要应用两种机制:多载波正

作者简介:陈 青(1991—),女,硕士研究生; 孙海信(1977—),男,博士生导师.

通信作者: 齐 洁, qijie@ xmu.edu.cn.

交频分复用 OFDM (orthogonal frequency division multiplexing)<sup>[1]</sup>与单载波频域均衡 SC-FDE(single carrier-frequency domain equalization)<sup>[2]</sup>. OFDM 系 统主要用于克服多径传输,且频谱利用率高[3],但 存在高峰均比和对频偏敏感等问题<sup>[4]</sup>;SC-FDE系 统能够降低峰均比,对频偏不敏感,但频谱利用率 低<sup>[5]</sup>.可见,OFDM 和 SC-FDE 各有优缺点.

本文提出一种基于 WFRFT 的混合载波系统. 它只需一套物理层传输设备就可实现单/多载波系 统以及分数域系统,是一种真正意义上的混合载波 调制系统<sup>[6]</sup>.他可与现有的传输体制相兼容,也可 在各分数域系统间平滑过渡,能与实际信道相匹配. WFRFT系统作为一种将单/多载波结合的传输手段 尚未受到广泛研究,它在不同传输环境下的最优化

收稿日期: 2014-11-17.

基金项目:国家自然科学基金(61471309);福建省自然科学基金 (2013J01258).

传输也未发现相关文献.本文将在水声信道典型的 多径和多普勒环境下,研究基于 WFRFT 的混合载 波通信系统性能,并提出该系统最优阶的选取方法.

1 加权类傅里叶变换基本理论

### 1.1 加权分数傅里叶变换<sup>[7]</sup>的定义

传统傅里叶变换的周期为4,令g(x)为满足均 方可积的时域信号,对它连续做4次傅里叶变换  $g(x) \xrightarrow{F} G(x) \xrightarrow{F} g(-x) \xrightarrow{F} G(-x) \xrightarrow{F} g(x)$ . 式中:G(x)为信号频域形式,g(-x)和G(-x)分 别为信号时域和频域形式的反转,变换阶次为 $\alpha$ 的 4-WFRFT 的具体表达式<sup>[8]</sup>为

 $F^{\alpha}[g(x)] = w_0(\alpha)g(x) + w_1(\alpha)G(x) + w_2(\alpha)g(-x) + w_3(\alpha)G(-x). (1)$ 

式中:  $w_l(\alpha)$  为加权系数. g(x) 和g(-x) 是时域信 号; G(x)、G(-x)分别是 g(x)、g(-x) 经过傅里 叶变换后的频域信号.  $w_l(\alpha)$  与  $\alpha$  的数学关系为

$$w_l(\alpha) = \cos\left[\frac{(\alpha - l)\pi}{4}\right] \cos\left[\frac{2(\alpha - l)\pi}{4}\right] \exp\left[\frac{3(\alpha - l)\pi j}{4}\right],$$

$$(l = 0, 1, 2, 3).$$
 (2)

式中 $\alpha$ 的周期为4,一般将区间[0,4]定义为 $\alpha$ 的主 周期.

传统傅里叶变换将时域信号由时域轴逆时针旋 转 π/2 到频域轴. 时域信号和频域信号在时频域平 面上是正交的.

### 1.2 加权分数傅里叶变换的物理实现

离散序列的反转操作(以g(-m)为例)为

$$g(-m) = \begin{cases} g(m), m = 0; \\ g(N-m), m = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases}$$
(3)

WFRFT 可用 FFT 实现,从而降低实现的复杂 度.具体实现见图 1 系统结构<sup>[6]</sup>.



### 图 1 基于 FFT 的 WFRFT 系统实现结构

由图 1 可见,一次 WFRFT 只需进行一次相同 长度的 FFT 运算,从乘法次数角度,两者的复杂度 基本处于同一数量级上.WFRFT 只是在加权过程中 多了 4N 次乘法运算.因此,WFRFT 算法在硬件上 可实现.

