

doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.10.005

离散切换系统的 H_-/H_∞ 故障检测滤波器设计

沈毅, 王佳伟, 王振华

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 为解决离散时间线性切换系统的故障检测问题, 设计了满足混合 H_-/H_∞ 性能指标的鲁棒故障检测滤波器. 首先, 通过构造故障检测滤波器来得到残差, 并且为提高故障检测的性能, 使用加权 H_∞ 性能指标和 H_- 性能指标表示残差对于扰动的鲁棒性以及对于故障的敏感性, 进而将鲁棒故障检测滤波器的设计问题转化为混合 H_-/H_∞ 性能指标下的多目标求解问题. 接着, 利用多 Lyapunov 函数方法和平均驻留时间技术, 先得到了初步的滤波器设计结果, 然后通过引入松弛变量的方法解除了 Lyapunov 矩阵和系统矩阵的耦合, 得到了保守性较低的结果, 并将其表示为线性矩阵不等式形式. 最后, 使用一个例子进行仿真, 为其设计了故障检测滤波器的参数矩阵, 并得到了残差评价函数的仿真图形. 仿真结果表明, 所设计的故障检测滤波器可以实现故障检测的功能.

关键词: 切换系统; 平均驻留时间; 多 Lyapunov 函数; 混合 H_-/H_∞ ; 鲁棒故障检测滤波器

中图分类号: TP277 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2016)10-0039-05

H_-/H_∞ fault detection filter design for discrete time switched system

SHEN Yi, WANG Jiawei, WANG Zhenhua

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The fault detection problem of discrete time linear switched system is studied by using the robust fault detection filter in the framework of mixed H_-/H_∞ . First of all, residual is obtained by constructing fault detection filter. For the purpose of improving the accuracy of fault detection, weighted H_∞ performance is used as the robustness indicator of residual to disturbance, and H_- performance is regarded as the sensitivity indicator of residual to fault. As a result, the problem of robust fault detection filter design is converted to a multi-objective solving problem under the mixed H_-/H_∞ performance index. Then, multiple Lyapunov functions and average dwell time approach are used for deriving the preliminary result of filter design. Moreover, the couple between Lyapunov matrix and system matrix is removed by introducing the slack variables, and less conservative results are obtained. All results are in the form of linear matrix inequality. Finally, a numerical example that the parameters of the fault detection filter are designed is given to show that the designed filter can realize the function of fault detection.

Keywords: switched system; average dwell time; multiple Lyapunov functions; mixed H_-/H_∞ ; robust fault detection filter

近年来, 由于工业生产以及航空航天等领域对于控制系统安全性和可靠性要求的不断提高, 故障检测技术得到了快速的发展, 并且涌现出了大量的故障检测方法^[1-2]. 故障检测滤波器方法是最早发展的一类基于模型的检测方法, 其主要原理是利用系统解析表达式对系统的输出做出估计, 然后与实际测量的输出值相比较得到残差, 再经过残差评价以及阈值比较的过程, 最终判断故障是否发生^[3]. 但在实际的故障检

测过程中, 未知的扰动信号以及不确定的建模误差的存在也会对残差产生影响, 因此, 需要设计鲁棒故障检测滤波器. 目前使用较多的是基于鲁棒优化的方法, 大致可分为两类: 1) 使用 H_∞ 范数作为衡量故障敏感性和鲁棒性的性能指标, 将鲁棒故障检测滤波器的设计问题转化为传递函数的 H_∞ 范数最小值求解问题^[4-5]; 2) 使用混合 H_-/H_∞ 性能指标来研究鲁棒故障检测滤波器的设计问题, 将其转化为多目标优化的求解问题^[6-7].

