

doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.10.008

连续地月载荷转移系统二维柔性动力学建模与分析

齐乃明, 阳 勇, 赵 钧, 孙启龙, 林海奇

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要:为研究系绳柔性对连续地月载荷转移系统(continuous cislunar payloads transfer system, CCPTS)动力学的影响,利用Lagrange方法建立了CCPTS二维柔性动力学模型,并对所建立的二维柔性动力学模型进行了理论及仿真分析.通过对系绳为柔性绳与刚性杆两种情况下的动力学进行仿真对比分析表明:系绳柔性对CCPTS轨道、姿态参数有一定的影响,而这种影响表现为变量变化的时间不同步,并且会随着时间的推移逐渐增大;系绳的柔性特性导致母星径向加速度以及真近角加速度出现“毛刺”现象;由系绳长度所产生的重力梯度力矩对刚性杆和柔性绳产生了不同程度的影响;当外力矩不存在时,系绳旋转角速度随时间周期变化,当外力矩不为零时,旋转角速度随时间近似线性增加,增加的快慢由外力矩的大小决定.此外,系绳初始旋转角速度以及系绳长度对系绳的横向、纵向振动的幅值和周期均产生了一定的影响.

关键词:动量交换;地月转移;绳系卫星;柔性;动力学

中图分类号: V476.3

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2016)10-0057-09

The 2D flexible dynamic model and analysis of continuous cislunar transfer system

QI Naiming, YANG Yong, ZHAO Jun, SUN Qilong, LIN Haiqi

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: In order to analyze the impact of tether flexibility on the dynamics of CCPTS (Continuous Cislunar Payloads Transfer System) the 2D flexible dynamics of CCPTS is built by using Lagrange method and the numerical simulations are presented. Firstly, the comparison analyses between the 2D flexible model and the 2D rigid model show that the flexibility of the tether affects the orbital elements and attitude elements of CCPTS, and makes these elements of CCPTS out-of-step and increases with increasing time. The chief satellite's radial acceleration and true anomaly angular acceleration produce some burr due to the flexibility of the tether. The gravity gradient torque caused by the tether affects the CCPTS differently. The angular velocity of tether by the gravity gradient torque regularly varies with time when external torque is zero. However, the angular velocity increases linearly with time while external torque is nonzero and the increasing speed is decided by the magnitude of the external torque. Moreover, the transverse vibration and longitudinal vibration of the tether are affected by the variations of the initial tether angular velocity and tether length.

Keywords: momentum exchange; cislunar transfer; tethered satellite; flexible; dynamics

随着人类迈向太空步伐的加速,深空探测任务变得也越发频繁,积极地进行太空探索与开发的时代也随着航天等相关领域的各种技术的进步而慢慢到来.月球作为离地球最近的一个天体,自然而然成为了人类离开地球、迈向深空的首个开发目标.众所周知,以“阿波罗”系列为典型代表的月球探测飞行器由于技术复杂、成本高昂、不可重复使用等缺点,早在上世纪70年代就已经退出了历史舞台.为了建立月球基地,需要研制出能够实现较大运载能力、可

重复使用、节省能量的地月运输工具来实现地月之间大规模的物资转移(对于建立月球基地,就需要从地球向月球运送大量的水、食品、科考器材等,同时需要从月球向地球运送大量的宝贵的月球采样的样品以及其他物质).

基于此想法,学者大胆地提出了两种构想,一种构想是以TUI公司的Robert^[1-2]为代表的研究团队于1980年首次提出的一种动量交换/电动绳系卫星推进系统(momentum-exchange/electrodynamic reboost tethers, MXER).MXER采用动量交换原理,结合电动绳系变轨原理进行载荷转移.该系统一次只能转移一个载荷,并且在转移载荷的过程中,母星系统的轨道参数由于动量(或能量)的损失将发生

收稿日期: 2015-06-12

基金项目: CAST 重点创新基金(CAST20090801)

作者简介: 齐乃明(1962—),男,教授,博士生导师

通信作者: 阳 勇, yangyong_hit@hit.edu.cn

较大变化,因此需要采用电动绳原理进行轨道的调整与恢复.另一种基于动量交换原理进行载荷运输的绳系卫星系统概念是英国 Glasgow 大学的 Cartmell^[3-4]等于 1996 年首次提出的驱动型动量交换绳系卫星 (motorized momentum exchange tether, MMET).MMET 不同于 MXER, MXER 主要实现载荷与母星之间的动量交换以完成载荷的轨道转移,而 MMET 将母星置于系统质心处,而由两根等长的系绳分别连接两套相同的抓捕系统.这样,MMET 就能更加合理地利用两个载荷之间的能量转移,在不消耗母星能量的前提下同时实现其中一个载荷升轨、另一个载荷降轨的目的.

在此后近 20 年的研究历程中, Cartmell 及其研究团队继续对 MMET 广泛地开展研究. Ziegler 等^[5-6]通过将系绳简化为刚性杆模型对 MMET 动力学进行了研究,同时也针对性地开展了一些地面模拟试验.在文献[5-6]研究的基础上, Chen 等^[7-9]将系绳的柔性特性加入到 MMET 动力学模型的建立过程中,并对柔性动力学进行了初步的仿真分析,其研究成果标志着 MMET 动力学的研究向更实际的情况靠近.此外, Murray 等^[10-11]对基于 MMET 的地月转移系统中的月球跟踪轨道进行了研究.结果表明,如果月球轨道的升交点 (或降交点) 能够被准确地跟踪,则 MMET 通过适时发送载荷使得载荷与月球同时到达该点,并保证载荷能够被月球影响球捕获.

近来,齐乃明等^[12-13]在上述研究基础上对 MMET 进行了进一步的研究.首先,对载荷的两种地月转移方式 (MMET 方式以及传统脉冲方式) 进行了能量对比分析.研究表明,相同条件下,采用 MMET 进行载荷的地月转移所需的能量比采用传统脉冲变轨方式进行载荷地月转移所需的能量要少.其次,将结构偏差 (即系绳长度存在偏差以及载荷质量存在偏差)、锥形绳的概念引入到 MMET 之中^[13-15],分析了结构偏差对母星轨道参数、姿态参数的影响,并分析了锥形绳对母星轨道、姿态以及系统能量的影响.

综上所述,文献[5-6]在处理系统势能时,采用了离散处理方法,该方法的精度取决于离散程度,而且在求解动力学方程时略显复杂.本文在不影响系统模型精度的情况下,采用泰勒展开的方式对连续地月载荷转移系统 (continuous cislunar payload transfer system, CCPTS) 的势能进行了相应简化.首先,在考虑系绳柔性之后,对比分析系绳柔性对 CCPTS 的轨道参数、姿态参数的影响;其次,通过对柔性模型与刚性杆模型的对比分析,揭示重力梯度

力矩的存在以及对 CCPTS 姿态及轨道参数的影响;最后,分析系绳初始旋转角速度、系绳长度对系绳纵向、横向振动量的影响.通过设置不同的系绳初始旋转角速度以及不同的系绳长度,对比分析系绳初始旋转角速度以及系绳长度对系绳横向、纵向振型函数的振动幅值、振动周期的影响.

