

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2015.05.023

# 改进的双链量子遗传算法在图像去噪中的应用

国强, 孙宇泉

(哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 150001 哈尔滨)

**摘要:** 针对传统双链量子遗传算法收敛速度慢、搜索精度低、鲁棒性差等不足, 提出一种 F 型双链量子遗传算法 (F\_DCQGA). 对编码空间进行单值映射处理, 在保证量子种群适应度值与相应幅角排序单调性的前提下, 缩小算法的搜索空间, 增加搜索密度; 在量子更新时引入自适应步长因子, 使步长随目标函数在搜索点处梯度的变化而变化, 有效解决了传统寻优算法普遍存在的全局最优解搜索困难的问题; 在染色体变异更新时提出了  $\pi/6$  门, 克服了原来非门变异无法更新量子比特概率幅的缺点. 将 F\_DCQGA 优化算法应用于小波阈值去噪的阈值选择机制中, 通过仿真证明 F\_DCQGA 优化算法提高了小波阈值函数的收敛速度和搜索精度, 在图像边缘特征提取中可以获得更小的均方误差 ( $S_{ME}$ ) 和更大的峰值信噪比 ( $R_{PSN}$ ), 同时又保留了大部分高频信息.

**关键词:** 双链量子遗传算法; 量子旋转门; 量子编码; 小波去噪; 自适应阈值

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2016)05-0140-08

## Improved quantum genetic algorithm with double chains in image denoising

GUO Qiang, SUN Yuxiao

(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, 150001 Harbin, China)

**Abstract:** To solve the problems of slow convergence speed, low search precision and poor robustness in traditional double chains quantum genetic algorithm, a new double chains quantum genetic algorithm (F\_DCQGA) is proposed. The coding space is mapped to reduce the algorithm searching space and increases searching density, under the premise of guaranteeing quantum population adaptation and argument population monotonicity. The adaptive step-length factor is introduced to the quantum updating, which changes the step-length with gradient of objective function in searching points. This could solve the global optimal solution search difficulties caused by oscillatory occurrence in traditional optimization algorithm. Quantum  $\pi/6$  gate is presented in chromosome mutation upadating, to overcome the shortcoming that NOT gate can not update quantum bit probability amplitude. The F\_DCQGA is applied to the threshold selection of wavelet threshold denoising. Simulation results show that F\_DCQGA improves the convergence speed of the wavelet threshold function and searching precision. And in image edge feature extraction, the smaller mean square error ( $S_{ME}$ ) and larger peak signal to noise ratio ( $R_{PSN}$ ) are gained. Simultaneously, the high frequency information is also retained.

**Keywords:** double chains quantum genetic algorithm; quantum rotation gate; quantum code; wavelet de-noising; adaptive thresholding

量子计算的主体思想就是用微观粒子(量子)的纠缠、叠加和相干等特性解决经典计算中无法解决的 NP 问题. 分解大数质因子的量子算法<sup>[1]</sup>和量

子搜索算法<sup>[2]</sup>等的提出, 给量子计算的研究注入了新的活力, 引发了量子计算研究的热潮. 量子突出的并行计算能力被应用到各类优化算法中, 其中量子遗传算法<sup>[2-3]</sup> QGA (quantum genetic algorithm) 以种群规模小、搜索能力强、收敛速度快等优点受到关注, 而双链量子遗传算法 DCQGA (double chains quantum genetic algorithm) 弥补了量子遗传算法的缺陷, 提高了量子优化算法的效率和精度, 得到了广泛的应用.

但 DCQGA 优化算法自身也存在不足. 首先, 它

收稿日期: 2014-11-14.

基金项目: 国家自然科学基金(61371172, 61240007); 黑龙江省科技攻关项目(GC13A307); 黑龙江省博士后科研启动金(LBH-Q12122); 海洋工程国家重点实验室基金(1213); 哈尔滨市应用技术与开发项目(2013RFJGJ009).

作者简介: 国强(1972—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 孙宇泉, sunyuxiao@126.com.

的编码空间范围为  $(0, 2\pi)$ , 空间范围较大, 影响收敛速度; 其次, 量子更新策略的步长调整是基于上一次的迭代初值, 会导致步长的调整超出合理范围, 影响收敛精度; 最后, 其染色体变异环节采用非门处理, 没有达到更新量子比特概率幅的目的. 文献[4-5]是比较典型的改进策略, 也是目前优化效果最好的改进方案, 但都有自身不足. 文献[4]对编码空间进行改进但未考虑压缩后编码空间变为单值函数的问题, 没有起到增加搜索密度的目的; 文献[5]提出利用 Hadamard 门作为变异操作, 但这种操作变异尺度过大, 易引起种群退化现象. 针对上述缺陷, 本文对 DCQGA 的编码、染色体旋转门更新和变异过程进行改进, 提出了一种具有高密度搜索空间、自适应更新步长的 F 型双链量子遗传算法 (F Double Chains Quantum Genetic Algorithm, F\_DCQGA), 并将该算法引入小波阈值去噪<sup>[6]</sup>的阈值选择机制中, 提出了量子小波阈值去噪法, 并通过仿真验证了 F\_DCQGA 算法的实际应用价值.