与此同时, 切换系统作为一种典型的混杂系统, 正在获得越来越多的关注. 其结构是由若干个描述连续动态的子系统以及一个表示离散动态的切换信号组成. 切换信号的作用是决定子系统的切换时刻

收稿日期: 2015-04-28

基金项目: 国家自然科学基金(61021002, 61273162, 61403104); 中央高校基本科研业务费专项资金(HIT.KLOF.2015.076)

作者简介: 沈毅(1965—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 王佳伟, 11B304008@hit.edu.cn

和次序,并且保证在某个时刻,整个系统中只有一个子系统激活.目前,有关切换系统的研究比较活跃,涌现出了很多关于切换系统的研究成果^[8-10].并且,随着切换系统的应用领域日益增多,其故障检测问题已经引起了研究者的兴趣,并且取得了一些研究成果.文献[11]针对带范数有界的模型不确定性和状态时滞的连续时间切换系统,将其故障检测问题转化为 H_∞ 滤波问题.文献[12]使用 H_∞ 滤波器方法实现了具有区间时变时滞的离散时间切换系统的故障检测.文献[13]则针对离散时间切换系统,研究了有限频率范围内的故障检测问题.除了使用 H_∞ 滤波器的方法进行故障检测之外,文献[14]考虑了在混合 H_-/H_∞ 性能指标框架下,离散时间不确定切换系统鲁棒故障检测滤波器的设计.文献[15]则考虑了混合 H_-/H_∞ 性能指标下,连续时间切换系统鲁棒故障检测滤波器的设计,但在文献[14-15]中,由于 Lyapunov 矩阵和系统矩阵存在耦合,得到的结果具有一定的保守性.

基于此,本文将考虑在混合 H_-/H_∞ 框架下,切换系统鲁棒故障检测滤波器的设计问题.首先,利用平均驻留时间技术和多 Lyapunov 函数方法,得到了表示鲁棒性的加权 H_∞ 性能指标和表示敏感性的 H_- 性能指标的线性矩阵不等式.其次,使用加入松弛变量的方法,解除了 Lyapunov 矩阵和系统矩阵的耦合,降低了结果的保守性.

1 问题形成

考虑离散时间线性切换系统,模型表示如下:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_{\sigma(k)}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{\sigma(k)1}\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{\sigma(k)1}\mathbf{d}(k) + \mathbf{F}_{\sigma(k)1}\mathbf{f}(k),$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_{\sigma(k)}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{\sigma(k)2}\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{\sigma(k)2}\mathbf{d}(k) + \mathbf{F}_{\sigma(k)2}\mathbf{f}(k).$$

式中: $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态向量; $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$ 为系统的测量输出向量; $\mathbf{d}(k) \in \mathbf{R}^p$ 为干扰向量; $\mathbf{f}(k) \in \mathbf{R}^q$ 为故障,假设 $\mathbf{d}(k)$ 和 $\mathbf{f}(k)$ 都是 l_2 范数有界的信号. $\sigma(k)$ 为切换系统的切换信号,是一个分段常值函数,取值范围是自然数集合 $\mathbf{N} = \{1, 2, \dots, K\}$. $(\mathbf{A}_{\sigma(k)}, \mathbf{B}_{\sigma(k)1}, \mathbf{B}_{\sigma(k)2}, \mathbf{C}_{\sigma(k)}, \mathbf{D}_{\sigma(k)1}, \mathbf{D}_{\sigma(k)2}, \mathbf{F}_{\sigma(k)1}, \mathbf{F}_{\sigma(k)2})$ 为每个子系统的系数矩阵,是具有适当维数且数值已知的常数矩阵.当切换信号 $\sigma(k) = i$ 时,说明第 i 个子系统被激活,则相应的系统模型转化为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}_i\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{i1}\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{i1}\mathbf{d}(k) + \mathbf{F}_{i1}\mathbf{f}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}_i\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{i2}\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{i2}\mathbf{d}(k) + \mathbf{F}_{i2}\mathbf{f}(k). \end{aligned} \quad (1)$$

系统(1)设计故障检测滤波器为

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_i\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_{i1}\mathbf{u}(k) + \mathbf{L}_i(\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)),$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{C}_i\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_{i2}\mathbf{u}(k),$$

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{V}_i(\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)). \quad (2)$$

式中: $\mathbf{r}(k) \in \mathbf{R}^m$ 为残差向量; $\mathbf{L}_i \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 为滤波器的增益矩阵; $\mathbf{V}_i \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为残差的权值矩阵; $\mathbf{L}_i, \mathbf{V}_i$ 分别为需要设计的滤波器参数.