1 连续地月物质转移系统概念

本文所研究的连续地月物质转移系统 (简称 CCPTS) 包括两套长期驻轨的子系统,一套子系统运行于地球某椭圆轨道上,称为驻地载荷转移系统;另一套子系统运行于月球某椭圆轨道上,称为驻月载荷转移系统.两套系统工作原理相似,如图 1 所示给出了 CCPTS 的示意图.

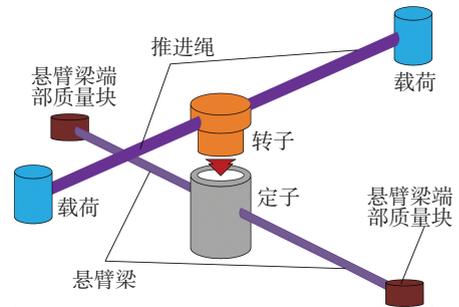


图 1 CCPTS 示意^[3]

Fig.1 Schematic of CCPTS^[3]

由图 1 可知, CCPTS 由以下几部分组成:母星系统 (包括控制系统以及定子与转子)、推进绳 (与母星转子部分相连,由转子的旋转带动系绳的旋转,从而改变末端载荷的轨道速度和方向)、抓捕机构、悬臂梁平衡系统 (该系统与驱动系统的定子部分相连,主要控制 CCPTS 的旋转面的朝向稳定与平衡) 组成.当考虑系绳柔性时, CCPTS 进行载荷交换并实现地月转移的全过程示意,如图 2 所示.图 2 中, l 为系绳长度, ψ 为系绳旋转角速度.该过程主要将由月球飞向地球的载荷 P_2 送到地面,同时将由地球运往月球的载荷 P_1 送入到地月转移轨道.该过程包括 3 个子过程:①空天飞机等运输工具将载荷 P_1 运送到低地球轨道、并与 CCPTS 此时处于低轨端的抓捕机构实现交会对接,同时,来自月球的载荷 P_2 也实现与 CCPTS 此时处于高轨端的抓捕机构实现交会对接.这两个子过程必须同时进行,以保证对接前后母星的轨道参数不发生较大变化;②当 CCPTS 的系绳两端抓捕机构成功实现对载荷 P_1 、 P_2 的捕获之后,首先, CCPTS 的轨道参数会发生一些微小变化,需要调整 CCPTS 的轨道参数;其次,系绳两端的载荷 P_1 、 P_2 要想实现各自的归宿 (P_1 进入正确的地月转移轨道, P_2 落入低地球轨道与空天飞行器对接并最终落回地面), CCPTS 驱动系统就必须提供合适

的驱动力矩, 当系统经过 $n+1/2$ 个调整周期 (即系统回到轨道近地点, 同时载荷 P_1 、 P_2 的位置互换) 之后, CCPTS 无论是系绳展长方向还是抓捕机构末端速度等都必须符合地月转移要求并同时做好载荷分离准备; ③当载荷 P_1 与此时处于高轨的 CCPTS 的抓捕机构实现分离的瞬间, 载荷 P_2 也同处于低轨的抓捕机构实现分离, 并由刚好到达该处的空天飞行器接收带回地面。

同理, 处于月球轨道的转移系统—Lunavator 的工作机制类似于 CCPTS, 不同的是, 当 Lunavator 运行到其轨道近月点时, 母星两端的系绳的长度刚好等于此时的近月点高度, 其作用是方便地将载荷放置在月球表面或从月球表面抓取载荷。

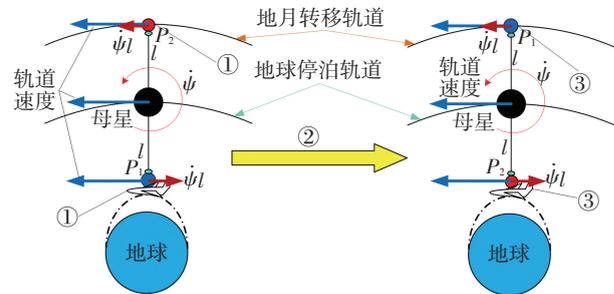


图 2 CCPTS 进行载荷转移过程示意

Fig.2 Schematic of transferring payload by CCPTS

2 连续地月转移系统二维柔性动力学模型

2.1 坐标系定义

在进行动力学模型建立之前, 需要定义如下几个坐标系:

1) 惯性坐标系 $O_E XYZ$. 坐标原点 O_E 为地球质心, $O_E X$ 轴指向春分点, $O_E Y$ 轴位于地球赤道面内并垂直于 $O_E X$, $O_E Z$ 轴与 $O_E X$ 轴、 $O_E Y$ 轴构成右手系并指向地球北极, 3 个轴方向上的单位矢量分别为 I 、 J 及 K .

2) 轨道坐标系 $O_M x_o y_o z_o$. 原点定义在 CCPTS 质心 O_M 处, $O_M x_o$ 轴位于轨道面内, 由地心指向 CCPTS 质心方向, $O_M y_o$ 轴垂直于 $O_M x_o$ 并位于轨道平面内, $O_M z_o$ 与 $O_M x_o$ 、 $O_M y_o$ 构成右手坐标系, 3 个轴方向上的单位矢量分别为 r_o 、 θ_o 及 n_o ; 惯性系与运动系如图 3 所示. 图 3 中 ω 为近地点幅角, θ 为真近角, Ω 为升交点赤经。

3) 轨道面坐标系 $O_E \bar{X}_r \bar{Y}_r \bar{Z}_r$. 坐标原点位于地心, $O_E \bar{X}_r$ 轴指向 CCPTS 轨道近地点 (perigee) 方向, $O_E \bar{Y}_r$ 轴位于轨道平面内垂直于 $O_E \bar{X}_r$ (位于 CCPTS 运行方向一侧), $O_E \bar{Z}_r$ 轴与 $O_E \bar{X}_r$ 、 $O_E \bar{Y}_r$ 构成右手坐标系, 3 个轴方向上的单位矢量分别为 i 、 j 及 k .

