doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.09.026

一种基于导向矢量约束的恒模盲波束形成算法

刘 可,钱华明,马俊达

(哈尔滨工程大学自动化学院,哈尔滨 150001)

摘 要:针对阵列信号波达角(direction of arrival,DOA)先验信息已知的情况,利用信号的恒模特性,在卡尔曼滤波(Kalman filter,KF)结构下,提出一种附加阵列导向矢量约束的自适应波束形成算法.对约束情况下的卡尔曼滤波目标函数运用拉格朗 日乘子法,求得约束条件下的最优估计表达式,并将其推广到无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter,UKF)算法中,通过约束 迭代算法对阵列估计信号的导向角施加约束,实现约束 UKF 自适应波束形成算法的最优权值分配.仿真过程中,用所提算法 与约束恒模迭代最小二乘算法和约束最小方差迭代最小二乘算法作对比,表明表明,该算法在收敛速度、信噪比、稳健性、跟 踪性能方面具有较好的性能.

A constant modulus blind beamforming algorithm based on constrained direction vectors

LIU Ke, QIAN Huaming, MA Junda

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Aiming at the case of the known knowledge of the direction of arrival of the desired signal, by using the constant modulus feature, a new blind adaptive beamforming algorithm is proposed under the frame of the Kalman filter. According to the Lagrange multiplier method, the optimal estimation expression of the system states can be derived by minimizing the constrained cost function. Then, the optimal weight vector of the adaptive beamformer can be obtained by using the iteration and update equations of the unscented Kalman filter. In the simulation, the proposed algorithm is compared with the constrained constant modulus recursive least square (CCM-RLS) and constrained minimum variance recursive least square (CMV-RLS) to demonstrate its effectiveness in the terms of the convergence speed, signal to interference plus noise ratio, robustness to changeable environments and tracking capability in the non-stationary condition.

Keywords: signal processing; adaptive filtering; unscented Kalman filter; beamforming; constrained optimization technique

在现代无线通讯系统中,通讯信号在干扰环境 下的检测和提取是当今研究的热点问题.自适应波 束形成技术,为解决这类问题提供一种有效的技术 手段,它能在有用信号到达方向形成高增益,在干扰 方向形成零陷,从而对干扰信号形成有效抑制,而被 广泛应用于导航、雷达、声纳、医学图像等领域.盲自 适应波束形成技术能在缺少很多先验信息的情况下 形成有用信号的阵列响应.它在抑制干扰、提高追踪 性能、降低计算复杂度方面具有重要的研究价值.附 加约束条件的自适应波束形成算法按设计准则,主 要分为两类:约束最小方差(constrained minimum variance, CMV)准则和约束恒模(constrained constant modulus, CCM)准则.CMV 准则是对有用信 号的波达角施加约束的情况下使得阵列输出方差最 小.CCM 准则是使得波束形成的模值输出偏差最 小,且对有用信号的阵列输出施加条件约束.随机梯 度法(stochastic gradient, SG)是自适应波束形成的 一种经典方法,它通过选取合适的步长,实现对最小 均方目标函数的渐近逼近,不需要估计输入信号的 协方差矩阵,能有效减少计算量.文献[1]对 Bussgan

收稿日期: 2015-03-31

基金项目:国家自然科学基金(61573113);哈尔滨市科技创新人才研究 专项资金(优秀学科带头人)资助项目(2014RFXXJ074)

作者简介: 刘 可(1986—),男,博士研究生; 钱华明(1965—),男,教授,博士生导师

通信作者: 钱华明, qianhuam@ sina.com

类型的恒模算法给出了步长边界的计算公式;文献 [2]利用 CMV-SG 算法,对 CDMA 通信系统进行多 用户检测,并取得了较好的效果;文献[3]针对不同 结构,提出了 3 种 CCM-SG 递推算法,并应用于 CDMA 系统中.该方法的不足是收敛速度慢,而且步 长的选取相对困难,步长过小会导致较慢的收敛速 度,步长过大又会造成偏差较大,甚至系统不稳定.