根据式(1)、(2)可以得到估计误差系统:

$$\mathbf{e}(k+1) = (\mathbf{A}_i - \mathbf{L}_i\mathbf{C}_i)\mathbf{e}(k) + (\mathbf{D}_{i1} - \mathbf{L}_i\mathbf{D}_{i2})\mathbf{d}(k) + (\mathbf{F}_{i1} - \mathbf{L}_i\mathbf{F}_{i2})\mathbf{f}(k),$$

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{V}_i\mathbf{C}_i\mathbf{e}(k) + \mathbf{V}_i\mathbf{D}_{i2}\mathbf{d}(k) + \mathbf{V}_i\mathbf{F}_{i2}\mathbf{f}(k),$$

其中 $\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)$, 再进一步得到:

$$\mathbf{e}(k+1) = \tilde{\mathbf{A}}_i\mathbf{e}(k) + \tilde{\mathbf{D}}_{i1}\mathbf{d}(k) + \tilde{\mathbf{F}}_{i1}\mathbf{f}(k),$$

$$\mathbf{r}(k) = \tilde{\mathbf{C}}_i\mathbf{e}(k) + \tilde{\mathbf{D}}_{i2}\mathbf{d}(k) + \tilde{\mathbf{F}}_{i2}\mathbf{f}(k). \quad (3)$$

式中: $\tilde{\mathbf{A}}_i = \mathbf{A}_i - \mathbf{L}_i\mathbf{C}_i$, $\tilde{\mathbf{D}}_{i1} = \mathbf{D}_{i1} - \mathbf{L}_i\mathbf{D}_{i2}$, $\tilde{\mathbf{F}}_{i1} = \mathbf{F}_{i1} - \mathbf{L}_i\mathbf{F}_{i2}$, $\tilde{\mathbf{C}}_i = \mathbf{V}_i\mathbf{C}_i$, $\tilde{\mathbf{D}}_{i2} = \mathbf{V}_i\mathbf{D}_{i2}$, $\tilde{\mathbf{F}}_{i2} = \mathbf{V}_i\mathbf{F}_{i2}$.

可知误差系统也为切换系统,并假设其与原系统同步,残差信号 $\mathbf{r}(k)$ 与干扰 $\mathbf{d}(k)$ 和故障 $\mathbf{f}(k)$ 有关,为了得到设计鲁棒故障检测滤波器,需要设计滤波器参数满足以下 3 个条件:

- 1) 误差系统是全局指数稳定的;
- 2) 残差 $\mathbf{r}(k)$ 对干扰 $\mathbf{d}(k)$ 具有鲁棒性,即满足加权 H_∞ 性能指标;
- 3) 残差 $\mathbf{r}(k)$ 对故障 $\mathbf{f}(k)$ 具有敏感性,即满足 H_- 性能指标.

下面用定义来描述上述的 3 个条件.

定义 1 如果存在常数 $K > 0, 0 < \beta < 1$, 使得系统(3)的解 $\mathbf{e}(k)$ 满足 $\|\mathbf{e}(k)\| \leq K\beta^{(k-k_0)}\|\mathbf{e}(k_0)\|$, $\forall k \geq k_0$, 则在切换信号 $\sigma(k)$ 下, 系统(3)是全局指数稳定的.

定义 2 给定常数 $0 < \alpha < 1$ 和 $\gamma > 0$, 当满足零初始条件和 $\mathbf{f}(k) = 0$ 时, 对于所有的非零 $\mathbf{d}(k) \in l_2[0, \infty)$, 若以下不等式成立

$$\sum_{k=0}^{\infty} (1 - \alpha)^k \mathbf{r}^T(k)\mathbf{r}(k) \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{d}^T(k)\mathbf{d}(k), \quad (4)$$

则称系统(3)的残差 $\mathbf{r}(k)$ 对于干扰 $\mathbf{d}(k)$ 具有加权的 H_∞ 性能指标, 其中 α 为系统的衰减度.