4) 体轴坐标系 $O_M x_b y_b z_b$. $O_M x_b$ 由低轨载荷 (lower payload) 指向高轨载荷 (upper payload), $O_M y_b$ 位于轨道面内, 垂直于 $O_M x_b$, $O_M z_b$ 轴与 $O_M x_b$ 、 $O_M y_b$ 构成右手坐标系. 3 个轴方向上的单位矢量分别为 i_b 、 j_b 及 k_b ; 轨道面坐标系与体轴系的几何关系如图 4 所示, 图 4 中 R 为母星矢径, ψ 为俯仰角, O_M 为母星。

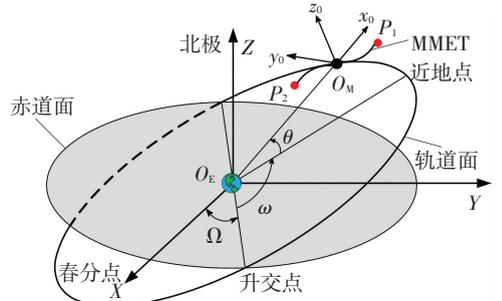


图 3 惯性坐标系与轨道坐标系

Fig.3 Inertia coordinate and orbit coordinate

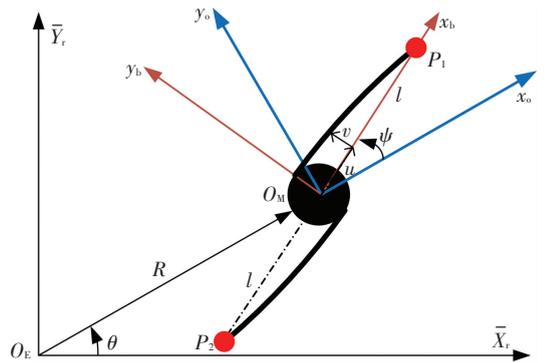


图 4 CCPTS 在轨道面坐标系下的示意

Fig.4 Schematic of CCPTS in orbital plane coordinate

2.2 动力学模型

CCPTS 质心运行在以地球为中心的椭圆轨道上, 半长轴为 a , 离心率为 e , 轨道倾角为 i , 并对系统做出如下假设:

- 1) 系绳旋转面与轨道面夹角为零;
- 2) 忽略第三体引力以及地球扁率等扰动因素对系统的影响。

假设系绳距母星任意一点 x 处由于系绳柔性而产生的形变在体轴系下的分量为: x_b 方向 (即纵向) 形变为 $u(x, t)$, y_b 方向 (即横向) 形变为 $v(x, t)$. 系绳形变在体坐标系下的相对位置关系, 如图 5 所示。

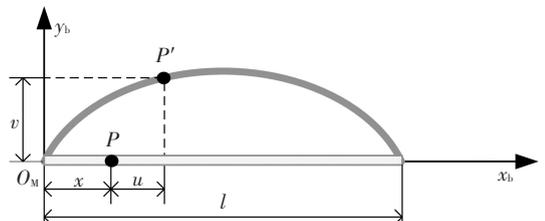


图 5 系绳形变在体坐标系下相对位置关系

Fig.5 Relative position of tether deformation in body frame

由于系绳纵向与横向形变均可以表达为时间与空间的函数,因此由 Bubnov-Galerkin 方法,在一阶模态近似情况下,得到系绳的纵向与横向形变为^[9]

$$u(x, t) = \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)q_1(t), \quad (1)$$

$$v(x, t) = \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)q_2(t). \quad (2)$$

式中, $q_1(t)$ 、 $q_2(t)$ 分别为系绳纵向、横向振型函数。

由图 4 可以得到载荷 P_1 、 P_2 在轨道面坐标系中的坐标分量表达式为

$$x_{P_1} = R\cos\theta + l\cos(\psi + \theta), \quad (3)$$

$$y_{P_1} = R\sin\theta + l\sin(\psi + \theta); \quad (4)$$

$$x_{P_2} = R\cos\theta - l\cos(\psi + \theta), \quad (5)$$

$$y_{P_2} = R\sin\theta - l\sin(\psi + \theta). \quad (6)$$

母星在轨道面坐标系下的分量可以表示成

$$x_M = R\cos\theta, \quad (7)$$

$$y_M = R\sin\theta. \quad (8)$$

为了求得变形绳在轨道面坐标系下的坐标分量,先将体坐标系分量 $(x+u, v, 0)$ 通过坐标变换转到与轨道面坐标系平行的坐标系 $O_M X'Y'$ 中,得

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi + \theta) & -\sin(\psi + \theta) & 0 \\ \sin(\psi + \theta) & \cos(\psi + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x+u \\ v \\ 0 \end{bmatrix}.$$

然后将坐标系 $O_M X'Y'$ 的原点平移到地心,得到轨道面坐标系中的变形绳的坐标分量:

$$x_{T_1} = R\cos\theta + (u+x)\cos(\psi + \theta) - v\sin(\psi + \theta), \quad (9)$$

$$y_{T_1} = R\sin\theta + (u+x)\sin(\psi + \theta) + v\cos(\psi + \theta); \quad (10)$$

$$x_{T_2} = R\cos\theta - (u+x)\cos(\psi + \theta) + v\sin(\psi + \theta), \quad (11)$$

$$y_{T_2} = R\sin\theta - (u+x)\sin(\psi + \theta) - v\cos(\psi + \theta), \quad (12)$$

2.2.1 CCPTS 的平动动能

CCPTS 的平动动能,由动力学知识,系统平动动能 T_{trans} 的表达式可以表示为

$$T_{\text{trans}} = \frac{1}{2} [m_M(\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2) + m_P(\dot{x}_{P_1}^2 + \dot{y}_{P_1}^2 + \dot{x}_{P_2}^2 + \dot{y}_{P_2}^2) + \rho A l(\dot{x}_{T_1}^2 + \dot{y}_{T_1}^2 + \dot{x}_{T_2}^2 + \dot{y}_{T_2}^2)]$$

式中: m_M 为母星质量; m_P 为载荷质量; ρ 为系绳质量密度; A 为系绳横截面积。

二维模型中,系统的转动动能 T_{rot} 的表达式为

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_z \omega_z^2.$$

式中: I_z 为 CCPTS 相对于 z 轴的转动惯量; ω_z 为相

对于 z 轴的转动角速度.假设载荷 P_1 、 P_2 、母星 O_M 以及系绳 T_1 、 T_2 均为圆柱体,各自的尺寸半径为 (r_p, r_M, r_T) ,载荷及母星的尺寸高度为 (h_p, h_M) ,由此得到 CCPTS 转动动能为

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_z (\dot{\psi} + \dot{\theta})^2,$$

其中,

$$I_z = \frac{1}{2} m_M r_M^2 + m_P (r_p^2 + 2L^2) + \frac{1}{2} \rho A l r_T^2 + \frac{5}{6} \rho A l^3.$$

联立式(3)~(8)得到 CCPTS 载荷与母星的动能表达式为

$$T_{P,M} = (m_P + \frac{1}{2} m_M) (\dot{R}^2 + R^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I_{PM} (\dot{\psi} + \dot{\theta})^2. \quad (13)$$

式中 I_{PM} 为载荷 P_1 、 P_2 以及母星 O_M 关于 CCPTS 质心的转动惯量,其具体表达式为

$$I_{PM} = m_P r_p^2 + \frac{1}{2} m_M r_M^2 + 2m_P l^2.$$

结合式(9)~(12),得系绳的平动和转动动能为

$$T_T = \rho A l + [(\dot{R}^2 + R^2 \dot{\theta}^2) + (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2)/2 + (q_1 \dot{q}_2 - \dot{q}_1 q_2 + 2l \dot{q}_2)(\dot{\theta} + \dot{\psi})] + \frac{1}{2} [I_T + \rho A l (4l q_1 + q_1^2 + q_2^2)] (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2. \quad (14)$$

