Vol. 48 No. 10

Oct. 2016

doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.10.012

# 应用粒子群优化的导弹定结构 $H_m$ 控制器设计

张 民,应巧萍

(南京航空航天大学 自动化学院,南京 211100)

摘 要:为解决传统鲁棒控制方法设计的控制器阶数过高,而经典 PID 控制方法又无法在设计过程中保证鲁棒性能的问题,采用基于约束粒子群优化的定结构  $H_\infty$ 控制器设计方法,把两者各自的优势结合起来并将其应用到导弹控制器的设计中.采用一种基于梯度的粒子修正算法对违反约束条件的粒子进行修正,通过典型测试函数测试并和常用的其他3种约束优化算法进行性能对比,表明了该算法在处理约束优化问题上的优越性.同时,以样例导弹三通道模型为控制对象,提出了时域性能和鲁棒性能兼顾的性能指标函数和约束条件,针对典型固定控制结构,应用梯度修正粒子群算法设计了控制器.仿真结果表明,样例导弹控制系统在满足各项时域性能指标的同时,也满足鲁棒性能指标.达到了设计要求.

关键词:导弹;定结构;控制;粒子群;优化

中图分类号: V448

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2016)10-0083-08

# Fixed-structure $H_{\infty}$ controller design for missile autopilot with particle swarm optimization

ZHANG Min, YING Qiaoping

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211100, China)

Abstract: In order to solve the high order controllers caused by traditional robust design method and the robust performance issues in classical PID method design process, a new kind of fixed-structure  $H_{\infty}$  controller design method based on constrained particle swarm optimization algorithm is proposed and applied to the missile controller design by taking the advantages of both robust method and the PID method. A gradient-based correction algorithm is used to amend the violating constraint particles, which shows the superiority of this method by comparing performance test, test functions and other three commonly used constrained optimization algorithms. Meanwhile, for the three-channel sample missile control object model, the performance index function in time domain performance, the robustness properties and constraints are provided, and then the controller is designed by adopting the gradient-based correction particle swarm algorithm for the typical missile fixed control structure. The simulation results show that the sample missile control system meets the time domain performance index and the robust performance index.

Keywords: missile; fixed-structure; control; particle swarm; optimization

在鲁棒控制领域中,传统方法如  $H_{\infty}$  方法或  $\mu$  综合方法设计的控制器尽管能够达到鲁棒性指标要求,但是在控制器设计完成以前通常难以准确预知其结构和复杂程度,例如文献[1]就指出了  $H_{\infty}$  控制器存在的阶次过高难以实现的问题.另一方面,经典PID 控制方法实现过程简单,但仅能考虑单通道鲁棒性指标,不能有效保证 MIMO 系统的鲁棒性能,无法满足新一代导弹的极限飞行特性要求.在本文中,考虑把经典控制与现代鲁棒控制两者各自的优势结

收稿日期: 2015-04-15

基金项目: 国家自然科学基金(61174197) 作者简介: 张 民(1973—),男,博士,副研究员 通信作者: 张 民, zhangmin@ nuaa.edu.cn 合起来,形成经典设计满足  $H_{\infty}$  鲁棒性指标的综合设计方法——定结构  $H_{\infty}$  控制,并将其应用到导弹驾驶仪的设计之中.

文献[2]给出了定结构  $H_{\infty}$  控制方法最初的设计思想,它来源于基于 Hermite-Biehler 理论的 $H_{\infty}$ -PID 控制器设计理论,在该理论中提出了采用线性优化的方法来设计鲁棒 PID 控制器.该方法的不足之处是在确定微分和积分增益之前必须首先确定比例增益,无法同时得到所有的控制参数.文献[3-4]介绍了近年来为解决这一问题相继发表的有关研究成果,同时,在文献[5-6]中,分别提出了基于线性矩阵不等式(LMI)的解决方法.然而上述方法仍然没有解决控制器同时满足多种控制指标和约束的问题.