在众多自适应波束形成算法中,迭代最小二乘 算法^[4](recursive least squares, RLS)具有收敛快速 性和算法实用性的特点.但该算法存在遗忘因子难 以预先确定的问题.文献[5-6]针对这个问题提出 可变遗忘因子的 RLS 算法;文献[7]将 CCM-RLS 算法应用于智能天线的波束形成中;文献[8]利用 CMV-RLS 和 CCM-RLS 算法消除 CDMA 系统的多 径干扰.文献[9]利用 UKF 算法提出一种自适应盲 波束形成算法,但未考虑附加约束条件.本文针对波 达角先验信息已知的情况,利用信号的恒模特性,提 出一种导向矢量约束的 UKF 自适应盲波束形成 算法.

1 系统模型

1.1 阵列模型

定义符号: $(\cdot)^{T}$ 为转置运算, $(\cdot)^{H}$ 为共轭转置运算, $(\cdot)^{H}$ 为共轭转置运算, $I_{n\times n}$ 为 $n \times n$ 的单位阵, $\mathbf{0}_{m\times n}$ 为 $m \times n$ 的零矩阵, **R**为实数域, **C**为复数域.

假设信号为点源、远场、传播介质均匀,且传播 无衰减. *L* 元传感器阵列如图 1 所示,信号的波达角 为 θ_i , *i* = 0,1,…,*N* – 1,*N* 为信号数,阵列第*k* 次快 拍的接收向量 $x_k \in C^{L\times 1}$ 为

$$\boldsymbol{x}_{k} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{s}_{k} + \boldsymbol{n}_{k}, \ k = 1, 2, \cdots, M.$$



图 1 自适应波束形成结构 Fig.1 Structure of the adaptive beamformer

信号的导向矢量矩阵为

 $A(\theta) = [a(\theta_0), \dots, a(\theta_{N-1})] \in C^{L \times N}.$ 式中: $a(\theta_i) = [1, e^{-2\pi j \frac{d}{\lambda} \cos \theta_i}, e^{-2\pi j (L-1) \frac{d}{\lambda} \cos \theta_i}]^T$ 为信 号的导向矢量, $d = \lambda/2$ 为阵元间距, λ 为波长, $s_k = [s_k(0), s_k(1), \dots, s_k(N-1)]^T$ 为信源信号, 有用信 号为 $s_k(0)$, 其余为干扰信号, $n_k \in C^{L \times 1}$ 为附加噪 声向量, 通常假定为零均值高斯白噪声过程.

波束形成的输出为

式中 $w = [w(1), \dots, w(L)]^{T} \in C^{L \times 1}$ 是复权值向量. 1.2 状态空间模型

 $\boldsymbol{y}_{k} = \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}_{k}.$

假设存在一个未知系统 w_k , 输入信号 x_k 的阵 列响应具有恒模特性,模值为 r, 则状态空间模型为

$$\boldsymbol{w}_k = \boldsymbol{w}_{k-1}, \qquad (1)$$

$$r = | \boldsymbol{x}_k^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{k-1} |^{P}.$$

式中 p 为一个常数,通常设置为 2.

将式(1)、(2)变形可得

$$\hat{w}_{k} = A_{k}\hat{w}_{k-1} + \hat{q}_{k-1},$$
 (3)

$$\hat{\boldsymbol{y}}_k = g(\hat{\boldsymbol{w}}_{k-1}). \tag{4}$$

式中:
$$A_k = \begin{pmatrix} I_{L \times L} & \mathbf{0}_{L \times 1} \\ \mathbf{x}_k^{\mathrm{H}} & 0 \end{pmatrix} \in C^{(L+1) \times (L+1)}$$
 为系统的状态

转移矩阵;
$$\hat{\boldsymbol{w}}_{k-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{w}_{k-1} \\ \boldsymbol{y}_{k-1} \end{pmatrix} \in \boldsymbol{C}^{(L+1)\times 1}$$
 为系统的先验状

态;
$$\hat{\boldsymbol{q}}_{k-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{0}_{L\times 1} \\ q_{k-1} \end{pmatrix} \in \boldsymbol{C}^{(L+1)\times 1}$$
 为系统的噪声向量; $\hat{\boldsymbol{y}}_{k}$

为系统的输出; $g(\hat{w}_{k-1}(i)) = |\hat{w}_{k-1}(i)|^p$ 是一个以 $\hat{w}_{k-1}(i)$ 为变量的非线性函数, $\hat{w}_{k-1}(i)$ 为 \hat{w}_{k-1} 的第 i 个元素.