式中, $l = l/\pi$, I_T 为系绳的转动惯量,其具体表达式为

$$I_T = \rho A l \left(\frac{5}{6} l^2 + \frac{1}{2} r_T^2 \right).$$

2.2.2 CCPTS 势能

由于系统由母星、系绳及载荷组成,且考虑系绳存在弹性变形,因此,系统势能除重力势能之外还包括系绳形变产生的弹性势能.在满足动力学研究的前提下,为了简化分析,略去 x/R 、 l/R 二次以上的项,由图 4 可以得到系统的重力势能为

$$V_G = -m \frac{\mu}{R} + \frac{\mu I_{PM}}{R^3} (1 - 3 \cos^2 \psi). \quad (15)$$

式中: $m = m_M + 2m_P + 2\rho A l$, 表示 CCPTS 总质量, μ 为地球引力场数.同时,由系绳的弹性形变产生的弹性势能为

$$V_E = \frac{1}{2} \int_0^l E A \varepsilon_T^2 dx. \quad (16)$$

式中, ε_T 为系绳总应变.系绳拉力 T 与系绳弹性模量 E 、系绳横截面积 A 以及应变 ε_E 存在如下关系:

$$T = E A \varepsilon_T = T_0 + E A \varepsilon_E. \quad (17)$$

式中, T_0 为系绳不受外力(重力之外的力)情况下,来自于 CCPTS 离心力作用在系绳上的拉力, ε_E 表示系绳的形变导致的实际应力,各自的表达式为

$$T_0 = \left(m_p l + \frac{1}{2} \rho A l^2 \right) \dot{\psi}^2, \quad (18)$$

$$\varepsilon_E = u' + \frac{1}{2} v'^2 (1 - u' + u'^2) - \frac{1}{8} v'^4 + \frac{5}{8} u'^4 + \dots \quad (19)$$

式中, “ u' 、 v' ”分别为“ u 、 v ”对 x 的导数。

联立式(1)~(2)、(16)~(19)得到两系绳总的弹性势能为

$$V_E = T_0 \frac{\pi^4}{l^3} \left[\frac{l^2 q_2^2}{2\pi^2} + \frac{3q_1^2 q_2^2}{8} - \frac{3q_2^4}{32} + \frac{15q_1^4}{32} \right] + \frac{l T_0^2}{EA} + \frac{\pi^2 EA q_1^2}{2l} + \frac{3\pi^4 EA q_2^4}{32l^3} - \frac{3\pi^4 EA q_1^2 q_2^2}{8l^3}. \quad (20)$$

联立式(13)~(15)、(20)得 Lagrange 函数 \tilde{L} 的表达式为

$$\tilde{L} = T_{p,m} + T_T - V_G - V_E.$$

采用 Lagrange 方法建立 CCPTS 柔性动力学模型。选择 $(R, \theta, \psi, q_1, q_2)$ 作为系统广义坐标, 相应的广义力为 $(0, 0, \tau, 0, 0)$, 由拉格朗日函数, 可得

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \tilde{L}}{\partial q_i} = Q_i,$$

得到以下二维柔性动力学方程:

$$\ddot{R} - R\dot{\theta}^2 + \frac{\mu}{R^2} + \frac{3\mu I_{PT}}{2mR^4} (3 \cos^2 \psi - 1) = 0,$$

$$\ddot{q}_1 - q_2(\ddot{\theta} + \ddot{\psi}) - 2\dot{q}_2(\dot{\theta} + \dot{\psi}) - (2\bar{l} + q_1)(\dot{\psi} + \dot{\theta})^2 + \frac{3(T_0 - EA)q_2^2 q_1}{4\rho A \bar{l}^4} + \frac{15T_0 q_1^3}{8\rho A \bar{l}^4} + \frac{EA q_1}{\rho A \bar{l}^2} = 0,$$

$$m(2R\dot{R}\dot{\theta} + R^2\ddot{\theta}) + [\tilde{I} + \rho A l(4\bar{l}q_1 + q_1^2 + q_2^2)](\dot{\psi} + \ddot{\theta}) +$$

$$\rho A l [q_1 \ddot{q}_2 - \ddot{q}_1 q_2 + 2\bar{l} \ddot{q}_2 + (4\bar{l} \dot{q}_1 + 2q_1 \dot{q}_1 + 2q_2 \dot{q}_2) \cdot (\dot{\theta} + \dot{\psi})] = 0,$$

$$\ddot{q}_2 + (q_1 + 2\bar{l})(\ddot{\theta} + \ddot{\psi}) - q_2(\dot{\psi} + \dot{\theta})^2 + \frac{T_0 q_2}{\rho A \bar{l}^2} + \frac{3(EA - T_0)q_2^3}{8\rho A \bar{l}^4} + 2\dot{q}_1(\dot{\theta} + \dot{\psi}) + \frac{3(T_0 - EA)q_1^2 q_2}{4\rho A \bar{l}^4} = 0,$$

$$\begin{aligned} & [\tilde{I} + \rho A l(4\bar{l}q_1 + q_1^2 + q_2^2)](\ddot{\theta} + \ddot{\psi}) - \\ & 12 \left(m_p l + \frac{1}{2} \rho A l^2 \right)^2 \frac{l \dot{\psi}^2 \ddot{\psi}}{EA} + \rho A l [q_1 \ddot{q}_2 - \ddot{q}_1 q_2 + \\ & 2\bar{l} \ddot{q}_2 + (4\bar{l} \dot{q}_1 + 2q_1 \dot{q}_1 + 2q_2 \dot{q}_2)(\dot{\theta} + \dot{\psi})] - \\ & \pi \left(m_p l + \frac{1}{2} \rho A l^2 \right) \left[\frac{q_2^2}{l} + \frac{3q_1^2 q_2^2}{4\bar{l}^3} - \frac{3q_2^4}{16\bar{l}^3} + \frac{15q_1^4}{16\bar{l}^3} \right] \ddot{\psi} + \\ & 3 \frac{\mu I_{PT}}{R^3} \sin(2\psi) - \pi \left(m_p l + \frac{1}{2} \rho A l^2 \right) \left[\frac{2q_2 \dot{q}_2}{l} + \right. \\ & \left. 3 \left(\frac{q_1 \dot{q}_1 q_2^2 + q_2 \dot{q}_2 q_1^2}{2\bar{l}^3} - \frac{3q_2^3 \dot{q}_2}{4\bar{l}^3} + \frac{15q_1^3 \dot{q}_1}{4\bar{l}^3} \right) \right] \dot{\psi} = \tau. \end{aligned}$$