本文提出了一种基于梯度修正粒子群优化的定 结构 H。控制器设计方法,基本思路是采用带约束 条件的粒子群优化算法对定结构 H. 控制器(如鲁 棒 PID 控制器)进行自动优化并得到 MIMO 系统的 控制参数,使得所设计的控制系统在满足时域指标 的同时满足 H. 鲁棒性指标. 文献 [7-8] 给出了粒子 群优化算法(PSO)的最初版本,它是一种全局优化 算法,目前已发展成为一种通用的优化算法,并被广 泛应用于多目标优化、神经系统训练和决策支持等 各领域,相关应用成果如文献[9-11]所述.相对于 其他算法、PSO 算法具有算法结构简单、计算量和内 存占用小、对目标函数没有诸如线性、可微、凸集要 求等优点. 在标准 PSO 算法提出后, 大量的改进算 法相继提出,如文献[11-12]给出了带等式与不等 式约束条件的 PSO 优化算法的相关研究成果.基于 此,本文采用了一种基于梯度修正策略的约束 PSO 优化算法,并将其应用到导弹定结构  $H_{\infty}$  鲁棒控制 器的设计中.

#### 1 问题描述

考察由式(1)描述的线性模型闭环控制系统  $\sum [x]$ :

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, u = K(s; x) y. \tag{1}$$

其带扰动与不确定性的控制结构如图 1 所示. 其中 G(s) 为控制对象模型, K(s;x) 为定结构  $H_{\infty}$  控制器, x 为控制器设计变量; z、y 分别为控制输出和传感器输出向量; d、w、u 分别为控制扰动输入、传感器扰动输入和控制输入向量;  $\Delta(s)$  为模型不确定性并满足  $\|\Delta(s)\|_{\infty} < 1$ ;  $w_2$  为权函数.

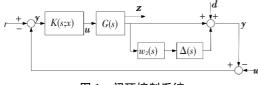


图 1 闭环控制系统

Fig.1 Closed-loop control system

将闭环控制系统标称部分和不确定部分分离后 可由图 2 所示的简化模型描述.

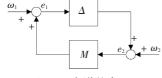


图 2 小增益定理

Fig.2 Small gain theorem

依据文献[13]中的小增益定理,图 2 所示的闭环控制系统内稳定的充分必要条件是  $\|\Delta(s)\|_{\infty}$  <1

当且仅当  $\| w_T(s) T(s;x) \|_{\infty} \leq 1$ ,其中 T(s;x) 为补灵敏度函数.

设传递函数 L(s;x) = G(s)K(s;x) ,则 T(s;x) 定义为

$$T(s;x) = \frac{L(s;x)}{1 + L(s;x)}.$$

同时,定义灵敏度函数 S(s) 为

$$S(s;x) = \frac{1}{1 + L(s;x)},$$

则系统的标称性能定义为

$$\|w_S(s)S(s;x)\|_{\infty} \leq 1$$
,

式中 $w_s(s)$ 为灵敏度函数权函数.

鲁棒性能定义为

$$\| |w_{S}(s)S(s;x)| + |w_{T}(s)T(s;x)| \|_{\infty} \leq 1.$$
 (2)

在定结构控制器的所有类型中,可以将 PID 控制器看作定结构控制器中的一种,如以标准 PID 控制器为例,其控制律表达式为

$$K(s;x) = k_{p}(x) + \frac{k_{i}(x)}{s} + \frac{k_{d}(x)s}{1 + Ts}.$$
 (3)

式中: $k_p \ k_i \ k_d$  分别为比例系数、积分系数和微分系数;T 为滤波器时间常数.在本文中,所要解决的问题即为如何找到定结构控制器—如以式(3)所示的标准 PID 控制器的参数  $k_p \ k_i \ k_d$  使得闭环控制系统的性能满足式(2)所示的鲁棒性能指标.

# 2 导弹定结构控制

导弹的定结构控制器可以有各种形式,如姿态控制器、迎角控制器和过载控制器等,每种控制器依据控制对象本身的特性和控制需求还可以细分为更多的定结构回路控制结构.不失一般性,本文以经典雷声(raytheon)驾驶仪控制结构为例,其中俯仰通道和偏航通道的控制结构相同,如图 3,4 所示.