利用式(2)、(4)推得

$$\mathbf{y}_k(L+1) = r.$$

w 是一个未知向量, y_k 的前 L 个元素没有参考 值, 因而, 系统引入量测噪声 v_k .

由式(1)~(4),得到状态空间模型的表达式为

$$\hat{\boldsymbol{w}}_{k} = \boldsymbol{A}_{k} \boldsymbol{w}_{k-1} + \hat{\boldsymbol{q}}_{k-1},$$

$$r = |\hat{\boldsymbol{w}}_{k-1}(L+1)|^{P} + v_{k}$$

2 约束自适应波束形成算法

约束自适应波束形成算法是通过最小化代价函数,对变量施加条件约束,以获取最优权矢量.写成 表达式的形式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{w} = \min_{\boldsymbol{w}} J_{\boldsymbol{w}}, \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w} = \boldsymbol{f}. \end{cases}$$

式中: J_w 为代价函数; $B \in C^{L \times q}$ 为约束矩阵; $f \in$

 $C^{q\times 1}$ 为约束向量.

2.1 CMV 算法

常用的 CMV 算法主要包括 CMV-SG 算法和 CMV-RLS 算法.CMV-SG 算法的代价函数为

$$\begin{cases} \boldsymbol{J}_{w} = \boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}_{k} \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{k}, \\ \boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0}) = 1. \end{cases}$$

运用拉格朗日乘子法可求得递推公式

$$\boldsymbol{w}_{k+1} = \boldsymbol{w}_k - \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{y}_k^{\mathrm{H}} [\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}_0) \boldsymbol{x}_k \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_0)].$$
式中 \boldsymbol{\mu} 为算法步长.

CMV-RLS 算法的代价函数为

$$\begin{cases} J_w = \sum_{l=1}^{\kappa} \alpha^{k-l} \boldsymbol{w}_k^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}_l \boldsymbol{x}_l^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_k, \\ \boldsymbol{w}_l^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a}(\theta_0) = 1. \end{cases}$$

式中 α 为 RLS 算法的遗忘因子.

运用拉格朗日乘子法可得

$$\boldsymbol{w}_{k} = \left[\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}_{0}) \boldsymbol{R}_{k}^{-1} \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0}) \right]^{-1} \boldsymbol{R}_{k}^{-1} \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0}).$$

通过迭代运算,实现协方差矩阵 R_k 的求逆运算,由

$$\boldsymbol{R}_{k} = \sum_{l=1}^{k} \alpha^{k-l} \boldsymbol{x}_{l} \boldsymbol{x}_{l}^{\mathrm{H}},$$

运用矩阵求逆引理[10]得

$$\boldsymbol{R}_{k}^{-1} = \alpha^{-1} \boldsymbol{R}_{k-1}^{-1} - \frac{\alpha^{-2} \boldsymbol{R}_{k-1}^{-1} \boldsymbol{x}_{k} \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{k-1}^{-1}}{1 + \alpha^{-1} \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{k-1}^{-1} \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{H}}}$$

若令

$$\boldsymbol{P}_{k} = \boldsymbol{K}_{k}$$

则 CMV-RLS 递推求解公式为

 $\boldsymbol{w}_{k} = \left[\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}_{0}) \boldsymbol{P}_{k} \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0}) \right]^{-1} \boldsymbol{P}_{k} \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0}).$

2.2 CCM 算法

恒模算法的代价函数为

$$J_w(p,q) = E[(|\mathbf{y}_k|^p - r)^q].$$

式中: *r* 为信号的恒模值,通常设置为 1; *p* 和 *q* 为非 负常数,通常设置为 2; *y*_k 表示阵列输出向量 *y* 的第 *k* 次快拍; *E*[·] 表示期望.