式中: \tilde{I}_{PT} 表示与载荷、系绳相关项, \tilde{I} 为 CCPTS 总的转动惯量, 表达式分别为

$$\tilde{I}_{PT} = m_p l + \frac{1}{2} \rho A l^2,$$

$$\tilde{I} = \frac{1}{2} m_m r_m^2 + m_p r_p^2 + 2m_p l^2 + \frac{1}{2} \rho A l r_T^2 + \frac{5}{6} \rho A l^3.$$

3 动力学仿真分析

3.1 仿真初始条件

系统参数见表 1, 仿真时间取为 60 000 s。

表 1 CCPTS 参数

Tab.1 Parameters of CCPTS

$\mu / (\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2})$	l / m	m_m / kg	m_p / kg	$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	E / Pa	A / m^2	r_m / m	r_p / m	r_T / m
3.987×10^{14}	1.0×10^4	5 000	1 000	970	113×10^9	6.283×10^{-5}	0.5	0.5	0.004 472 07

仿真初始条件及各广义坐标初值如下:

$$R(0) = 6.728 \times 10^6 \text{ m}, \dot{R}(0) = 0 \text{ m/s},$$

$$\theta(0) = 0 \text{ rad}, \dot{\theta}(0) = 0.001 26 \text{ rad/s},$$

$$\psi(0) = 0 \text{ rad},$$

$$\dot{\psi}(0) = 0.087 3 \text{ rad/s}, q_1(0) = q_2(0) = 0 \text{ m},$$

$$\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0 \text{ m/s}.$$

3.2 动力学仿真分析

图 6 给出了不同外力矩作用下, CCPTS 的二维柔性模型与二维刚性模型的矢径偏差 ΔR 随时间的变化关系。由图 6 可知, 当外力矩 $\tau = 0$ 时, 由于系绳柔性所造成的母星质心偏差的变化幅值随时间逐渐增加。此外, 随着外力矩的增加, ΔR 的幅值也随之线

性增加, 说明 CCPTS 的姿态运动与轨道运动存在一定程度的耦合作用。

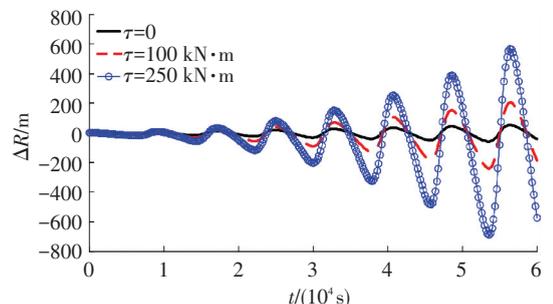


图 6 CCPTS 母星质心矢径偏差 ΔR 时间变化关系
Fig.6 Time history of ΔR of CCPTS's chief satellite

图 7、8 给出了不同外力矩作用下母星径向速度偏差 $\Delta R (= \Delta v_r)$ 以及真近角偏差 $\Delta\theta$ 随时间的变化关系.由轨道动力学知识可知^[16],CCPTS 二维柔性模型与二维刚性杆模型中母星质心矢径以及径向速度偏差 ΔR 、 $\Delta\dot{R}$ 与真近角之差 $\Delta\theta$ 存在如下近似关系式:

$$\Delta R \approx \frac{p \sin \theta}{(1 + e \cos \theta)^2} \Delta\theta,$$

$$\Delta\dot{R} \approx e \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cos \theta \cdot \Delta\dot{\theta}.$$

式中: p 为半正交弦, $\Delta\theta = \theta_{\text{flexible}} - \theta_{\text{rigid}}$. 结合图 6~8 可知, $\Delta\theta$ 与 ΔR 、 $\Delta\dot{R}$ 构成一种相辅相成、互相影响的关系.由于 $\Delta\theta > 0$ 且其幅值逐渐增加, 因此, 在每个轨道周期内, 当母星从近地点向远地点运动时, $\Delta R > 0$ 、当母星到达远地点时, $\Delta R = 0$, 越过远地点向近地点运动时, $\Delta R < 0$, 当母星到达近地点时, $\Delta R = 0$. 并且 ΔR 的幅值随着 $\Delta\theta$ 的幅值的增加而逐渐增加. 对于 $\Delta\dot{R}$ 而言, 随着 $\Delta\theta$ 幅值的增加, $\Delta\dot{R}$ 随时间作余弦变化的同时其幅值也逐渐增加.

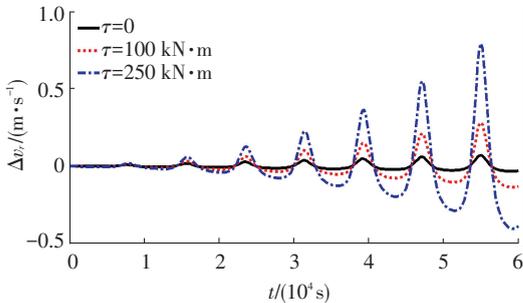


图 7 母星径向速度偏差 ΔR 随时间变化关系

Fig.7 Time history of ΔR of chief satellite's radial velocity

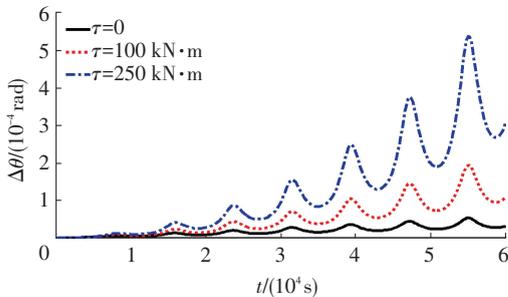


图 8 CCPTS 真近角偏差 $\Delta\theta$ 随时间变化关系

Fig.8 Time history of $\Delta\theta$ of CCPTS's true anomaly

图 9 给出了系绳为柔性绳与刚性杆两种情况下

质心径向加速度 $\ddot{R} (= a_r)$ 的局部放大图随时间的变化关系曲线.由图 9 可知, 无论外力矩是否存在, 当不考虑系绳的柔性时, 母星质心径向加速度的变化曲线比较平滑; 当考虑系绳柔性时, 母星质心径向加速度的变化曲线出现小幅振荡的“毛刺”现象, 该“毛刺”现象随着外力矩的存在而加剧. 该现象主要

是由于系绳纵向振动方向与母星径向加速度的方向往复变化所致, 当系绳纵向振动方向与母星径向加速度方向相同时, 径向加速度 \ddot{R} 出现瞬时增加, 反之, \ddot{R} 瞬时减小.