## 1 一种改进的双链量子遗传算法

### 1.1 传统双链量子遗传算法

双链量子遗传算法在 QGA 的基础上做了大量改进<sup>[7]</sup>: 编码方式是采用量子比特的概率幅直接来描述目标函数解空间的可行解, 这种编码方式既保证了染色体初始化时的随机性又能同时利用染色体中上下两条基因链在解空间搜索, 使种群具有丰富多样性的同时加快了搜索速度; 用量子旋转门更新量子比特的相位时, 不必繁琐地去比对查找表<sup>[8]</sup>, 而是对于转角方向给出了一种简单实用的确定方法; 在确定转角迭代步长时充分利用了目标函数的梯度信息; 利用量子非门完成对量子比特的变异操作, 使种群不断的进化. 虽然 DCQGA 有很多优势但自身也存在不足: 它的编码空间过大、量子更新步长不合理等问题导致其搜索速度慢、搜索精度低、鲁棒性差等缺陷<sup>[9]</sup>. 本文针对 DCQGA 中的量子比特的编码空间、旋转门和变异门的染色体更新策略进行改进.

### 1.2 改进的量子比特编码

区别传统编码方式, 在双链量子遗传算法中染色体的量子基因位采用量子比特编码. 在量子计算中, 用  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  来表示量子的两种基本状态, 量子比特状态除了  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  还可以处于二者之间的某一线性组合, 通常称为叠加态<sup>[10-12]</sup>. 一个量子比特的状态可以描述为

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle.$$

其中  $\alpha$  和  $\beta$  是一对复数, 称为量子态的概率幅且  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ <sup>[13]</sup>. 在 DCQGA 中量子位的概率幅用

$(\cos(t) \quad \sin(t))^T$  来表示, 直接采用量子比特的概率幅进行编码, 其中  $t = 2\pi \times \text{rand}$ ,  $\text{rand}$  为  $(0, 1)$  内的随机数. 概率幅在单位圆中幅角  $t$  的初始值由  $(0, 2\pi)$  随机产生. 则在采用双链编码方案时可以表示为

$$P_i = \begin{bmatrix} \cos(t_{i1}) & \cos(t_{i2}) & \cdots & \cos(t_{in}) \\ \sin(t_{i1}) & \sin(t_{i2}) & \cdots & \sin(t_{in}) \end{bmatrix}.$$

其中  $t_{ij} = 2\pi \times \text{rand}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, m$  是种群规模,  $n$  是量子位数.

量子比特的概率幅  $(\cos(t_{ij}), \sin(t_{ij}))^T$  是周期变化的, 每条量子染色体量子比特的概率幅在更新过程中都会重复落在单位圆中, 取值范围在  $(-1, 1)$  内, 这样的搜索范围大, 会影响算法的收敛速度.

本文对双链量子遗传算法的编码空间进行了改进, 将量子比特编码的初始相位角  $t'_{ij}$  限定在  $[\pi/2, 3\pi/2]$  内, 则  $t'_{ij} = \pi/2 + \pi \times \text{rand}$ , 概率幅取值范围仍在  $(-1, 1)$  内, 既保证了量子种群适应度值与相应幅角排序的单调性还压缩了编码空间, 提高了概率幅的密度. 但缩小编码空间会减小最优解的搜索概率, 如图 1 所示. 当编码空间范围为  $(0, 2\pi)$  且对应概率幅值为  $-0.4$  时, 有两个相位解  $P_1$  和  $P_2$ ; 当编码空间为  $(\pi/2, 3\pi/2)$  时, 对应的相位解仅有  $P_1$  这一个解, 这样会减小搜索到全局最优解的概率, 降低搜索精度. 为此在双链编码时引入一个调整因子  $k$  来弥补这个缺陷. 改进的双链编码方式为

$$P_i = \begin{bmatrix} \cos(kt_{i1}) & \cos(kt_{i2}) & \cdots & \cos(kt_{in}) \\ \sin(kt_{i1}) & \sin(kt_{i2}) & \cdots & \sin(kt_{in}) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中引入的调整因子  $k$  为大于等于 1 的常数.

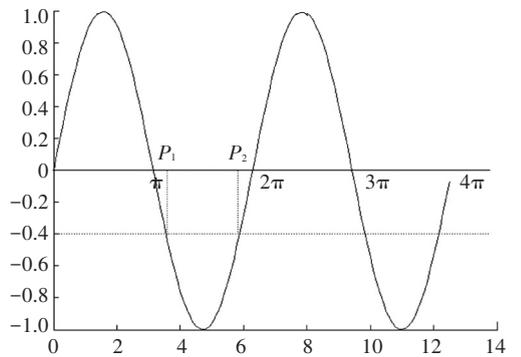


图 1 编码空间示意

当  $k = 1$  时为传统的双链编码方式; 当  $k > 1$  时压缩了概率幅函数的周期, 提高搜索全局最优解的概率. 如图 2 所示, 当  $k = 1$  且编码空间范围为  $(\pi/2, 3\pi/2)$  时, 概率幅为  $-0.4$ , 对应的相位角仅有  $P_3$ ; 当  $k = 2$  且编码空间也为  $(\pi/2, 3\pi/2)$  时, 概率幅为  $-0.4$ , 对应的相位角有  $P_1$  和  $P_2$  两个解. 理论上,

当  $k$  取值更大时, 对应概率幅的相位角更多, 搜索概率更高. 但  $k$  取值过大又会导致编码空间对应的相位角密度过大, 反而影响了收敛精度, 综合考虑调整因子  $k$  选为 3.