定义 3 给定常数 $\beta > 0$, 当满足零初始条件和 $\mathbf{d}(k) = 0$ 时, 对于所有的非零 $\mathbf{f}(k) \in l_2[0, \infty)$, 若以下不等式成立

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{r}^T(k)\mathbf{r}(k) \geq \beta^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}^T(k)\mathbf{f}(k), \quad (5)$$

则称系统(3)的残差 $\mathbf{r}(k)$ 对于故障 $\mathbf{f}(k)$ 具有 H_- 性能指标.

另外, 考虑切换系统的切换信号满足平均驻留时间, 定义如下.

定义 4^[9] 对于满足 $k_0 < k_s < k_v$ 的任意时刻, 令 $N_\sigma(k_s, k_v)$ 表示 $\sigma(k)$ 在时间区间 (k_s, k_v) 内的切换次数, 如果对于给定的 $\tau_\alpha > 0, N_0 \geq 0$, 可以得到:

$$N_\sigma(k_s, k_v) \leq N_0 + \frac{k_v - k_s}{\tau_\alpha},$$

成立, 则 τ_α 称为切换信号 $\sigma(k)$ 的平均驻留时间 (average dwell time, ADT), N_0 称为抖振边界, 通常情况下, 令 $N_0 = 0$.

2 鲁棒故障检测滤波器的设计

考虑在 H_-/H_∞ 框架下, 鲁棒故障检测滤波器的设计问题. 首先将通过两个引理, 得到初步的鲁棒故障检测滤波器的设计方法, 但由于 Lyapunov 矩阵与系统矩阵之间存在耦合, 所得的结果具有一定的保守性; 其次, 将考虑使用松弛变量的方法, 实现 Lyapunov 矩阵与系统矩阵的解耦, 进而得到具有较低保守性的设计结果.

引理 1^[9] 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1$, 对于误差系统 (3), 定义多 Lyapunov 函数 $V(e(k)) = \{V_i(e(k)), i \in \mathbf{N}\}$, 如果其满足以下两个性质:

- 1) $V_i(e(k+1)) - V_i(e(k)) < -\alpha V_i(e(k))$,
- 2) $V_i(e(k_l)) < \mu V_j(e(k_l))$,

并且平均驻留时间满足:

$$\tau_\alpha \geq \tau_\alpha^* = \text{ceil} \left[-\frac{\ln \mu}{\ln(1-\alpha)} \right], \quad (6)$$

其中, $\text{ceil}(v)$ 表示取整函数, 则误差系统 (3) 是全局指数稳定的.

注 1 引理 1 使用多 Lyapunov 函数和平均驻留时间方法, 研究了在平均驻留时间切换信号下, 离散时间切换系统稳定的条件, 它可以保证条件 1) 满足. 基于引理 1, 可以得到如下的引理 2.

引理 2 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1, \gamma > 0, \beta > 0$, 当存在正定对称矩阵 P_i 和 $Q_i (i \in \mathbf{N})$, 使得矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -P_i & P_i \tilde{A}_i & P_i \tilde{D}_{i1} \\ * & -(1-\alpha)P_i + \tilde{C}_i^T \tilde{C}_i & \tilde{C}_i^T \tilde{D}_{i2} \\ * & * & -\gamma^2 I + \tilde{D}_{i2}^T \tilde{D}_{i2} \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$P_i < \mu P_j, \quad (i \in \mathbf{N}, j \in \mathbf{N}, i \neq j) \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -Q_i & Q_i \tilde{A}_i & Q_i \tilde{F}_{i1} \\ * & -(1-\alpha)Q_i - \tilde{C}_i^T \tilde{C}_i & -\tilde{C}_i^T \tilde{F}_{i2} \\ * & * & \beta^2 I - \tilde{F}_{i2}^T \tilde{F}_{i2} \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$Q_i < \mu Q_j, \quad (i \in \mathbf{N}, j \in \mathbf{N}, i \neq j) \quad (10)$$

成立, 同时切换信号满足平均驻留时间式 (6), 则误差系统 (3) 全局指数稳定, 并且满足加权 H_∞ 性能 (4) 和 H_- 性能指标 (5).