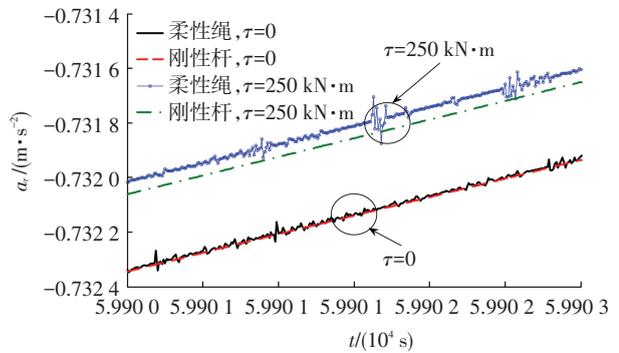


图 9 CCPTS 质心径向加速度 \ddot{R} 随时间变化关系

Fig.9 Time history of the detail view of \ddot{R}

图 10 给出了外力矩为零时系绳俯仰角速度 $\dot{\psi} (= \omega_\psi)$ 随时间的变化关系.由图 10 可知, 当母星位于近地点时, 系绳俯仰角速度达到最小值 0.087 3 rad/s, 当母星位于远地点时, 系绳俯仰角速度达到最大值(对于柔性绳, $\dot{\psi}_{\text{max}} = 0.088 1$ rad/s, 对于刚性杆, $\dot{\psi}_{\text{max}} = 0.088 0$ rad/s). 究其原因, 是由于重力梯度力矩 τ_c 作用的结果. 当母星位于近地点时, 系绳受到的重力梯度力矩幅值达到最大值, 系绳的旋转角加速度幅值也达到最大. 当母星位于远地点时, 系绳所受到的重力梯度力矩幅值最小. 系绳受到的重力梯度力矩的正负关系如图 11 所示. 当 $\tau_c < 0$ 时, 系绳的旋转运动受到阻碍, 系绳角速度将减小. 当 $\tau_c > 0$ 时, 系绳的旋转运动受到促进作用, 系绳角速度将增加. 当外力矩不为零时, 随着外力矩的增加, 系绳所受到的微弱的重力梯度力矩的周期性影响将逐渐减弱, $\dot{\psi}$ 的变化规律逐渐从周期性变化变成近似线性增加的趋势, 如图 12 所示.

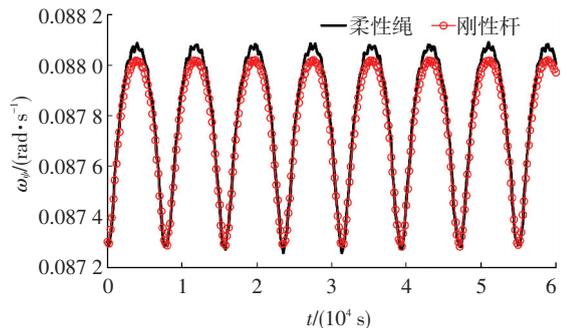


图 10 $\tau=0$, 系绳俯仰角速度 ω_ψ 随时间变化关系

Fig.10 Time history of pitch angular velocity ω_ψ of tether with $\tau=0$

图 13 给出了外力矩为零时系绳俯仰角加速度 $\ddot{\psi}$ 随时间的变化关系.由图 13 可知, 当不考虑系绳柔性时, 因系绳重力梯度力矩所产生的系绳旋转角

加速度 $\ddot{\psi}$ 在 $[-1.840, 1.804] (\times 10^{-6} \text{ rad/s}^2)$ 之间剧烈振荡, 当考虑系绳横向和纵向振动时, 系绳旋转角加速度的振荡幅值介于 $[-7.881, 7.746] (\times 10^{-6} \text{ rad/s}^2)$ 之间, 并且呈现良好的周期性变化规律, 各自振荡周期与系绳绕母星旋转周期相同。

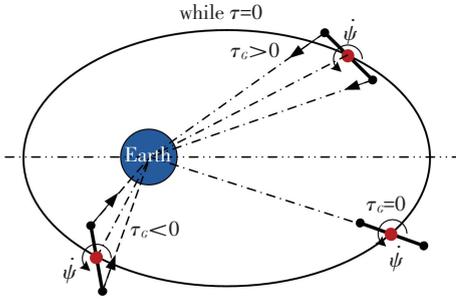


图 11 不同外力矩对系绳俯仰角速度的影响重力梯度力矩在轨道不同位置、不同姿态所对应的正负关系

Fig.11 The positive and negative relationship of the gravity gradient torque with different position and different attitude in the parking orbit

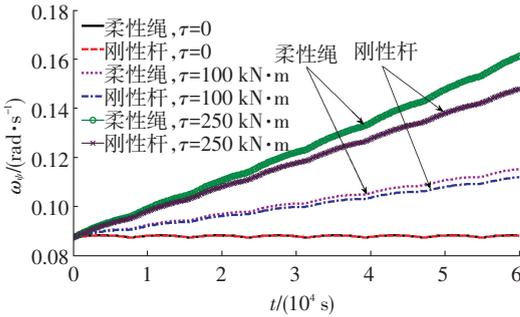


图 12 不同外力矩对系绳俯仰角速度的影响

Fig.12 Impact of external torque on pitch angular velocity

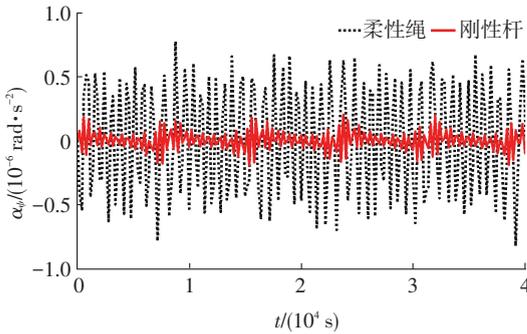


图 13 $\tau=0$, CCPTS 系绳俯仰角加速度随时间变化关系

Fig.13 Time history of pitch angular acceleration $\ddot{\psi}$ of tether with $\tau=0$

图 14、15 给出了 $\tau=0$ 、 $\tau \neq 0$ 两种情况下系绳纵向振动量 $q_1(x)$ 随时间的变化关系。由图 14 可知, 当外力矩为零时, 系绳纵向振形函数 $q_1(x)$ 随时间呈现周期性变化关系, 纵向最大振动量为 8.683 m, 振荡周期为 4 400 s (对应的振荡频率为 $2.272 \times 10^{-4} / \text{s}$)。由图 15 可以看出, 当外力矩不为零时, 系绳纵向振动函数 $q_1(x)$ 的振动幅值随时间逐渐增加, 而且振荡周期逐渐减小, 振荡频率逐渐增加, 外力矩越大, 纵向振动量增加越快。

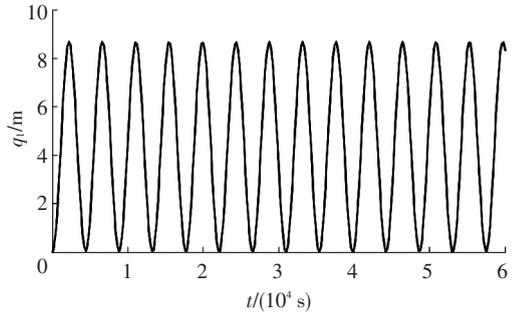


图 14 $\tau=0$, CCPTS 系绳纵向振动量 q_1 随时间变化关系

Fig.14 Time history of tether's longitudinal vibration displacement q_1 with $\tau=0$