与 CMV 算法类似,常用的 CCM 算法包括CCM-SG 算法和 CCM-RLS 算法.CCM-SG 算法的代价函 数为

 $\begin{cases} J_{w} = (|y_{k}|^{2} - 1)^{2}, \\ w_{k}^{H}a(\theta_{0}) = 1. \end{cases}$ $\Re \Pi \Rightarrow CMV-SG \ \Pi (Uh) \Box \mathring{p}, \ \Pi \Rightarrow \\ w_{k+1} = w_{k} - \mu(|y_{k}|^{2} - 1)y_{k}^{H} \times [x_{k} - a^{H}(\theta_{0})x_{k}a(\theta_{0})]. \end{cases}$ $CCM-RLS \ hC(h \ M \ M \ h)$ $\begin{cases} J_{w} = \sum_{l=1}^{k} \alpha^{k-l} [|w_{k}^{H}x_{l}|^{2} - 1]^{2}, \\ w_{k}^{H}a(\theta_{0}) = 1. \end{cases}$

运用拉格朗日乘子法,可得

 $\boldsymbol{w}_{k} = [\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}_{0})\boldsymbol{R}_{k}^{-1}\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0})]^{-1}\boldsymbol{R}_{k}^{-1}\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0}).$ 上式协方差矩阵 **R**_k 的求逆,可通过迭代实现,

$$\boldsymbol{R}_{k} = \alpha \boldsymbol{R}_{k-1} + 2[|\boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}_{l}|^{2} - 1]\boldsymbol{x}_{k}\boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{H}},$$

由矩阵求逆引理^[10]可得

$$\boldsymbol{R}_{k}^{-1} = \boldsymbol{\alpha}^{-1} \boldsymbol{R}_{k-1}^{-1} - \boldsymbol{\alpha}^{-1} \boldsymbol{k}_{k} \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{k-1}^{-1}.$$

式中

由于

$$k_{k} = \frac{\alpha^{-1} \boldsymbol{P}_{k-1} \boldsymbol{x}_{k}}{0.5(|\boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}_{l}|^{2} - 1) + \alpha^{-1} \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{k-1} \boldsymbol{x}_{k}}$$

若令

 $\boldsymbol{P}_{k}=\boldsymbol{R}_{k}^{-1},$

则 CCM-RLS 递推求解公式为

$$\boldsymbol{w}_{k} = [\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}_{0})\boldsymbol{P}_{k}\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0})]^{-1}\boldsymbol{P}_{k}\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_{0}).$$
更为详细的推算过程可参考文献[7-8].

3 恒模盲波束形成算法

3.1 KF 代价函数的最优解

因为直接利用 1.2 节建立的状态空间模型,构造约束 UKF 的代价函数求解比较困难,本文采用的思路是先对约束条件下的 KF 构造代价函数,求出最优估计的表达式,再将其推广到约束 UKF 波束形成算法中.

构造 KF 代价函数为

$$\begin{cases} \min J_{w_k} = \left[(w_k - \hat{w}_{k|k-1})^{H} (P_{k|k-1})^{-1} (w_k - \hat{w}_{k|k-1}) + (y_k - G_k w_k)^{H} R_k^{-1} (y_k - G_k w_k) \right], \\ D_{k-1} w_k = d_{k-1}. \end{cases}$$

式中: w_k 为系统最优状态估计; $\hat{w}_{k|k-1}$ 为 KF 状态估 计的一步预测; $P_{k|k-1}$ 为状态协方差矩阵的一步预 测, y_k 为系统观测输出; D_{k-1} 为状态约束矩阵; d_{k-1} 为约束向量; G_k 为 KF 的观测矩阵.