证明 证明过程与文献 [14] 中定理 1 类似, 故此省略.

注 2 由于引理 2 中的式 (7) 和式 (9) 中含有非线性项, 为了将其转化为线性矩阵不等式, 需要进行变量替换:

$$Z_i = P_i L_i, Y_i = Q_i L_i,$$

则有

$$L_i = P_i^{-1} Z_i, L_i = Q_i^{-1} Y_i.$$

可知滤波器增益矩阵 L_i 的数值由两个公式确定, 为解决该问题, 则需要令 $P_i = Q_i$. 这个附加条件的引入, 相当于用一个 Lyapunov 函数同时求解加权 H_∞ 性能和 H_- 性能. 显而易见, 这样得到的结果具有一定的保守性. 分析原因, 不难发现是由于 Lyapunov 矩阵与系统矩阵的耦合, 才导致问题的产生. 因此, 本文将通过引入松弛变量的方法, 解除二者的耦合, 进而得到保守性较低的结果.

定理 1 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1, \gamma > 0, \beta > 0$, 当存在正定对称矩阵 P_i, Q_i, M_i 和矩阵 $X_i, G_i (i \in \mathbf{N})$, 使得线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} P_i - G_i - G_i^T & G_i^T A_i - X_i C_i & G_i^T D_{i1} - X_i D_{i2} \\ * & -(1-\alpha)P_i + C_i^T M_i C_i & C_i^T M_i D_{i2} \\ * & * & -\gamma^2 I + D_{i2}^T M_i D_{i2} \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} Q_i - G_i - G_i^T & G_i^T A_i - X_i C_i & G_i^T F_{i1} - X_i F_{i2} \\ * & -(1-\alpha)Q_i - C_i^T M_i C_i & -C_i^T M_i F_{i2} \\ * & * & \beta^2 I - F_{i2}^T M_i F_{i2} \end{bmatrix} < 0. \quad (12)$$

及式 (8), (10) 成立, 且切换信号的平均驻留时间满足式 (6), 则误差系统 (3) 全局指数稳定, 并且满足加权 H_∞ 性能 (4) 和 H_- 性能指标 (5), 同时鲁棒故障检测滤波器的参数可根据

$$L_i = (G_i^T)^{-1} X_i, V_i = (M_i)^{1/2}. \quad (13)$$

求解得到.

证明 若式 (11) 成立, 则 $P_i - G_i - G_i^T < 0$, 可得到 $G_i + G_i^T > P_i > 0$, 说明 G_i 是可逆矩阵. 因为 P_i 为正定对称矩阵, 有

$$(P_i - G_i)^T P_i^{-1} (P_i - G_i) \geq 0, \quad (14)$$

成立, 将其展开可得:

$$G_i^T P_i^{-1} G_i \geq G_i + G_i^T - P_i. \quad (15)$$

在式 (15) 左右两端同时乘以 $-I$, 则有

$$-G_i^T P_i^{-1} G_i \leq P_i - G_i^T - G_i, \quad (16)$$

则可知矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -G_i^T P_i^{-1} G_i & G_i^T A_i - X_i C_i & G_i^T D_{i1} - X_i D_{i2} \\ * & -(1-\alpha)P_i + C_i^T M_i C_i & C_i^T M_i D_{i2} \\ * & * & -\gamma^2 I + D_{i2}^T M_i D_{i2} \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

成立,再将 $X_i = G_i^T L_i$ 带入,又由于 G_i 可逆,则在不等式(17)两端分别左乘 $T_i = \text{diag}\{P_i^T (G_i^{-1})^T, I, I\}$ 和右乘矩阵 T^T ,得

$$\begin{bmatrix} -P_i & P_i(A_i - L_i C_i) & P_i(D_{i1} - L_i D_{i2}) \\ * & -(1-\alpha)P_i + C_i^T M_i C_i & C_i^T M_i D_{i2} \\ * & * & -\gamma^2 I + D_{i2}^T M_i D_{i2} \end{bmatrix} < 0. \quad (18)$$

根据误差系统参数矩阵的定义,可由式(18)得到式(7)成立.