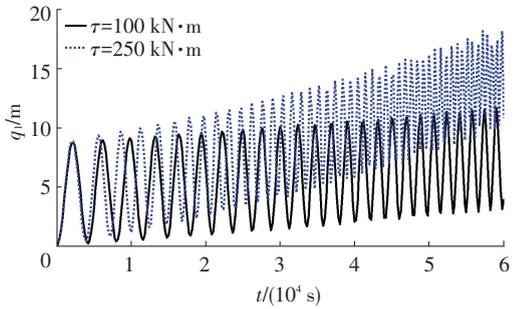


图 15 $\tau \neq 0$, CCPTS 系绳纵向振动量 q_1 随时间变化关系

Fig.15 Time history of tether's longitudinal vibration displacement q_1 with $\tau \neq 0$

图 16、17 给出了不同外力矩作用下, 系绳横向振型函数(或横向振动量) q_2 随时间的变化关系。由图 16 可知, 当外力矩为零时, 系绳横向振型函数 q_2 随时间进行周期性振荡, 振荡幅值介于 $[-2.144, 2.103] \text{ m}$ 之间。当外力矩不为零时, 系绳横向振动函数不再随时间呈周期性变化关系, 振荡幅值随时间呈现小幅衰减趋势。

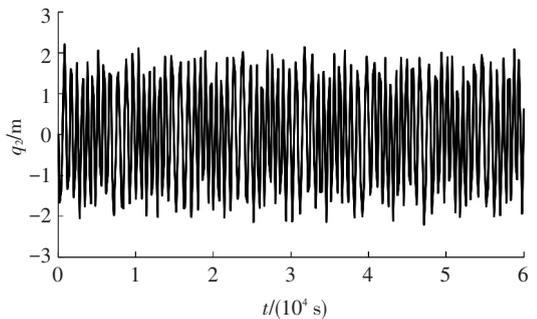


图 16 $\tau=0$, CCPTS 系绳横向振动量 q_2 随时间变化关系

Fig.16 Time history of tether's transverse vibration displacement q_2 with $\tau=0$

表 2 给出了系绳旋转角速度取不同初值且外力矩为零时, 系绳纵向振动量随时间的变化关系。当系绳旋转角速度较小时, 系绳在旋转过程中所受到的离心力较小。随着系绳初始旋转角速度的增加, 系绳所受到的离心力随之增加, 结果导致系绳纵向振动量也随之增加, 振荡周期逐渐缩短。相比于系绳初始旋转角速度对系绳纵向振动量的影响, 当 $\psi(0) = 0.001 \text{ rad/s}$ 时, 系绳横向振动量随时间呈现不规则

变化,振荡幅值介于 $[-41.41, 41.16]$ m 之间.随着系绳俯仰角速度初值的增加,系绳横向振动量 q_2 的振动幅值逐渐减小,并且振荡周期减小.由此说明,随着系绳俯仰角速度的增加,系绳在纵向的张紧程度加剧,结果导致系绳在横向的振动量减小.

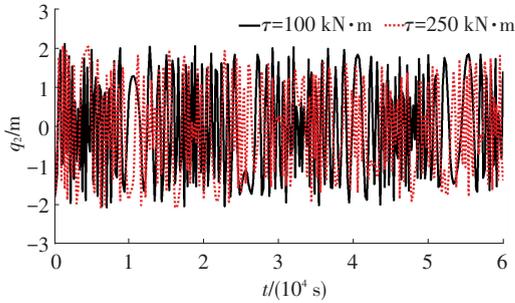


图 17 $\tau \neq 0$, CCPTS 系绳横向振动量 q_2 随时间变化关系

Fig.17 Time history of tether's transverse vibration displacement q_2 with $\tau \neq 0$

表 2 系绳初始俯仰角速度对系绳纵向、横向振动量的影响

Tab.2 Relations between the magnitudes of tether's longitudinal and transverse vibration displacements and initial pitch angular velocity

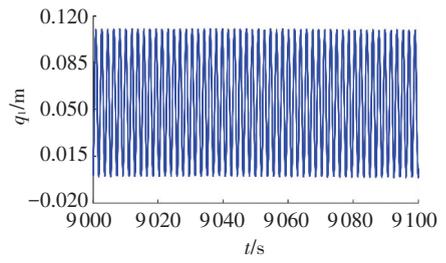
$\dot{\psi}(0)/$ (rad · s ⁻¹)	q_1/m		q_2/m	
	q_{1min}	q_{1max}	q_{2min}	q_{1max}
0.001	-2.726×10^{-3}	5.029×10^{-3}	-41.410	41.160
0.010	-0.001 6	0.139 7	-9.943	9.656
0.100	0.039 7	11.330 0	-2.802	2.858

图 18(a) ~ (c) 给出了系绳长度对系绳纵向振动量 q_1 的影响,此时,取系绳的旋转角速度初值 $\dot{\psi}(0) = 0.008\ 73$ rad/s,外力矩为零,其他参数同上.由图 18 可知,随着系绳长度的增加,系绳纵向振型函数 q_1 的振动幅值呈指数增加,同时,系绳的纵向振型函数的振动周期随之逐渐地近似等比例增加 ($1.849\ 1$ s \rightarrow $5.529\ 4$ s \rightarrow $16.600\ 0$ s).图 19(a) ~ (c) 给出了系绳长度对系绳横向振动量 q_2 的影响.对比可知,系绳长度的增加引起了系绳横向振动量 q_2 的振动幅值的非线性增加,然而,对于横向振动周期而言,却没有明显的增加趋势 (143 s \rightarrow 205 s \rightarrow 232 s).

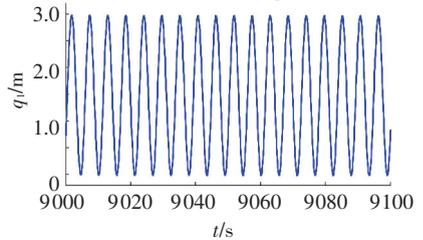
表 3 给出了不同系绳长度与系绳纵向、横向振动幅值的关系.由表 3 可知,随着系绳长度的增加,系绳纵向、横向振动幅值均非线性增加.由此说明,系绳的长度对系绳的稳定性影响明显.

4 结 论

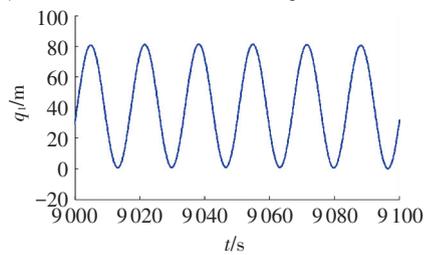
1) 系绳的柔性对轨道参数 R 、 θ 有一定的影响,同时外力矩的大小也将改变系绳柔性对 CCPTS 轨道、姿态参数的影响程度.由于系绳纵向、横向振动方向与母星径向加速度方向往复变化,母星径向加速度、真近角加速度出现“毛刺”现象.