# 2 基于 WFRFT 的混合载波通信系统

将 WFRFT 引入通信系统,并利用 WFRFT 的边 界性和可加性构建混合载波系统<sup>[9]</sup>,见图 2. WFRFT 的边界性即时域信号 g(x) 的 0 阶变换结果 为信号时域形式,  $\alpha = 1$  时为信号频域形式;可加性 可描述为

$$F^{\alpha}[F^{\beta}[g(x)]] = F^{\alpha+\beta}[g(x)].$$
(4)



图 2 基于 WFRFT 的混合载波系统框图

输入信号是由  $\alpha$  阶分数域变换到时域,接收信号先经过 FFT 变换到频域进行均衡后,再经过 ( $\alpha$  – 1) 的 WFRFT 变换回  $\alpha$  阶分数域. 混合系统在取特定参数时可转化为现有的单/多载波系统. 当  $\alpha$  = 0 时,混合系统为 SC-FDE 系统见图 3;当 $\alpha$  = 1 时,对应 OFDM 系统<sup>[10]</sup>见图 4.



# **3** WFRFT 系统优化

在不同环境下,通信系统的性能会差别很大,多 径和多普勒的影响也会非常明显.因此在不同环境 下,如何设计最优系统和求得系统最优解,对于提升 WFRFT系统的性能,具有重要意义. 最佳通信系统是与信道不同传输条件紧密结合的. 一般情况下, 通信系统是以误比特率作为系统 性能的衡量标准.

$$R_{\rm BER} = {\rm bit}_{\rm err} / {\rm bit}_{\rm all}.$$
 (5)

式中: bit<sub>err</sub> 为传输中错误比特数, bit<sub>all</sub> 为传输的总 比特数.

考虑到信号传输会受到通信环境中各种干扰的 影响,而不同变换阶次下系统受这些干扰影响的程 度也不同.干扰程度越小,对应误比特率也越小.因 此结合变换阶次,设计系统优化目标,实现最优的 WFRFT系统设计.

主要考虑多径和多普勒这两个因素,水声信道 的冲激响应为

$$h(t,\tau) = \sum_{i=1}^{L} a_i \delta(t-\tau_i) e^{j2\pi f_{di}t}.$$
 (6)

式中: $L, a_i, \tau_i, f_{di}$ 分别为多径数、幅度、时延、多普勒频移.

源信号 x(t) 经过信道传输后,接收信号 y(t) 为

$$y(t) = \sum_{i=1}^{L} a_i x(t - \tau_i) e^{j2\pi f_{di}t} + n(t).$$
 (7)

式中: n(t) 为高斯白噪声信号, 当采样频率为 F<sub>s</sub>时, 接收信号的离散表示形式为

$$y(k) = \sum_{i=1}^{L} a_i x(\frac{k}{F_s} - \tau_i) e^{j2\pi f_{di} \frac{k}{F_s}} + n(k).$$
(8)

接收信号 y(k) 包含了源信号 x(k) 信息以及多 径、多普勒和噪声造成的干扰信息 d(k).可用另一 种表达形式:

$$y(k) = x(k) + d(k).$$
 (9)

在通信系统中,接收端接收信号后还要经过解调 和判决,d(k)的大小会影响信号最终的正确判决,从 而影响系统性能. 而 WFRFT 系统中,选择不同的变 换阶次,信号经过信道所受到的干扰程度也不同. 令 x = (x(1),x(2),...), y = (y(1),y(2),...),则在WFRFT 系统中

 $N_{\alpha} = \|F^{\alpha}[y] - F^{\alpha}[x]\|_{2}^{2}$ . (10)  $N_{\alpha}$ 越小,即干扰信息对源信号的影响越小,系 统误比特率越小,系统性能更好.因此,以 $N_{\alpha}$ 的最 小值为优化目标,在 $\alpha$ 主周期内进行搜索,当 $N_{\alpha}$ 最 小时对应的 $\alpha$ 即为最优阶.最优阶选取问题的解可 描述为

 $\alpha_{opt} = \arg \min_{\alpha} \| F^{\alpha}[\mathbf{y}] - F^{\alpha}[\mathbf{x}] \|_{2}^{2}.$  (11) 式中:  $\| \cdot \|_{2}$ 为 2-范数,  $F^{\alpha}[\cdot]$ 为  $\alpha$  阶 WFRFT. 算 法具体流程见图 5.

将最优阶选取算法引入图 2 所示系统中,得到 的系统结构图见图 6.

在发送信号s前,先发送一串具有和s相同长

度及结构的已知序列 x. y 为接收信号. 根据图 5 所示算法,选取最优阶  $\alpha_{opt}$ . 将  $\alpha_{opt}$  反馈回发送端,再发送 s. 此时,基于 WFRFT 的混合载波系统是在  $\alpha_{opt}$ 模式下通信的,系统误比特率最低,性能最好.