有关 KF 的详细递推公式可参考文献[11-13]. 利用拉格朗日乘子法,可求得约束状态估计及其协 方差矩阵为

$$\hat{\boldsymbol{w}}_{k|k}^{p} = \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k} + \boldsymbol{K}_{k}^{p} (\boldsymbol{d}_{k-1} - \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1}), \qquad (5)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{wwp} = \mathbf{P}_{k|k} - \mathbf{K}_{k}^{p} \mathbf{P}_{k|k}^{dd} \mathbf{K}_{k}^{p\mathrm{T}} + \delta \mathbf{I}_{n \times n}.$$
(6)

其中:

$$\hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1} = \boldsymbol{D}_{k-1}\hat{\boldsymbol{w}}_{k|k},$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{dd} = \boldsymbol{D}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k|k}\boldsymbol{D}_{k-1}^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{wd} = \boldsymbol{P}_{k|k}\boldsymbol{D}_{k-1}^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{K}_{k}^{p} = \boldsymbol{P}_{k|k}^{wd} (\boldsymbol{P}_{k|k}^{dd})^{-1}.$$

式中: $\hat{w}_{k|k}^{p}$ 为约束状态估计; K_{k}^{p} 为约束增益; $\hat{d}_{k|k-1}$ 为约束向量的一步预测; $P_{k|k}^{urep}$ 为约束状态协方差; $P_{k|k}^{dd}$ 为约束向量协方差; $P_{k|k}^{dd}$ 为约束向量互协方差; δ 是为确保 P_{klk}^{wup} 正定而设置的一个很小的常数.

3.2 UKF 约束迭代算法

UKF 是 KF 的非线性扩展,是通过 UT 变换,实现非线性系统线性化的一种近似.该迭代算法是约束 KF 向非线性约束状态估计的延伸,约束迭代过程如下.

1) 计算 sigma 点:

$$\boldsymbol{\chi}_{k|k}^{w} = \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k} \mathbf{1}_{(2n+1)\times 1} + \sqrt{(n+\lambda)} \times [\mathbf{0}_{n\times 1}(\boldsymbol{P}_{k|k-1})^{\frac{1}{2}} - (\boldsymbol{P}_{k|k-1})^{\frac{1}{2}}].$$
(7)

2) 传播 sigma 点:

 $\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{D}_{k|k}) = \boldsymbol{D}_{k|k-1}\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{\chi}_{k|k}^{w}), j = 1, \cdots, 2n + 1. (8)$ 式中 \boldsymbol{\iota}_{j}(\cdot) 表示 (\cdot) 的第 j 列元素.

3)估计约束向量:

$$\hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1} = \sum_{j=1}^{2n+1} \boldsymbol{\gamma}_{j}^{(m)} \boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{D}_{k|k}).$$
(9)

4) 计算协方差矩阵:

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{dd} = \sum_{j=1}^{2n+1} \boldsymbol{\gamma}_{j}^{(c)} [\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{D}_{k|k}) - \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1}] [\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{D}_{k|k}) - \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1}]^{\mathrm{H}},$$
(10)

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{wd} = \sum_{j=1}^{2n+1} \boldsymbol{\gamma}_{j}^{(c)} \left[\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{\chi}_{k|k}^{w}) - \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k} \right] \left[\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{D}_{k|k}) - \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1} \right]^{\mathrm{H}}.$$
(11)

式中 $\boldsymbol{\gamma}_{i}^{(m)}$ 、 $\boldsymbol{\gamma}_{i}^{(c)}$ 为UT变换权值分配系数.

3.3 恒模盲波束形成算法的步骤

在自适应波束形成算法中,假设阵列波达角 θ_0 为已知的先验信息,则约束条件为

 $\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}_{0})\boldsymbol{w}=1.$

即约束矩阵 $D = a^{H}(\theta_0)$, 约束向量 d = 1.

附加导向矢量约束的 UKF 波束形成算法主要 分为5个环节,第1个环节是迭代参数的初始化;第 2个环节为系统的状态预测(步骤1~4);第3个环 节为系统的状态更新(步骤5~11);第4个环节是 约束迭代过程(步骤12);第5个环节是最优权向量 的输出(步骤13~14).详细的求解步骤如下.