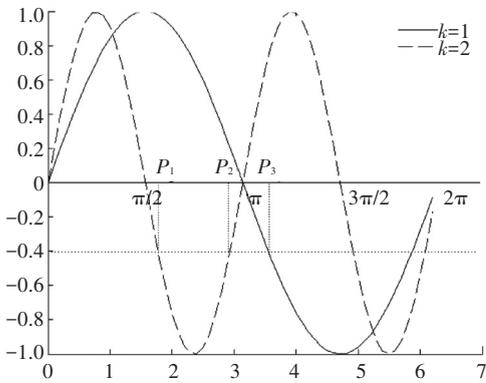


图 2  $k = 1$  和  $k = 2$  时编码空间示意

### 1.3 改进的量子门更新

在量子计算中, 利用量子门<sup>[14]</sup>对量子位进行一系列的酉变换来实现某些逻辑变换功能. 常见的量子门有 Hadamard 门、相位门、量子旋转门等, 本文用量子旋转门来更新量子比特相位作为进化操作的执行机构, 它决定了量子遗传算法的性能. 量子旋转门定义为

$$U(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}.$$

其中  $\theta$  是旋转角度, 在 DCQGA 第  $i$  个量子比特的更新过程可以表示为

$$\begin{bmatrix} \cos(t_i + \theta) \\ \sin(t_i + \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(t_i) \\ \sin(t_i) \end{bmatrix}.$$

其中  $(\cos(t_i), \sin(t_i))^T$  和  $(\cos(t_i + \theta), \sin(t_i + \theta))^T$  为第  $i$  个量子比特更新前后的概率幅.

旋转角度  $\theta$  的大小和旋转方向会影响到算法的速度和效率, 对  $\theta$  方向的选取做如下规定:

$\alpha_0$  和  $\beta_0$  是搜索到的全局最优解中的某一个量子比特的概率幅,  $\alpha_1$  和  $\beta_1$  是当前解中的相应量子比特的概率幅, 令

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 \\ \beta_0 & \beta_1 \end{bmatrix}.$$

当  $A \neq 0$  时,  $\theta$  的方向为  $-\text{sgn}(A)$ ; 当  $A = 0$  时,  $\theta$  的方向取正负均可<sup>[15]</sup>.

转角的大小决定了算法的收敛速度和搜索精度, 由文献[10-11]可知, 量子旋转门转角  $\Delta\theta$  的取值范围是  $\Delta\theta_0 \geq |\Delta\theta| \geq 0.1\Delta\theta_0$ . 当  $\Delta\theta_0 \leq 0.001\pi$  时,  $\Delta\theta_0$  的变化率很小, 降低了算法的收敛速度和效率; 当  $\Delta\theta_0 \geq 0.01\pi$  时, 容易引起早熟收敛. 文献[10]给出了  $\Delta\theta$  的取值范围为  $(0.005\pi, 0.01\pi)$ , 但没有给出具体的选择依据, 这种转角大小固定的更新策略没有考虑

种群中染色体之间的差异, 也没有充分利用搜索点处目标函数的相对变化率.

因此, 在 FDCQGA 中考虑到转角  $\Delta\theta$  和迭代初始值  $\Delta\theta_0$  应随着目标函数在搜索点处相对变化率的变化而做出相应的调整, 当适应度函数在搜索点处的变化率较大时, 适当减小搜索步长, 反之适当加大搜索步长, 这样就可以防止搜索速度过慢和算法振荡的问题. 提出了一种自适应步长系数, 将目标函数的在搜索点处的相对变化率加入到转角步长函数中. 令自适应步长系数为

$$\delta = \exp\left(-\frac{\nabla f_{j,\max} - \nabla f_{j,\min}}{\nabla f_{j,\max} - |\nabla f(X_i^j)|}\right),$$

$\nabla f(X_i^j)$  为目标函数  $f(X)$  在点  $X_i^j$  处的梯度,  $\nabla f_{j,\max}$  和  $\nabla f_{j,\min}$  分别定义为

$$\nabla f_{j,\max} = \max \left\{ \left| \frac{\partial f(X_1)}{\partial X_1^j} \right|, \dots, \left| \frac{\partial f(X_m)}{\partial X_m^j} \right| \right\},$$

$$\nabla f_{j,\min} = \min \left\{ \left| \frac{\partial f(X_1)}{\partial X_1^j} \right|, \dots, \left| \frac{\partial f(X_m)}{\partial X_m^j} \right| \right\}.$$

其中  $X_i^j$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ) 表示向量  $X_i$  的第  $j$  个分量,  $m$  表示种群规模,  $n$  表示单个染色体上的量子位数. 综合上面提到的转角方向策略、自适应步长策略和文献[16]给出的  $\Delta\theta$  取值范围, 在 F\_DCQGA 中量子旋转门的转角函数  $\Delta\theta$  定义为

$$\Delta\theta = -\text{sgn}(A) \times 0.005(1 + 19\delta).$$

通过这样定义转角函数可以看出, 在搜索点处当目标函数变化率较小时,  $\Delta\theta$  在增大, 从而加快收敛速度; 当目标函数变化率较大时,  $\Delta\theta$  在减小, 从而减缓收敛速度, 防止跃过全局最优点, 保证  $\Delta\theta$  在一个合理的范围内变化, 提高搜索精度.