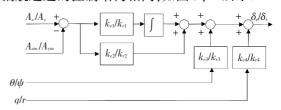


图 3 俯仰/偏航通道控制结构

Fig.3 Pitch/yaw channel control structure

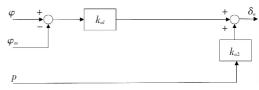


图 4 滚转通道控制结构

Fig.4 Roll channel control structure

在图 3,4 中,A,、A, 分别为法向过载输出信号 和法向过载给定信号; $\theta$  为俯仰角;q 为俯仰角速率;  $A_{x}$ 、 $A_{xx}$ 分别为侧向过载输出信号和侧向过载给定信 号; $\psi$  为偏航角;r 为偏航角速率; $\varphi$ 、 $\varphi$ , 分别为滚转 角输出信号和滚转角给定信号;p 为滚转角速率.在 俯仰/偏航通道中,3个回路分别为角速率阻尼回 路,俯仰角/偏航角增稳回路和过载控制回路,并在 过载回路中采用积分校正以消除静差.滚转通道以 滚转角控制回路为外回路,内回路采用滚转角速率 改善其阻尼特性.三通道控制律的表达式为

$$\delta_e = (k_{e1} + \frac{k_{e2}}{s})(A_z - A_{zm}) + k_{e3}\theta + k_{e4}q, \quad (4)$$

$$\delta_r = (k_{r1} + \frac{k_{r2}}{s})(A_y - A_{ym}) + k_{r3}\psi + k_{r4}r, \quad (5)$$

$$\delta_a = k_{a1}(\varphi - \varphi_m) + k_{a2}p. \tag{6}$$

在导弹驾驶仪的设计指标中,除了鲁棒性指标, 通常还有一些时域指标如上升时间、超调量、稳态误 差等需要在设计时一并考虑.样例导弹对阶跃信号 的过载和滚转响应性能指标见表 1.

表 1 时域性能指标要求

Tab.1 Time domain performance index

性能指标	上升 时间/s	最大 超调/%	峰值 时间/s	调整 时间/s	稳态 误差/%
俯仰/偏航通道	0.3	20	0.8	1.2	5
滚转通道	0.3	10	0.6	1.1	2

在闭环控制系统的时域性能指标表达方式中, 最常见的有误差绝对值积分(IAE)、误差平方积分 (ISE)和带时间权重的误差平方积分(ISTE)等,如

IAE = 
$$\int_0^\infty |e(t)| dt$$
,  
ISE =  $\int_0^\infty e^2(t) dt$ ,  
ITSE =  $\int_0^\infty te^2(t) dt$ .

式中, IAE 和 ISE 的不足之处在于采用这两个指标 的控制系统超调较小但稳态时间较长,其原因在于 在所有时间范围内对误差采用了同样的要求,这一 点并不合理.ISTE 克服了这一弱点,但同样不能保 证鲁棒性要求.因此,在本文中,性能指标函数 J 同 时采用了时域指标 ITSE 和式(2) 所示的鲁棒性指 标,如

$$J = \| |w_{S}(s)S(s;x)| + |w_{T}(s)T(s;x)| \|_{\infty} + \int_{0}^{\infty} te^{2}(t)dt,$$
(7)

该性能指标函数同时兼顾了时域响应性能和混合灵 敏度 H<sub>∞</sub>鲁棒性能,同时为了保证系统是在稳定的 前提下达到上述指标,取下式作为其约束条件:

$$\operatorname{Re}\left[\lambda_{\max}\left(\sum \left[x\right]\right)\right] < 0,$$
 (8)

式中, $\lambda_{max}(\Sigma[x])$ 为闭环系统 $\Sigma[x]$ 的最大极点, 因此式(8)保证了满足性能指标要求的闭环系统所 有极点均在复平面虚轴的左边.

#### 粒子群优化算法

粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)是一种通过模拟鸟类群体行为进行建模与仿 真研究而发展起来的一种基于群体协作的随机搜索 算法,属于群体智能搜索算法的一种.由于粒子群优 化算法其算法本身结构简单,并在多种复杂优化问 题的应用中表现优异,近年来引起了越来越多的