首先进行初始化,设定 UKF 参数 $\varepsilon = 1, \beta = 2,$ $\kappa = 0, n = L + 1, \lambda = \varepsilon^2(n + \kappa - 1) - n + 2, \gamma_j^{(m)} =$ $\frac{0.5}{(\lambda + n)} \mathbf{1}_{(2n+1)\times 1}, \gamma_1^{(m)} = \frac{\lambda}{(\lambda + n)}, \quad \mathbf{1}_{(2n+1)\times 1} \in$ $\mathbf{R}^{(2n+1)\times 1}$ 为全 1 向量, $\gamma_j^{(c)} = \gamma_j^{(m)}, \gamma_1^{(c)} = \frac{\lambda}{(\lambda + n)} +$ $1 - \varepsilon^2 + \beta,$ 初始权值 $\hat{w}_0 = [1; \mathbf{0}_{L\times 1}],$ 初始协方差 $\mathbf{P}_0 = \frac{1}{n} \mathbf{I}_{n\times n},$ 并设定迭代次数. 步骤 1 选取 sigma 点:

$$\boldsymbol{\chi}_{k-1|k-1} = \hat{\boldsymbol{w}}_{k-1|k-1} \mathbf{1}_{(2n+1)\times 1} + \sqrt{(n+\lambda)} \times$$

 $[\mathbf{0}_{n\times 1}(\mathbf{P}_{k-1|k-1})^{\frac{1}{2}} - (\mathbf{P}_{k-1|k-1})^{\frac{1}{2}}].$

其中 $P_{k-1|k-1}$ 为先验协方差, $\chi_{k-1|k-1}$ 为选取的 sigma 点.

步骤2 传播 sigma 点:

$$\boldsymbol{A}_{k} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_{L \times L} & \boldsymbol{0}_{L \times 1} \\ \boldsymbol{x}_{k}^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{0} \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}) = \boldsymbol{A}_{k}\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{\chi}_{k-1|k-1}), j = 1, \dots, 2n+1$$

步骤 3 估计系统状态:

$$\hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1} = \sum_{j=1}^{2n+1} \boldsymbol{\gamma}_j^{(m)} \boldsymbol{\iota}_j(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}).$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1} = \sum_{j=1}^{2n+1} \boldsymbol{\gamma}_{j}^{(c)} \left[\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}) - \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1} \right] \times \left[\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}) - \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1} \right]^{\mathrm{H}}.$$

$$\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{y}_{k|k-1}) = g(\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1})).$$

式中函数 $g(\cdot)$ 表示对 $\boldsymbol{\iota}_{j}(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1})$ 中的每个元素的 绝对值的 p 次方计算.

步骤6 估计系统输出:

$$\hat{\mathbf{y}}_{k|k-1} = \sum_{j=1}^{2n+1} \boldsymbol{\gamma}_{j}^{(m)} \boldsymbol{\iota}_{j}(\mathbf{y}_{k|k-1}).$$
步骤 7 估计自协方差矩阵:
$$\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{yy} = \sum_{j=1}^{2n+1} \boldsymbol{\gamma}_{j}^{(c)}(\boldsymbol{\iota}_{n,j}(\mathbf{y}_{k|k-1}) - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}[n,1]) \times$$

$$(\boldsymbol{\iota}_{n,j}(\boldsymbol{y}_{k|k-1}) - \boldsymbol{y}_{k|k-1}\lfloor n, 1\rfloor)^{n} + \boldsymbol{N}_{k}.$$
$$\boldsymbol{N}_{k} = \left(\frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L} \hat{\boldsymbol{y}}_{k|k-1}[j]\right)^{2}.$$

式中 $\boldsymbol{\iota}_{n,j}(\boldsymbol{y}_{k|k-1})$ 为 $\boldsymbol{y}_{k|k-1}$ 的n行j列元素, $\hat{\boldsymbol{y}}_{k|k-1}[n, 1]$ 为 $\hat{\boldsymbol{y}}_{k|k-1}$ 的第n行第1列元素.在阵列维数较高时,噪声参数的调节变得困难,参考文献[9]的方法,对噪声协方差矩阵进行了自适应近似.