### 1.4 改进的量子染色体变异

在传统遗传算法中, 为降低算法早熟的概率同时又能增加种群多样性, 加入了变异操作. DCQGA 利用量子非门实现变异过程, 这种变异操作实际上是互换了染色体中基因位的两个概率幅, 并没有增加种群的多样性. 为了既能保证增加种群的多样性又不会因为相位角调整过大而跃过全局最优解, 提出了  $\pi/6$  变异门, 定义如下:

$$U_{\pi/6} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}.$$

$\pi/6$  变异门作用在单个量子比特的效果为

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(t_i) \\ \sin(t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(t_i) \\ \sin(t_i) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\pi}{6} + t_i) \\ \sin(\frac{\pi}{6} + t_i) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

可以看出,这种变异策略也是一种相位角旋转,但这种旋转改变了基因位的幅值,增加了种群多样性;同时相位角的旋转角度为  $30^\circ$ ,既不会因为旋转角度过小起不到变异作用也不会因为相位角调整过大而跃过全局最优解。

## 2 基于 F\_DCQGA 的小波阈值去噪法

### 2.1 小波阈值去噪概述

小波阈值去噪算法可以通过三步来实现:

- 1) 确定小波基函数和小波分解尺度,对含噪信号做小波变换获得小波系数;
- 2) 选择合适的阈值函数和阈值估计法,对小波系数进行处理;
- 3) 将处理后的小波系数进行小波重构,获得去噪后的信号。

小波阈值去噪的关键是阈值和阈值函数的选取。目前常用的阈值是 Donoho 提出的固定阈值法  $\lambda = \delta \sqrt{2 \ln(N)}$ ,其中,  $N$  为待处理信号长度,  $\delta$  为噪声标准差。

常用的阈值函数有硬阈值函数和软阈值函数:硬阈值函数在阈值点的不连续会导致重构信号产生振荡现象;虽然软阈值函数是连续函数可以克服上面的缺陷,但滤波后的小波系数与原系数之间总是存在固定偏差,造成边缘模糊影像重构图像。因此,很多研究者都对阈值函数提出改进且效果优异,本文选取的阈值函数为

$$f(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x) \sqrt{|x|^2 - \alpha^2 \lambda^2}, & |x| \geq \lambda; \\ \sqrt{1 - \alpha^2} \frac{|x|}{\lambda} x, & |x| < \lambda. \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $f(x)$  为滤波后的小波系数;  $x$  为小波分解系数;  $\lambda$  为阈值;  $\alpha$  为调整参数,只要参数  $\alpha$  的取值适当便可以获得较好的去噪效果,本文中的参数  $\alpha$  取值为 0.8。

### 2.2 基于 F\_DCQGA 的阈值选取

目前对于小波阈值的改进大部分还是在如何确定一个最优的固定阈值,即在小波分解的不同层数选用相同的阈值。而信号和噪声在小波变换域内随着尺度的变化所呈现出的变化规律是不同的,噪声的小波分解系数会随着尺度的增加而减小,而信号的变化规律正好相反。因此,这种固定阈值的方式是不科学的。在确定阈值时需要考虑到各层中信号和噪声层间系数的相关特性,由文献[17]可知,噪

声对应的第  $j + 1$  层小波展开系数的最大值小于第  $j$  层小波展开系数的最大值的  $\sqrt{2}/2$  倍。基于这个特性本文提出了一套阈值可根据小波分解层数的各自特点进行自动调整的机制,定义了自适应阈值:

$$\lambda_j = \mu_j \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{(j-1)} \lambda. \quad (4)$$

根据小波变换的系数特征在原阈值的基础上引入自适应因子  $\mu_j, \mu_j \in [0, 1]$ ,  $j$  为当前分解尺度的层数,  $\lambda$  为 Donoho 提出的阈值。在自适应阈值中自适应因子起到了举足轻重的作用,它的值会随着信号和噪声强度、小波分解尺度的变化而变化,这就需要有一个快速、稳定的寻优体制来寻找最优的  $\mu_j$  值。因此,将 F 型双链量子遗传算法引入到小波去噪中提出量子小波去噪,将 F\_DCQGA 作为这个寻优体制来寻找最佳的  $\mu_j$  值,利用 F\_DCQGA 的快速、稳定来获得每一层的最佳阈值。

### 2.3 量子小波去噪法中的适应度函数

为了保证搜索到最优阈值调整因子是合理的,需要一个与图像质量有关的适应度函数来决定量子染色体中基因的进化方向和步长。常用的图像去噪效果评估手段有主观和客观评价准则,主观评价通过人眼观察得出结论;客观评价准则通过对比均方误差 ( $S_{ME}$ ) 和峰值信噪比 ( $R_{PSN}$ ) 的值来评价。去噪后的图像均方误差值越小和峰值信噪比越大,去噪效果越好。由于  $S_{ME}$  与  $R_{PSN}$  值存在一一对应关系,所以将峰值信噪比作为适应度函数来指导量子染色体的进化方向,适应度函数为

$$F = 10 \lg \frac{\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f^2(m, n)}{\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} (f(m, n) - f'(m, n))^2}. \quad (5)$$

其中  $f(m, n)$  和  $f'(m, n)$  分别为图像的灰度值,且  $R_{PSN} = -10 \lg(255^2/S_{ME})$ 。

### 2.4 基于 F 型双链量子遗传算法的小波阈值去噪方法

F\_DCQGA 算法对信号进行小波阈值去噪的具体步骤:

- 1) 读入信号数据  $s(x)$ , 加入噪声获得含噪信号  $f(x)$ , 并利用式(5) 计算出加噪信号的峰值信噪比 ( $R_{PSN,0}$ ).
- 2) 选择小波基函数、确定小波分解层数  $j = 3$ , 对加入噪声的信号  $f(x)$  进行多尺度小波分解, 获得小波系数  $W(f(x))$ .
- 3) 算法参数设置: 种群规模  $m$ , 染色体基因位数  $n$ , 最大迭代次数  $gen$ , 变异概率  $P_m$ .