同理,对式(12)进行相似的变换可得到式(9)成立.

再根据式(8)、(10),以及切换信号满足的条件(6),则根据引理 2,可以证明误差系统(3)全局指数稳定,并且满足加权 H_∞ 性能(4)和 H_- 性能指标(5),鲁棒故障检测滤波器的参数可由式(13)计算.至此,定理可证.证毕.

注 3 定理 1 通过引入松弛变量 G_i 实现了 Lyapunov 矩阵与系统矩阵的解耦,可以在 $P_i \neq Q_i$ 时求解滤波器增益矩阵 L_i 和残差的权值矩阵 V_i ,降低了结果的保守性.

通过定理 1 可以得到鲁棒残差生成器,但由于干扰信号的作用,即使没有故障出现,残差也不为零,因此需要对残差进行评估,以判断是否出现了故障.

首先,选取残差的范数作为评价函数:

$$J_L(\mathbf{r}(k)) = \left(\sum_{k=0}^L \mathbf{r}^T(k) \mathbf{r}(k) \right)_{d(k) \neq 0, f(k) \neq 0}^{1/2}.$$

其次,设置阈值为无故障时残差范数的最大值,即

$$J_{th}(\mathbf{r}(k)) = (\sup \|\mathbf{r}(k)\|_2)_{d(k) \neq 0, f(k) = 0}.$$

将残差评价函数的值和阈值比较,当 $J_L(\mathbf{r}(k)) \geq J_{th}(\mathbf{r}(k))$,说明系统存在故障,当 $J_L(\mathbf{r}(k)) < J_{th}(\mathbf{r}(k))$,则系统无故障.

3 仿真举例

本文考虑具有两个子系统的离散时间线性切换系统,每个子系统的模型如式(1)所示,参数矩阵给定如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.8 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1.01 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$B_{11} = F_{11} = [1 \ 1 \ 5]^T, B_{21} = F_{21} = [1 \ 1 \ -8]^T.$$

$$D_{11} = [-0.9 \ -1 \ 3]^T, D_{21} = [-1 \ -1 \ 4]^T.$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0.8 & 2 \\ 1 & -1.2 & 0 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} -0.9 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$B_{12} = F_{12} = [-10 \ -100]^T,$$

$$B_{22} = F_{22} = [-20 \ -100]^T.$$

$$D_{12} = D_{22} = [1 \ 1]^T.$$

给定 $\alpha=0.2, \mu=1.2$,则切换信号需要满足的最小平均驻留时间计算为

$$\tau_\alpha^* = \text{ceil} \left[-\frac{\ln \mu}{\ln(1-\alpha)} \right] = \text{ceil} \left[-\frac{\ln 1.2}{\ln 0.8} \right] = 1.$$

故选定平均驻留时间为 $\tau_\alpha = 4$ 的切换信号,如图 1 所示.输入信号 $u(k) = 1, k \in [0, 300]$.干扰信号 $d(k) = 0.1 \sin(0.1k), k \in [0, 300]$,如图 2 所示.

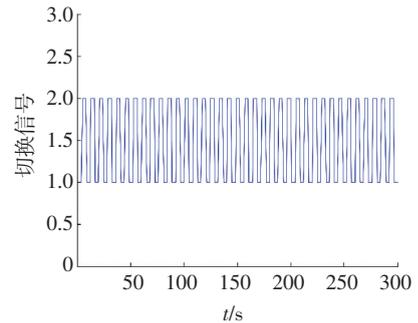


图 1 切换信号

Fig.1 Switching signal

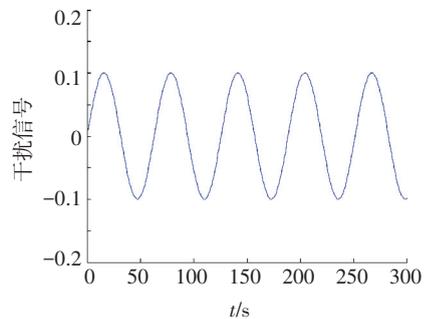


图 2 干扰信号

Fig.2 Disturbance signal

故障信号描述如下:

$$f(k) = \begin{cases} 0, & k \in [1, 150]; \\ 0.5, & k \in [151, 176]; \\ 0, & k \in [177, 300]. \end{cases}$$