步骤8 估计互协方差矩阵:

$$P_{k|k-1}^{wy} = \sum_{j=1}^{2n+1} \gamma_{j}^{(c)} (\iota_{j}(\chi_{k|k-1}) - \hat{w}_{k|k-1}) \times (\iota_{n,j}(y_{k|k-1}) - \hat{y}_{k|k-1}[n,1])^{H}.$$

步骤 9 计算增益矩阵:
 $K_{k} = P_{k|k-1}^{wy} (P_{k|k-1}^{yy})^{-1}.$
步骤 10 计算状态估计:
 $\hat{w}_{k|k} = \hat{w}_{k|k-1} + K_{k} (r - \hat{y}_{k|k-1}[n])^{H}.$
步骤 11 计算误差协方差矩阵:
 $P_{k|k} = \hat{P}_{k|k-1} - K_{k} P_{k|k-1}^{yy} K_{k}^{H}.$
步骤 12 利用式(5) ~(11)进行约束迭代.
步骤 13 计算系统的最优权值:
 $w = \hat{w}_{k|k}^{p} (1:L,1).$
步骤 14 判断是否达到迭代次数.如果是,则算

法结束.否则将 w^p_{klk}、P^{wwp} 返回步骤 1,继续迭代. 该算法的计算流程如图 2 所示.



图 2 算法流程图

Fig.2 Algorithm flow chart

4 仿真验证

参考文献[7]的对比方式,以信干噪比(signal to interference plus noise ratio, SINR)为指标进行对比仿真,因为文献[2,7-8]已经验证 CCM-RLS 和 CMV-RLS 算法要好于 CCM-SG 和 CMV-SG 算法,所以本文仅用所提算法跟文献[7-8]的 CCM-RLS, CMV-RLS 作对比仿真,来验证算法的性能.

输出 SINR 的公式为

$$\boldsymbol{S}_{k} = \frac{\boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{k}^{s} \boldsymbol{w}_{k}}{\boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{k}^{i+n} \boldsymbol{w}_{k}}$$

式中: R_k^s 为有用信号的自相关矩阵, R_k^{i+n} 为干扰和 噪声的互相关矩阵.

一个等距均匀线阵, 阵元数 *L* = 20, 阵元间距 为半波长, 噪声为高斯白噪声, 功率 σ_n^2 = 0.1, 对于 每次仿真, 采用 50 次蒙特卡洛实验取平均. 有用信 号的波达角 θ_0 = 10°, 功率 σ_0^2 = 1. 干扰信号方向 θ_1 = 43°, 干噪比为 10 dB, 恒模信号选用与文献[4] 相同的 $e^{j\varphi(t)}$, $\varphi(t)$ 在 [$-\pi,\pi$] 服从均匀分布.参考 文献[8]的实验,将 CCM-RLS 、CMV-RLS 算法的遗 忘因子设置为 0.998.

实验1给出了SINR 随快拍数的变化,由图3可 以看出,随着迭代次数的增加,所提算法最终收敛的 SINR 要高于 CMV-RLS 和 CCM-RLS,而且当迭代 次数到达 200 次时,SINR 就可以完全收敛,其他两 种算法需要迭代 500 次以上,由此可见,在收敛速度 和收敛的 SINR 数值上都好于另外两种算法.该仿真 也同时验证了 CCM-RLS 算法性能要好于 CMV-RLS,该结论与文献[7-8]一致.



图 3 实验 1 SINR 相对于迭代次数的变化 Fig.3 Exp.1 SINR versus iteration numbers

实验 2 为假定波达角 DOA 为 11°,即存在 1°的 导向角失配情况,从图 4 中可以看出,3 种算法存在 不同程度的性能下降,但 CMV-RLS 和 CCM-RLS 算法性能下降更为明显,而所提算法仍能保持较好 的性能,因而所提算法相比于其他两种算法具有较 好的稳健性.



图 4 实验 2 SINR 相对于迭代次数的变化

Fig.4 Exp.2 SINR versus iteration numbers

实验 3 为阵列维数较高时的信干噪比变化情况,此时设定 L = 60,从图 5 中可以看出,CCM-RLS 算法收敛 SINR 为 15 dB, CMV-RLS 算法的收敛 SINR 为 13 dB,相比于阵列维数较低时,存在着 SINR 下降的情况,而所提算法在收敛速度和 SINR 上仍保持较好的性能.