确定种群规模及基因位数。种群规模与小波分

解层数一致,所以种群规模为  $m = j$ . 染色体中基因位数过大会增加运算的复杂程度,影响算法效率,而基因位数过少又会降低搜索精度. 综合考虑既保证计算量不能太大又能满足搜索精度的基因位数定为  $n = 20$ , 这样的基因位数便保证算法在全局范围内搜索又能降低计算复杂度. 最大迭代次数根据仿真实验给出, F\_DCQGA 算法在复杂函数进行寻优时一般会在 50 代内收敛到最优解(后面仿真实验可看到), F\_DCQGA 算法以最大迭代次数作为算法终止条件,为了保证搜索精度文中的最大迭代次数为  $gen = 100$ , 变异概率  $P_m = 0.05$ .

4) 令  $t = 0$ , 种群初始化. 采用本文提出的高密度编码方式, 在  $[0, 1]$  范围内随机生成一个数  $rand$ , 利用公式  $t = (\pi/2 + \pi \times rand)$  在  $[\pi/2, 3\pi/2]$  范围产生 20 个随机数  $t_n$ . 按式(1)产生  $m$  条 20 个基因位的染色体做为初始种群  $Q(t_{0m})$ , 调整因子  $k$  取值为 3.

$$Q(t_{01}) = Q(t_{02}) = \dots = Q(t_{0m}) = \begin{bmatrix} \cos(3t_{01}) & \cos(3t_{02}) & \dots & \cos(3t_{0n}) \\ \sin(3t_{01}) & \sin(3t_{02}) & \dots & \sin(3t_{0n}) \end{bmatrix}$$

5) 解空间变换. 按如下公式将初始化种群中的上下两条并行基因链所表示的近似解与搜索空间内的优化解建立一一映射关系(本文中优化解空间范围为  $U = [0, 1]$ ):

$$X_{ic}^j = \frac{1}{2} [b_i(1 + \alpha_i) + a_i(1 - \alpha_i)],$$

$$X_{is}^j = \frac{1}{2} [b_i(1 + \beta_i) + a_i(1 - \beta_i)].$$

式中:  $[\alpha_i, \beta_i]$  为第  $i$  个基因位;  $\Omega = [a_i, b_i]$  为解空间范围.

6) 计算染色体中各个基因位的适应度值  $f(x_i)$ , 记录最优解  $f(x_{best})$  及最优基因位. 将初始种群中的  $2mn$  个解作为自适应因子  $\mu_j$  的初始值. 将初始值带入阈值选择机制式(4)中作为不同尺度下的阈值, 利用得到的阈值和阈值函数对步骤 2) 中获得的小波系数  $W(f(x))$  进行去噪处理, 将去噪后的信号按式(5)计算出  $m$  个适应度值, 记录  $m$  个适应度值中的最优解  $f(x_{best})$  及最优基因位.

7) 判断是否满足迭代次数  $gen$ . 若满足条件则终止循环并输出步骤 6) 中的最优解  $f(x_{best})$  及最优基因位, 利用处理后的小波系数重构信号; 否则进行下一步.

8) 利用量子旋转门对种群进行更新. 利用量子旋转门对染色体中的每一位基因位完成变换, 按照式(3)新的转角函数确定转角大小和方向, 生成新的染色体.

9) 利用  $\pi/6$  变异门完成染色体的变异操作. 按

照式(2)根据概率  $P_m$  选择步骤 8) 中产生的新染色体中的若干量子比特对其实施变异操作, 再次获得新一代的染色体.  $t = t + 1$ , 返回步骤 5) 继续进化直至满足循环终止条件.

量子小波阈值去噪法的流程图如图 3 所示.

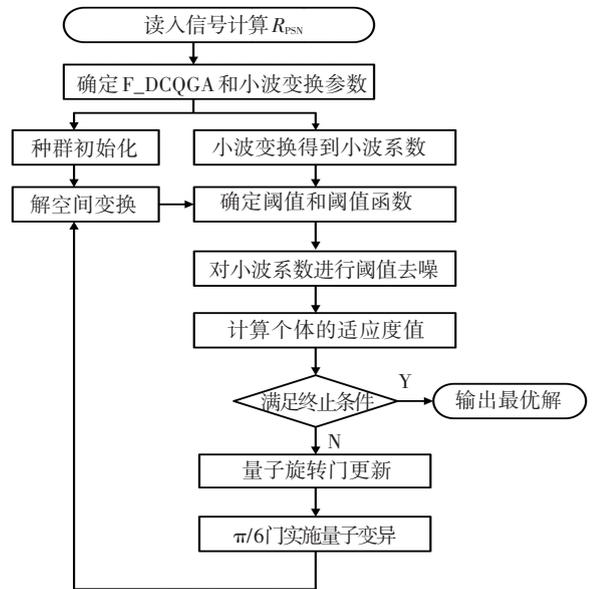


图 3 基于 F\_DCQGA 的量子小波阈值去噪法流程

### 3 仿真实验及结果分析

#### 3.1 F\_DCQGA 算法的性能测试

利用 Matlab 2011b 仿真软件通过对复杂二元函数求极值的问题将传统遗传算法(GA)、普通的量子遗传算法(QGA)、双链量子遗传算法(DCQGA)和本文提出的 F 型双链量子遗传算法(F\_DCQGA)进行比较, 验证 F\_DCQGA 算法的优越性.