图 5 最优阶选取算法流程



图 6 引入最优阶选取算法的 WFRFT 系统

4 仿真和水池实验

### 4.1 仿真

考虑到水声环境多径时延严重,在多径信道下进行了仿真.当多普勒频移为0Hz时,根据式(6),由表1参数建立多径仿真信道.其中最大多径时延为12ms,且第二径的信号幅度衰减为源信号的0.82倍,对第一径信号干扰比较大,则该多径信道造成的码间干扰会比较严重.相关仿真参数见表1、2.

表1 信道的时延和幅度衰减

多径条数		时延/ms		幅度衰减			
1		0		1.00			
2		1		0.82			
3		4		0.45			
4		8		0.20			
5		12		0.09			
表 2 系统仿真参数							
信号映射	数据长度	导频类型	保护间 隔类型	多径数	噪声		
QPSK	512	块状导频	循环前缀	5径	高斯白 噪声		

在多径仿真信道下,由式(5)可得 SC-FDE 系 统、OFDM 系统和 WFRFT 系统的误比特率.3 种系 统在不同信噪比下的误比特率曲线见图 7. 由图 7 可见,当信噪比<14 dB 时,3 种系统的性能排序为 OFDM < WFRFT < SC - FDE;当信噪比>14 dB 时有 SC-FDE < WFRFT < OFDM.图 8 给出不同信噪比下 WFRFT 系统在  $\alpha$  主周期内的误比特率曲线.图 7 中,信噪比分别为 10、18 dB 时,SC-FDE 系统误比 特率为 1.5×10<sup>-1</sup>、7.6×10<sup>-4</sup>,OFDM 系统为 5.3×10<sup>-2</sup>、 1.1×10<sup>-2</sup>.结合图 8 可见,WFRFT 系统随  $\alpha$ 的不同 呈现周期变化,但误比特率一直在 SC - FDE 和 OFDM 间波动.综合图 7、8 可得,基于 WFRFT 的混 合载波系统在多径信道下的性能处于 OFDM 和 SC-FDE 系统之间.





图 8 不同变换阶次下的混合载波系统性能

因为 WFRFT 系统可兼容单/多载波系统,经过 最优阶算法,在低信噪比下系统选取  $\alpha = 1$ , WFRFT 系统转换为 OFDM 系统,此时系统得到最低误比特 率;在高信噪比下系统选取  $\alpha = 0$ , WFRFT 系统转换 为 SC-FDE 系统,此时系统得到最低误比特率.在 多径信道下,基于 WFRFT 的混合载波系统可依具 体情况选择最优阶,从而更好地匹配信道,达到最优 性能. 仿真结果见图 9.

另外,作为单/多载波混合体制存在的WFRFT系统对时间选择性衰落与频率选择性衰落都存在抵抗性,从而比单独的单/多载波系统拥有更优异的系统

性能.因此,在多径和多普勒信道下进行仿真,最大多 普勒频移为 200 Hz,具体仿真参数见表 1、2. 在该双 选信道下,混合系统经过最优化过程,选取 α = 0.4, 此时系统得到最低误比特率.仿真结果见图 10.



图 9 3 种系统在不同信噪比下的误比特率(α 可变)



图 10 3 种系统在双选信道下的性能比较

由图 10 可见,信噪比在 0~5 dB 时,3 种系统的 误比特率相差不大;信噪比>5 dB 时,基于 WFRFT 的混合载波系统的误比特率很明显低于其它两种系 统.以信噪比为 20 dB 为例,WFRFT 系统比 OFDM 系统的误比特率降低 0.008,比 SC-FDE 系统降低 0.017,显示出 WFRFT 系统比其它两种系统具有更 强的抗衰落能力,有一定实用价值.

综上所述,基于 WFRFT 的混合载波系统只需 一套物理层传输设备,可根据不同信道环境选择合 适的 α,以更好地匹配信道,比传统的单/多载波系 统具有更好的性能.

#### 4.2 水池实验

该实验是在厦门大学通信工程系实验水池中完成的.水池4面铺设瓷砖,声信号在水池中传输时存在严重的多径时延.实验过程见图 11,换能器和水听器相距8 m.系统参数的设置见表 3.