给定 $\gamma=0.2, \beta=3$,使用定理 1 可以得到 G_i, P_i 和 $Q_i (i=1, 2)$ 为

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0.013 & 2 & 0.000 & 7 & 0.011 & 6 \\ 0.000 & 8 & 0.002 & 7 & 0.000 & 5 \\ 0.011 & 9 & 0.000 & 4 & 0.011 & 5 \end{bmatrix},$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 0.009\ 2 & -0.000\ 8 & 0.007\ 0 \\ -0.000\ 9 & 0.001\ 7 & 0 \\ 0.007\ 3 & 0 & 0.006\ 4 \end{bmatrix}.$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.009\ 2 & 0.000\ 1 & 0.007\ 2 \\ 0.000\ 1 & 0.002\ 6 & 0.000\ 1 \\ 0.007\ 2 & 0.000\ 1 & 0.007\ 0 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.008\ 8 & -0.000\ 5 & 0.006\ 4 \\ 0.006\ 4 & 0.002\ 5 & 0.000\ 3 \\ 0.006\ 4 & 0.000\ 3 & 0.006\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.011\ 3 & -0.001\ 1 & 0.009\ 9 \\ -0.001\ 1 & 0.002\ 7 & -0.001\ 0 \\ 0.009\ 9 & -0.001\ 0 & 0.010\ 0 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.011\ 1 & -0.001\ 8 & 0.009\ 0 \\ -0.001\ 8 & 0.002\ 7 & -0.000\ 7 \\ 0.009\ 0 & -0.000\ 7 & 0.009\ 1 \end{bmatrix}.$$

可以看出 $P_i \neq Q_i (i=1, 2)$, 同时可计算得到滤波器增益矩阵 L_1 、 L_2 和残差的权值矩阵 V_1 、 V_2 为

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0.173\ 9 & 0.065\ 0 \\ -0.191\ 0 & 0.095\ 0 \\ -0.151\ 9 & 0.041\ 1 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 0.321\ 5 & 0.075\ 7 \\ -0.197\ 2 & 0.229\ 0 \\ -0.336\ 6 & 0.169\ 3 \end{bmatrix};$$

$$V_1 = \begin{bmatrix} 0.017\ 6 & 0.026\ 6 \\ 0.026\ 6 & 0.043\ 3 \end{bmatrix}, V_2 = \begin{bmatrix} 0.007\ 5 & 0.014\ 4 \\ 0.014\ 4 & 0.042\ 8 \end{bmatrix}.$$

计算残差的评价函数和阈值为

$$J_L(\mathbf{r}(k)) = \sqrt{\sum_{k=1}^{161} \mathbf{r}^T(k)\mathbf{r}(k)} = 15.995\ 7,$$

$$J_{th} = (\sup \|\mathbf{r}(k)\|_2)_{f(k)=0} = \sqrt{\sum_{k=1}^{30} \mathbf{r}^T(k)\mathbf{r}(k)} = 15.659\ 7.$$

可以看出在 $k=161$ 时, $J_L(\mathbf{r}(k)) > J_{th}(\mathbf{r}(k))$, 检测到了故障, 残差评价函数的变化曲线如图 3 所示。

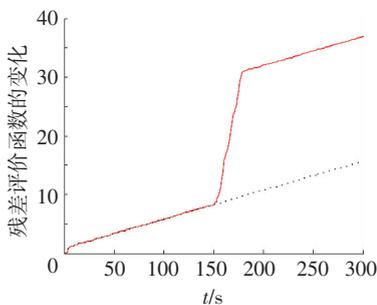


图 3 残差评价函数曲线

Fig.3 The curve of residual evaluation function

在图 3 中, 虚线表示没有故障的残差评价函数变化曲线, 实线表示有故障的残差变化曲线. 在故障发生前, 两个曲线是重合的; 当故障发生后, 含有故障的残差评价曲线发生变化, 明显地超出了无故障的曲线, 说明检测出故障。