选取的复杂二元为 Shaffer's F6 函数:

$$f(x, y) = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{x^2 + y^2} - 0.5}{(1 + 0.001(x^2 + y^2))^2} \begin{cases} -100 \leq x \leq 100 \\ -100 \leq y \leq 100 \end{cases}$$

该非线性函数在给定的自变量范围  $(-100, 100)$  内有多多个局部极值点, 只有在  $(0, 0)$  点处才为全局最大值, 最大值为 1, 在算法仿真时若最优解大于 0.99 时便可认为算法收敛. 普通的寻优算法容易陷入局部极值点引起算法的早熟现象, 比较适合验证寻优算法的性能. F\_DCQGA 与其他算法的参数设置如表 1 所示. 4 种算法对 Shaffer's F6 函数的优化结果如表 2 和图 4 所示. 从仿真结果看, F\_DCQGA 算法在 4 种算法中的优化效率最高, 寻优结果也最好. 由表 2 可以看到, 只有 F\_DCQGA 和 DCQGA 算法总体表现良好, 都达到了收敛标准, 其中 F\_DCQGA 算法寻优效果最好, 其最佳收敛结果为 0.997 93, 最佳收敛代数为 22 代, 可见 F\_DCQGA 算法无论在收敛速度还是收敛精度上都要优于其他 3 种算法.

表 1 参数设置

算法	种群规模	基因位数	编码方式	交叉概率	变异概率	转角初值	进化代数
GA	40	100	二进制	0.7	0.05	-	200
QGA	2	100	量子比特	-	-	-	200
DCQGA	2	100	双链编码	-	0.05	$0.01\pi$	200
F_DCQGA	2	100	高密度	-	0.05	-	200

从图 4 可以看到, GA 和 QGA 算法陷入局部极值中, 没有搜索到全局最优解, 算法的寻优能力失效. 其中 QGA 算法最早陷入了局部极值中, 这一点是可以预见的. 首先, QGA 染色体的更新效果差; 其次, 变异更新没有起到作用. 对于这种复杂函数来说, GA、QGA 的优化能力基本上已经丧失, 而 F\_DCQGA 对于这种复杂函数仍然可以保持良好的优化效率.

表 2 仿真结果

算法名称	x 值	y 值	最佳收敛值	最佳收敛代数
GA	18.028 3	4.811 77	0.771 28	4
QGA	2.898 5	5.567 8	0.962 78	1
DCQGA	-2.620 2	-1.727 6	0.990 28	40
F_DCQGA	2.812 63	1.393 74	0.997 93	22

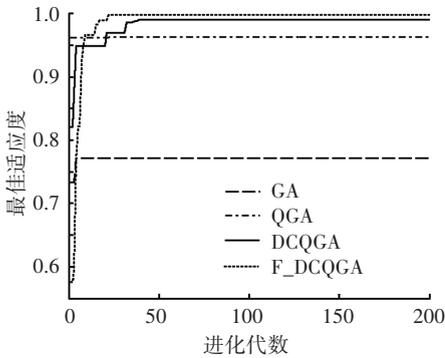


图 4 4 种算法进化对比

F\_DCQGA 算法的收敛代数少, 说明编码方式可以增加搜索空间的密度, 提高搜索速度; 算法搜索到全局最优解而没有陷入局部极值, 说明本文提出的转角步长函数和  $\pi/6$  变异门对染色体的更新更合理、更有效, 使量子染色体具有更丰富的种群多样性, 避免早熟现象, 提高搜索精度.

为了更好地验证 F\_DCQGA 算法的稳定性, 对 Shaffer's s6 函数分别用 4 种算法进行 10 次优化仿真, 优化结果对比如表 3 和图 5 所示. 从 10 次仿真结果看到, F\_DCQGA 算法优化效率仍然最高, 虽然 DCQGA 算法也可以实现寻优目的, 但其稳定性较差, 曲线波动较大. 而 F\_DCQGA 的 10 次寻优结果基本上一致, 说明 F\_DCQGA 算法的鲁棒性要优于双链量子遗传算法.

表 3 函数极值优化结果对比

算法名称	最优结果	最差结果	平均结果	收敛次数
GA	0.960 4	0.654 5	0.853 5	0
QGA	0.962 8	0.871 1	0.940 2	0
DCQGA	0.990 3	0.866 6	0.968 7	6
F_DCQGA	1	0.990 2	0.994 6	10

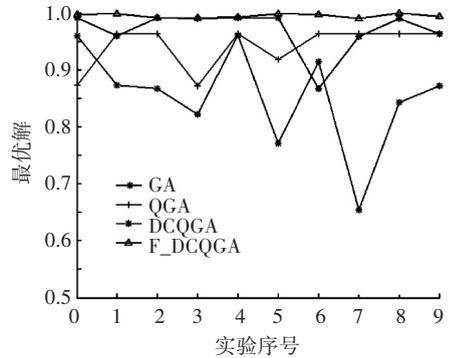


图 5 Shaffer's s6 优化结果

### 3.2 基于 F 型双链量子遗传算法的图像去噪

将传统小波阈值去噪、基于 QGA 的小波阈值去噪和基于 F\_DCQGA 的小波阈值去噪算法进行仿真对比.

对  $256 * 256$  大小的标准灰度图像 (见图 6) 用 Matlab 中 imnoise 函数加入 0 均值、0.01 方差的高斯噪声, 加噪后图像的  $S_{ME}$  为 0.096 7,  $R_{PSN}$  为 14.713 1 db. 采用 db5 小波对含有噪声的图像进行 3 层小波分解, 再分别用上述 3 种方法去噪, 去噪效果如图 7 所示.