表 3 实验系统参数									
信号	同步	数据	有效	有效	采样	载波			
肿射	信号	长度	带宽/	速率/	频率/	频率/			
19771	IL 9	K/X	kHz	$(kbit\boldsymbol{\cdot}s^{-1})$	kHz	kHz			
QPSK	Chirp 信号	1 024	6	3	66	11			

换能器和水听器保持静止,此时信道表现为多 径时延特性,在信噪比估计值分别为 18.801 0、 12.658 8 dB时得到第 1、2 组数据;水听器以20 m/s 的速度移动造成约 147 Hz 的最大多普勒频移,此时 信道表现为多径时延和多普勒频移的特性,在该信 道下得到第 3 组数据.实验数据见表 4.

		- • -	,
组数	第1组	第2组	第3组
SC-FDE	0.000 4	0.012 4	0.016 6
$\alpha = 0$	0.000 4	0.012 1	0.016 7
$\alpha = 0.2$	0.000 5	0.010 7	0.005 1
$\alpha = 0.4$	0.000 9	0.009 5	0.002 6
$\alpha = 0.6$	0.001 2	0.007 7	0.003 6
$\alpha = 0.8$	0.001 7	0.006 3	0.005 9
$\alpha = 1.0$	0.002 0	0.005 7	0.007 3
OFDM	0.002 1	0.005 5	0.007 7

表 4 水池实验结果(误比特率)

由表4第1、2组数据可得,WFRFT系统性能介 于其它两种系统之间.在信噪比为18.8010dB且  $\alpha$ =0时,WFRFT系统与SC-FDE系统性能相近,可 得最小误比特率;在信噪比为12.6588dB且 $\alpha$ =1 时,WFRFT系统与OFDM系统性能相近,可得最小 误比特率.由表4第3组数据可得,WFRFT系统有 优于其它两种系统的变换阶次,当 $\alpha$ =0.4时, WFRFT系统的误比特率最低.

因此,在不同信噪比以及多径、多普勒的信道环 境下,WFRFT系统通过选取最优阶可得最优系统性 能. 与传统的单/多载波系统相比,WFRFT系统具有 更好的性能.

5 结 语

现有的两种载波系统—单载波系统和多载波系统,各自存在优缺点.本文提出的WFRFT混合载波系统能体现单/多载波系统混合的特性,通过研究该系统在多径信道和双选信道下的性能,结合信道特点和WFRFT变换性质,以最低误比特率为优化目

标,可得系统最优阶,得到在不同传输环境下的最优 传输系统.最后经过实验验证:该混合系统在多径 信道下,系统性能处于单/多载波系统之间;在双选 信道下,混合系统有优于其它两种系统的变换阶次. 混合系统可根据信道环境选择最优阶,使系统跟信 道匹配,保持最优的系统性能,具有一定应用前景.

## 参考文献

- [1] WANG Zhaohui, HUANG Jie, ZHOU Shengli, et al. Iterative receiver processing for OFDM modulated physical-layer network coding in underwater acoustic channels [J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(2): 541-553.
- [2] 郭瑜晖,孙海信,程恩,等.水声系统单载波频域均衡方法比较[J]. 厦门大学学报(自然科学版),2012,51(5): 849-853.
- [3] 徐小卡,桑恩方,李娜,等. 基于 DFT 的 OFDM 水声通信 信道估计算法[J]. 数据采集与处理,2009,24(1):44-48.
- [4] 黄新林,王钢,马永奎,等. 一种高效的 OFDM 比特功率 分配算法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2010,42(9): 1379-1382.
- [5] 王荆宁,沙学军,谭学治. 单载波频域均衡中的协作分集 方法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2011,43(7): 42-45.
- [6] MEI Lin, SHA Xuejun, ZHANG Naitong. The approach to carrier scheme convergence based on 4-weighted fractional Fourier transform [J]. IEEE Communication Letters, 2010, 14(6): 503-505.
- [7] MEI Lin, SHA Xuejun, RAN Qinwen, et al. Research on the application of 4-weighted fractional Fourier transform in communication system [J]. Science China (Information Sciences), 2010, 53(6): 1251-1260.
- [8] WANG Kun, SHA Xuejun, MEI Lin. On interference suppression in doubly-dispersive channels with hybrid single-multi carrier modulation and an MMSE iterative equalizer [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2012, 1(5): 504-507.
- [9] WANG Kun, SHA Xuejun, MEI Lin, et al. Performance analysis of hybrid carrier system with MMSE equalization over doubly-dispersive channels [J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(7): 1048-1051.
- [10] CVIJETIC N. OFDM for next-generation optical access networks [J]. Journal of Lightwave Technology, 2012, 30 (4): 384-398.

(编辑 王小唯 苗秀芝)