4 结 论

1) 将离散时间线性切换系统的故障检测, 转化

为了满足混合 H_2/H_∞ 性能指标的故障检测滤波器设计问题, 利用平均驻留时间和多 Lyapunov 函数方法设计了滤波器的参数。

2) 通过松弛变量方法解除了 Lyapunov 矩阵与系统矩阵的耦合问题, 得到保守性较低的结果。

3) 利用一个例子进行仿真验证, 仿真结果表明本文设计的故障检测滤波器可以实现故障检测的功能。

参考文献

- [1] ISEMANN R. Supervision, fault detection and fault diagnosis methods-an introduction [J]. Control Engineering Practice, 1997, 5(5): 639-652. DOI: 10.1016/S0967-0661(97)00046-4.
- [2] HWANG I, KIM S, KIM Y, et al. A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 18(3): 636-653. DOI: 10.1109/TCST.2009.2026285.
- [3] FRANK P M, DING S X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems [J]. Journal of Process Control, 1997, 7(6): 403-424. DOI: 10.1016/S0959-1524(97)00016-4.
- [4] ZHONG Maiying, DING S X, LAM J, et al. An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain LTI systems [J]. Automatica, 2003, 39(3): 543-550. DOI: 10.1016/S0005-1098(02)00269-8.
- [5] FRISK E, NIELSEN L. Robust residual generation for diagnosis including a reference model for residual behavior [J]. Automatica, 2006, 42(3): 437-445. DOI: 10.1016/j.automatica.2005.10.009.
- [6] WANG Jianliang, YANG Guanghong, LIU Jian. An LMI approach to H_2 index and mixed H_2/H_∞ fault detection observer design [J]. Automatica, 2007, 43(9): 1656-1665. DOI: 10.1016/j.automatica.2007.02.019.
- [7] CHADLI M, ABDO A, DING S X. H_2/H_∞ fault detection filter design for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy system [J]. Automatica, 2013, 49(7): 1996-2005. DOI: 10.1016/j.automatica.2013.03.014.
- [8] SUN Zhendong, GE S S. Analysis and synthesis of switched linear control systems [J]. Automatica, 2005, 41(2): 181-195. DOI: 10.1016/j.automatica.2004.09.015.
- [9] ZHANG Lixian, BOUKAS E K, SHI Peng. Exponential H_∞ filtering for uncertain discrete-time switched linear systems with average dwell time: a μ -dependent approach [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2008, 18(11): 1188-1207. DOI: 10.1002/rnc.1276.
- [10] LIN Hai, ANTSAKLIS P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: a survey of recent results [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2009, 54(2): 308-322. DOI: 10.1109/TAC.2008.2012009.
- [11] WANG Dong, SHI Peng, WANG Wei. Robust fault detection for continuous time switched delay systems an linear matrix inequality approach [J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(1): 100-108. DOI: 10.1049/iet-cta.2008.0517.
- [12] JIANG Bin, DU Dongsheng, COCQUEMPOT V. Fault detection for discrete-time switched systems with Interval time-varying delays [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2011, 9(2): 396-401. DOI: 10.1007/s12555-011-0223-2.
- [13] LI Jian, YANG Guanghong. Fault detection and isolation for discrete-time switched linear systems based on average dwell-time [J]. International Journal of Systems Science, 2013, 44(12): 2349-2364. DOI: 10.1080/00207721.2012.704091.
- [14] ABDO A, DING S X, DAMLAKHI W, et al. Robust fault detection filter design for uncertain switched systems with adaptive threshold setting [C]//Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando, FL: IEEE, 2011: 5467-5472. DOI: 10.1109/CDC.2011.6161111.
- [15] ABDO A, DAMLAKHI W, SAIJAI J, et al. Design of robust fault detection filter for hybrid switched systems [C]//2010 Conference on Control and Fault-Tolerant Systems. Nice, France: IEEE, 2010: 161-166. DOI: 10.1109/SYSTOL.2010.5675996.