图 6 原始图像

从去噪图像中看到, 本文提出的去噪方法在有效去除了噪声的同时还保留图像更多的高频信息, 视觉效果有了明显的提高, 其他 2 种算法去噪后的图像仍有部分噪声被保留下来, 图像清晰度较差.



(a)加噪后图像 (b)传统小波阈值去噪法 (c)基于GQA的去噪法 (d)本文去噪方法

图 7 噪声图像及 3 种放发的去噪图像

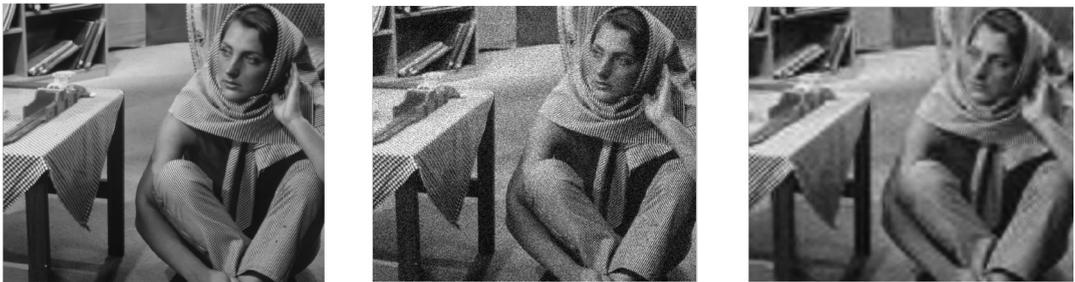
表 4 给出了 3 种算法去噪后图像的均方误差  $M_{SE}$  和峰值信噪比  $R_{PSN}$ . 从表 4 可以看出,经过本文方法去噪后图像在这两项指标上得到了较大的改善,均方误差值比另外 2 种方法均有较大程度的降低,峰值信噪比也有所提高,证明了本文提出的量子小波阈值去噪法对图像的去噪效果更有效.

为了验证 F\_BDCQGA 算法比一般算法更具优越性,对选择名为“barbara”的图像进行去噪仿真.由图 8(a)可知,该图像的目标与背景差异较小,灰度值分布均匀,边缘提取较困难,对阈值和阈值函数精度要求较高,适合用来验证去噪方法的有效性.

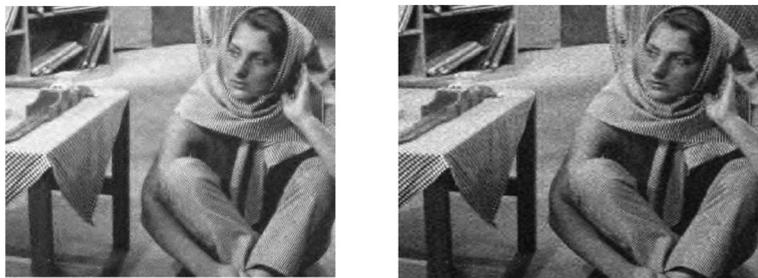
表 4 cameraman 图像去噪后的  $S_{ME}$  和  $R_{PSN}$

去噪方法	$S_{ME}$	$R_{PSN}/db$
加噪后图像	0.096 7	14.713 1
传统小波阈值去噪	0.085 7	15.762 9
基于 QGA 的小波去噪	0.073 2	17.127 0
本文方法	0.051 5	20.176 2

在“Barbara”图像中同样加入均值为 0、方差为 0.01 的高斯噪声,加噪后图像的均方误差为 0.198 3、峰值信噪比为 14.188 1 db. 小波阈值去噪参数和去噪方法与前面一致,去噪结果如图 8(c)、(d)、(e)所示.



(a)原始图像 (b)加噪后图像 (c)传统小波阈值去噪



(d)QGA 小波阈值去噪 (e)本文方法

图 8 barbara 原始图像及 3 种方法的去噪图像

由图 8 可知,本文提出的量子小波阈值去噪法效果同样最好,其他 2 种算法去噪效果相差无异,说明普通量子遗传算法没有起到明显的作用,普通 QGA 算法与小波阈值去噪法的结合并不是对所有的图像去噪都能达到好的效果.从去噪图像上来看本文提出去噪方法即使针对这种灰度分不均匀的图像也能获得高质量的去噪效果,利用 F\_DCQGA 的小波阈值去噪法对复杂图像去噪也可以保留更多的

高频信息,视觉效果有了明显的提高.

表 5 给出了 3 种算法去噪后图像的均方误差  $M_{SE}$  和峰值信噪比  $R_{PSN}$ . 从表 5 可以看出,经过本文方法去噪后图像的均方误差值和峰值信噪比比另外 2 种方法有较大的改善,量子小波阈值去噪法比其他 2 种算法在  $R_{PSN}$  上提高了近 4 db,证明了本文方法对该图像的去噪效果更有效.