实验4为非平稳条件下的仿真,为了让仿真更加明显,此次仿真将迭代次数增加到了4000次,并在迭代次数为2000次时,增加两个INR为3dB的干扰信号.从图6可以看出,3种算法在2000次迭代处都发生了SINR的下降,但相比于其他两种算法,

所提算法具有较快的恢复速度,体现出该算法具有 较好的跟踪性能和稳态恢复能力.





Exp.3 SINR versus iteration numbers



Fig.6 Exp.4 SINR versus iteration numbers

5 结 论

Fig.5

1)提出一种新型的 UKF 波束形成算法.先对恒 模算法的代价函数进行变形,然后在附加导向矢量 约束的条件下,利用 UKF 的迭代更新等式,求解波 束形成器的最优权矢量.

2) 通过数值仿真实验可以得出,相比于经典的 CCM-RLS 和 CMV-RLS 算法,该算法具有如下优势:具有较高的输出 SINR 和较快的收敛速度;在导向角失配情况下表现出较好的稳健性;在阵列维数较高时,仍保持较好的性能指标;在非平稳情况下体现出较好的稳态恢复能力.

参考文献

[1] ABRAR S, NANDI A K. An adaptive constant modulus blind equalization algorithm and its stochastic stability analysis [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(1): 55–58. DOI: 10.1109/LSP. 2009.2031765.

- XU Zhengyuan, TSATSANIS M K. Blind adaptive algorithms for minimum variance CDMA receivers [J]. IEEE Transactions on Communications, 2001, 49 (1): 180 - 194. DOI: 10.1109/26. 898261.
- [3] MIGUEZ J, CASTEDO L. A linearly constrained constant modulus approach to blind adaptive multiuser interference suppression [J].
 IEEE Communications Letters, 1998, 2(8): 217-219. DOI: 10. 1109/4234.709436.
- [4] CHEN Yuxin, LE NGOC T, CHAMPAGNE B, et al. Recursive least squares constant modulus algorithm for blind adaptive array
 [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(5):1452– 1456. DOI: 10.1109/TSP.2004.826167.
- [5] QIN Boya, CAI Yunlong, CHAMPAGNE B, et al. Low-complexity variable forgetting factor constant modulus RLS-based algorithm for blind adaptive beamforming [J]. Signal Processing, 2014, 105(1):277-282. DOI: 10.1016/j.sigpro.2014.06.003.
- [6] BHOTTO M Z A, ANTONIOU A. New improved recursive leastsquares adaptive-filtering algorithms [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I Regular Papers, 2013, 60(6): 1548-1558. DOI: 10.1109/TCSI.2012.2220452.
- WANG Lei, DE LAMARE R C. Blind adaptive beamforming based on constrained constant modulus RLS algorithm for smart antennas
 [EB/OL]. (2013-03-07) [2015-02-01]. http://arxiv.org/pdf/ 1303.1848v1/pdf.
- [8] DE LAMARE R C, SAMPAIO NETO R. Blind adaptive MIMO receivers for space-time block-coded DS-CDMA systems in multipath channels using the constant modulus criterion [J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(1):21-27. DOI: 10.1109/ TCOMM.2010.01.070549.
- [9] BHOTTO M Z A, BAJIC I V. Constant modulus blind adaptive beamforming based on unscented Kalman filtering [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(4): 474-478. DOI: 10.1109/LSP. 2014.2362932.
- [10] 西蒙.赫金. 自适应滤波器原理 [M].4 版. 北京:电子工业出版 社,2006;344-350.
 HAYKIN S. Adaptive filter theory [M].4th ed. Beijing: Electronic Industry Press, 2006; 344-350.
- [11]付梦印,邓志红,张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京:科学出版社,2003:16-36.
 FU Mengyin, DENG Zhihong, ZHANG Jiwei. Kalman filter theory with applications in navigation system [M]. Beijing: Science Press, 2003:16-36.
- [12] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422. DOI: 10.1109/JPROC.2003.823141.
- [13] TEIXEIRA B O S, CHANDRASEKAR J, TORRES L A B, et al. State estimation for linear and non-linear equality-constrained systems
 [J]. International Journal of Control, 2009, 82 (5): 918–936. DOI: 10.1080/002071708023 70033.

(编辑 魏希柱)