(a) $l = 1.0 \times 10^4$ m, 系绳纵向振动量 q_1 随时间的变化关系



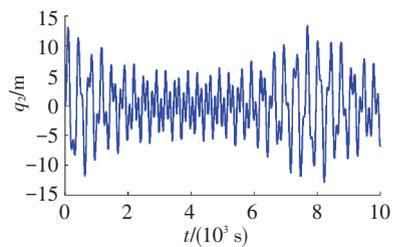
(b) $l = 3.0 \times 10^4$ m, 系绳纵向振动量 q_1 随时间的变化关系



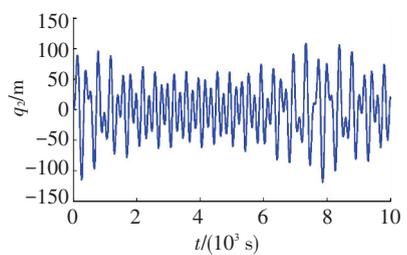
(c) $l = 9.0 \times 10^4$ m, 系绳纵向振动量 q_1 随时间的变化关系

图 18 不同系绳长度对系绳纵向振动量 q_1 的影响

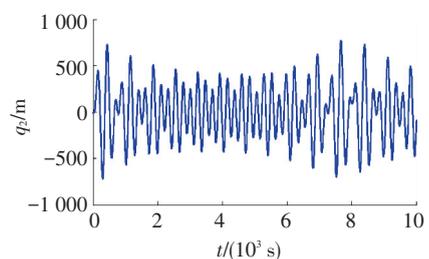
Fig.18 Impact of different tether length on tether's longitudinal vibration displacement q_1



(a) $l = 1.0 \times 10^4$ m, 系绳横向振动量 q_2 随时间的变化关系



(b) $l = 3.0 \times 10^4$ m, 系绳横向振动量 q_2 随时间的变化关系



(c) $l = 9.0 \times 10^4$ m, 系绳横向振动量 q_2 随时间的变化关系

图 19 不同系绳长度对系绳横向振动量 q_2 的影响

Fig.19 Impact of different tether length on tether's transverse vibration displacement q_2

表 3 系绳长度对系绳纵向、横向振动量的影响

Tab.3 Relations between the magnitudes of tether's longitudinal and transverse vibration displacements and tether length

l/km	q_1/m		q_2/m	
	q_{1min}	q_{1max}	q_{2min}	q_{2max}
10	-1.719×10^{-4}	0.110	-12.58	13.09
30	8.806×10^{-3}	2.973	-114.60	107.80
90	0.811	80.790	-695.10	771.80

2) 由于系绳长度不可忽略, 因此, CCPTS 存在重力梯度力矩, 并且对系绳的旋转运动产生了一定程度的影响, 相比于重力梯度力矩对刚性杆模型的影响, 该影响对柔性绳较大。

3) 系绳初始角速度以及系绳长度对系绳纵向、横向振动量均产生了较大影响。随着系绳初始旋转角速度的增加, 系绳纵向振动量急剧增加、振动周期缩短, 系绳横向振动量幅值逐渐减小、振动周期亦缩短; 系绳长度的增加导致了系绳纵向、横向振动幅值的非线性指数增加, 系绳纵向振动周期近似等比例增加, 横向周期增加不明显。

参考文献

- [1] ROBERT P H. Chauncey U. Cislunar tether transport system [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2000, 37(2): 177-186. DOI: 10.2514/2.3564.
- [2] ROBERT P H. Commercial development of a tether transport system [C]// 36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Huntsville, AL: AIAA, 2000. DOI: 10.2514/6.2000-3842.
- [3] CARTMELL M P. Generating velocity increments by means of a spinning motorised tether [C]// 34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Cleveland, OH: AIAA, 1998. DOI: 10.2514/6.1998-3739.
- [4] CARTMELL M P, MCKENZIE D J. A review of space tether research [J]. *Progress in Aerospace Science*, 2008, 44(1): 1-21. DOI: 10.1016/j.paerosci.2007.08.002.
- [5] ZIEGLER S W. The rigid body dynamic of tethers in space [D]. UK: University of Glasgow, 2003.
- [6] ZIEGLER S W, CARTMELL M P. Using motorized tethers for payload orbital transfer [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*,

2001, 38(6): 904-913.

- [7] CHEN Yi. Dynamical modelling of a flexible motorised momentum exchange tether and hybrid fuzzy sliding mode control for spin-up [D]. Glasgow: University of Glasgow, 2010.
- [8] CHEN Yi, CARTMELL M P. Hybrid fuzzy sliding mode control for motorised space tether spin-up when coupled with axial and torsional oscillation [J]. *Astrophys and Space Science*, 2010, 326(1): 105-118. DOI: 10.1007/s10509-009-0212-6.
- [9] ISMAIL N A. The dynamics of a flexible Motorised Momentum Exchange Tether (MMET) [D]. UK: University of Glasgow, 2012.
- [10] MURRAY C. Continuous Earth-moon payload exchange using motorized tethers with associated dynamics [D]. UK: University of Glasgow, 2011.
- [11] MURRAY C, CARTMELL M P. Moon-tracking orbits using motorized tethers for continuous Earth-moon payload exchanges [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2013, 36(2): 567-576. DOI: 10.2514/1.56248.
- [12] 阳勇, 齐乃明, 黄盘兴, 等. 连续地月转移系统动力学研究与能量分析 [J]. *航空学报*, 2015, 36(6): 2005-2015. DOI: 10.7527/S1000-6893.2015.0061.
YANG Yong, QI Naiming, HUANG Panxing, et al. Dynamics and energy analysis of continuous cislunar transfer system [J]. *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica*, 2015, 36(6): 2005-2015. DOI: 10.7527/S1000-6893.2015.0061.
- [13] QI Naiming, YANG Yong, ZHAO Jun, et al. Effects of asymmetries on the dynamics of motorized momentum exchange tether and payloads injection precision [D]. [S.l.]: International Journal of Aerospace Engineering, 2015: 1-13. DOI: 10.1155/2015/468482.
- [14] 齐乃明, 阳勇, 黄盘兴, 等. 结构偏差对二维连续地月载荷转移系统动力学影响 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2015, 41(11): 2000-2009. DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0730.
QI Naiming, YANG Yong, HUANG Panxing, et al. Two dimensional dynamics of continuous cislunar payload transfer system considering structural deviation effect [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2015, 41(11): 2000-2009. DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0730.
- [15] YANG Yong, QI Naiming, LIU Yanfang, et al. Influence of tapered tether on cislunar payload transmission system and energy analysis [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 46: 210-220. DOI: 10.1016/j.ast.2015.07.004.
- [16] 刘墩, 赵钧. 空间飞行器动力学 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003.

(编辑 张红)