#### 3.1 标准 PSO 算法

在 PSO 算法中,每一个优化问题的解作为一只 单个的鸟,或称为粒子,粒子的属性包括其位置x和 速度 v.每个粒子在多维空间中依据个体经验和群体 中其他粒子的经验来动态调整自身移动的轨迹与速 度.在每一时刻 k,第 i 个粒子  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) \in$  $R^n$  依据以下公式对位置和速度进行调整:

$$x_{i,d}^{k+1} = x_{i,d}^{k} + v_{i,d}^{k+1}, \qquad (9)$$

$$x_{i,d}^{k+1} = \begin{cases} -x_{\max,d}, & x_{i,d}^{k+1} < -x_{\max,d}; \\ x_{\max,d}, & x_{i,d}^{k+1} > x_{\max,d}; \\ x_{i,d}^{k+1}, & \text{others.} \end{cases}$$

$$v_{i,d}^{k+1} = \omega v_{i,d}^{k} + c_{1} \zeta_{1}^{k} (p_{i,d}^{k} - x_{i,d}^{k}) + c_{2} \zeta_{2}^{k} (g_{i,d}^{k} - x_{i,d}^{k}), \qquad (10)$$

$$v_{i,d}^{k+1} = \omega v_{i,d}^k + c_1 \zeta_1^k (p_{i,d}^k - x_{i,d}^k) + c_2 \zeta_2^k (g_{i,d}^k - x_{i,d}^k),$$
(10)

$$v_{i,d}^{k+1} = \begin{cases} - \; v_{\max,d} \;, & v_{i,d}^{k+1} \; < - \; v_{\max,d} \;; \\ \\ v_{\max,d} \;, & v_{i,d}^{k+1} \; > \; v_{\max,d} \;; \\ \\ v_{i,d}^{k+1} \;, & \text{others.} \end{cases}$$

式中: $x_{i,d}^k$ 为粒子i在第k步中的d维位置, $x_{\max,d}$ 为粒 子运动的最远位置; $v_{i,d}^k$ 为粒子 i 在第 k 步中的 d 维 速度, $v_{\text{max},d}$ 为粒子在 d 维的最大速度,粒子的运动被 设定为不能超过此最大速度; $p_{i,d}^k$ 为粒子个体的当前 最优值;  $g_{i,d}^k$ 为粒子群体的当前最优值;  $c_1$  为粒子个 体认知加速常数, $c_2$ 为群体认知加速常数,参数  $c_1$ 和 c, 分别代表了个体自身行为和群体行为对个体 影响的大小;  $\zeta_1$ 、 $\zeta_2$ 是介于[0,1]之间的随机数;  $\omega$ 为惯性系数,代表了粒子的运动惯性,按照运动惯性 随进化代数逐渐减小的原则,其表达式为

$$w = w_{\text{max}} - (w_{\text{max}} - w_{\text{min}}) \frac{k}{k_{\text{max}}}.$$

式中: $w_{\max}$ 、 $w_{\min}$ 分别为w的最大值与最小值; $k_{\max}$ 为 最大进化代数.

#### 3.2 约束 PSO 算法

粒子群算法最初是作为一种非约束优化算法被提出的,然而在工程实践中有相当多的应用属于要求满足一定约束条件下的最优化问题.本文采用了一种基于梯度修正策略的新型约束优化方法,该方法的思想来源于利用运动微分量(梯度)对运动趋势进行预测的方法,文献[15-16]给出了该梯度预测技术的应用情况.

具有不等式约束条件的优化问题(最小值)可 以描述为

Minimize f(x),

满足

$$\begin{split} g_j(x) & \leq 0, & j = 1, \cdots, q; \\ l_i & \leq x_j \leq u_i, & i = 1, \cdots, n. \end{split}$$

式中:x 为一维设计向量; $l_i$ 、 $l_j$  分别为其下界和上界;g 为不等式约束条件.

梯度修正 PSO 算法的步骤如下.

1) 定义约束违反变量  $\Delta v$  为

$$\Delta v = \min\{0, -g(x)\}.$$
 (11)

2)约束函数变化率变量 $\nabla_x v$  可以表示为

$$\nabla_x v \approx \frac{1}{e} \cdot g(x_i + e) - g(x_i), \quad \forall i = 1, \dots, n.$$
  
式中  $e$  为用于扰动的小量.且约束违反量  $\Delta v$  与粒子位置变化量  $\Delta x$  具有如下关系:

$$\Delta v = \nabla_x v \times \Delta x \Longrightarrow \Delta x = (\nabla_x v)^{-1} \times \Delta v. \quad (12)$$

- 3) 当 $\nabla_x v$  不可逆时, 计算 $\nabla_x v$  的伪逆 $(\nabla_x v)^+$ 用于取代式(12)中的 $(\nabla_x v)^{-1}$ .
- 4)违反约束条件的粒子位置更新公式可以表示为
- $x^{k+1} = x^k + \Delta x = x^k + \nabla_x v^{-1} \times \Delta v \approx x^k + \nabla_x v^{+} \times \Delta v.$  5) 重复步骤 1) ~4), 直到违反约束条件的粒子

被拉回到满足约束条件的解空间中.