表 5 barbara 图像去噪后的  $S_{ME}$  和  $R_{PSN}$

去噪方法	$S_{ME}$	$R_{PSN}/db$
加噪后图像	0.198 3	14.188 1
传统小波阈值去噪	0.165 4	15.760 6
基于 QGA 的小波去噪	0.157 4	16.192 8
本文方法	0.103 5	19.832 3

3.3 不同噪声强度下的图像去噪仿真

为验证 F\_DCQGA 算法在寻优问题上的优越性具有普遍意义, 利用量子小波阈值去噪法对不同信噪比下的“Barbara”图像进行去噪仿真实验, 通过实验数据说明算法的有效性、可靠性和普遍性. 对“Barbara”图像加入均值为 0, 方差  $\delta$  分别为 0.005、0.05、0.1、0.5 的高斯白噪声, 用 db5 小波基进行 3 尺

表 6 不同信噪比下 3 种方法对图像去噪的结果

评价推测	$\delta = 0.005$		$\delta = 0.05$		$\delta = 0.1$		$\delta = 0.5$	
	$S_{ME}$	$R_{PSN}/db$	$S_{ME}$	$R_{PSN}/db$	$S_{ME}$	$R_{PSN}/db$	$S_{ME}$	$R_{PSN}/db$
含噪图像	0.197 23	14.234	0.220 67	13.258 6	0.277 84	11.257 4	0.878 12	1.262 3
传统方法	0.1296 9	17.875 1	0.1632 9	15.874	0.236 0	12.674 3	0.876 7	1.276 8
QGA 方法	0.123 0	18.336 4	0.158 4	16.135 5	0.228 5	12.955 6	0.875 3	1.290 1
本文方法	0.101 4	20.015 2	0.126 5	18.088 5	0.197 6	14.219 3	0.871 52	1.327 4

4 结 论

F\_DCQGA 快速、准确的寻优特性与小波阈值去噪方法结合, 利用 F\_DCQGA 寻优方面的优越性可提高传统小波阈值去噪法的去噪效果. 通过对 F\_DCQGA 的性能仿真说明算法具有寻优速度快、寻优精度高、鲁棒性好等优点. 通过对量子小波阈值去噪法的仿真说明, F\_DCQGA 算法可以引用在其他领域, 并对传统算法的性能有提升的作用.

参考文献

[1] SHOR P W. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring [C]//Proc of the 35<sup>th</sup> Annual Symp on Foundations of Computer Science. New York: IEEE Comper Society Press, 1994: 124-134.

[2] 李士勇, 李盼池. 量子计算与量子优化算法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2009: 69-78.

[3] ZHANG G X, LI N, JIN W D. A novel quantum genetic algorithm and its application[J]. ACTA Electronica Sinica, 2004, 32(3): 476-479.

[4] 沙林秀, 贺星耀, 陈延伟. 一种变步长双链量子遗传算法[J]. 计算机工程与应用, 2012, 48(20): 59-63.

[5] OM H, BISWAS M. An improved image denoising method based on wavelet thresholding[J]. Journal of Signal and Information Processing, 2012, 3(1): 109-116.

[6] HANSEN M, YU Bin. Wavelet thresholding via MDL for natural image[J]. IEEE Transaction Information Theory, 2000, 46(5): 1778-1788.

[7] 王凌. 量子进化算法研究进展[J]. 控制与决策, 2008, 23

度的小波分解. 分别用 4 种小波去噪法去噪, 用客观评价准则对去噪效果进行评估, 结果如表 6 所示.

从仿真结果可以看出, 在  $\delta = 0.005$  和  $\delta = 0.05$  时, 信噪比相对较高, 3 种算法的去噪效果相差无异; 随着信噪比的降低另外 2 种算法的去噪效果急剧下降, 当  $\delta = 0.5$  时传统小波阈值去噪法和 QGA 的小波去噪法基本上丧失了去噪功能, 而本文提出的量子小波去噪法即使在最坏的情况下仍然具有去噪能力. F\_DCQGA 算法增强了小波阈值去噪法去噪能力, 这是源于 F\_DCQGA 算法良好的寻优性能才使得小波阈值去噪法在去噪质量上获得提升.

(12): 1321-1326.

[8] HAN K H, KIM J H. Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problems [C]//Proc of IEEE Conference on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 2000: 1354-1360.

[9] 周日贵. 量子信息处理技术及算法设计[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 19-23.

[10] WANG Y, FENG X Y, HUANG Y X, et al. A novel quantum swarm evolutionary algorithm and its applications [J]. Neuro Computing, 2007, 70(4/5/6): 633-640.

[11] 李士勇, 李盼池. 基于实数编码和目标函数梯度的量子遗传算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 38(8): 1216-1219.

[12] 刘卫宁, 靳洪兵, 刘波. 基于改进量子遗传算法的云计算资源调度[J]. 计算机应用, 2013, 33(8): 2151-2153.

[13] 戴勇谦, 张明武, 祝胜林, 等. 一种新的量子遗传算法变异机制[J]. 计算机仿真, 2013, 30(2): 316-320.

[14] JIANG Shujuan, ZHOU Qi, ZHANG Yanmei. Analysis on parameters in an improved quantum genetic algorithm[J]. International Journal of Digital Content Technology and Its Applications, 2012, 6(18): 176-184.

[15] SOUALMIA S, BOULDJEDRI A, BENHAYA A. Semiconductor parameter extraction using cathodoluminescence and genetic algorithms [J]. Materials Science in Semiconductor Processing, 2011, 14(1): 62-68.

[16] 许少华. 一种改进的双链量子遗传算法及其应用[J]. 计算机应用研究, 2010, 27(6): 2090-2092.

[17] 张兆宁, 董肖红, 潘云峰. 基于小波变换模极大值去噪方法的改进[J]. 电力系统及其自动化学报, 2005, 17(2): 9-12.

(编辑 王小唯 苗秀芝)