从梯度修正法的执行步骤可以看出,算法直接利用了粒子的移动趋势信息对其进行修正,相比于罚函数法,并没有增加新的算法参数,过程较为简洁并且易于实现.将上述梯度修正算法与标准 PSO 优化算法相融合成为梯度修正 PSO 算法,在初始化和每次粒子位置更新时调用梯度修正算法对不满足约束条件的解进行修正,使其满足约束条件要求,具体步骤为:

- 1) 确定粒子种群数量 N 和优化最大代数  $k_{max}$ ;
- 2) 在粒子的取值范围内初始化粒子种群每个 每一个粒子的位置和速度;
- 3)判断每个粒子的位置是否违反约束条件,如 违反则调用梯度修正法将其拉回到满足约束条件的 区域;

- 4)计算每一个粒子的目标函数值;
- 5) 计算每个粒子的个体最优值  $p_{i,d}^k$  和当前粒子 种群最优值  $g_{i,d}^k$  ,如粒子当前值优于  $p_{i,d}^k$  ,则将粒子 当前值设置为  $p_{i,d}^k$  ,如全部粒子当前值中有优于  $g_{i,d}^k$  的粒子,则将该粒子当前值设置为  $g_{i,d}^k$  ;
- 6)判断当前最优值是否满足性能指标停止条件或达到最大优化代数,如满足二者之一即停止算法并转到步骤 8);
- 7) 依据式(9),(10) 更新每个粒子的位置并转 到步骤 3);
  - 8)输出最优粒子的位置和对应的性能指标值.

梯度修正法与标准粒子群算法的差异在于增加 了对约束条件的处理环节,即粒子位置与约束条件 关系的判断和修正,代价是运行算法所需时间的 增加.

## 4 算例仿真与分析

#### 4.1 算法性能测试

当前,优化算法的优劣尚不能从理论上进行证 明,只能通过测试函数的实测结果来进行比较.为验 证将梯度修正策略应用于约束粒子群优化的验证将 梯度修正策略应用于约束粒子群优化的实际效果, 表2采用3个标准测试函数(G4、G8、G12)来对其 性能进行全面测试与验证,这3个测试函数在约束 优化算法的性能测试中被广泛采用,其函数定义和 说明可详见文献[17].测试程序在 Matlab7.8 环境下 运行,采用一台 Intel 双核 2.4 GHz CPU,内存为2 G 字节.每个任务运行30次,进化代数为1000或性能 指标全部达到.同时为了与其他算法进行对比,本文 选择了文献[18-20]中介绍的其他3种常见约束优 化算法:同态图法(HM)、随机排序法(SR)以及协 同进化法(CR).这3种算法的稳定性很高,常用来 与新提出的算法进行性能比较.在进行比较分析时, 梯度修正粒子群算法参数取为:粒子数量为30:粒 子维数依测试函数; 粒子最大移动速度  $v_{max,d}$  =  $x_{\text{max }d}/2$ ;学习因子  $c_1 = 2, c_2 = 2$ ;惯性系数最大与最小 值  $w_{\text{max}} = 0.9, w_{\text{min}} = 0.4$ ;最大搜索代数为 1 000.

比较结果见表 2.从测试结果可以看出梯度修正 PSO 算法在处理带约束的优化问题中具有良好的性能,明显优于与之比较的 HM、SR 和 CR3 种算法.梯度修正 PSO 算法对测试函数获得的最优值与其他 3 种算法相当,平均搜索效率高于上述算法.在测试函数 G4 中,其最差优化结果也好于算法 HM.从优化时间来看,4 种算法也基本相当.测试结果表明,梯度修正粒子群算法具有良好性能,用于导弹定结构控制器设计是完全适合的.

表 2	4	种约	東付	化算	法	测试	结	果
কহ ⊿	4	ጥሞ 5 ነ	米リ	ᅜᅜᅾ	· <i>i</i> 조	ᅄᄱ	ᇷ	木

Tab.2	Four	constrained	optimization	algorithms	test results

序号	求解类型	已知极值		HM	SR	$\mathbf{C}\mathbf{R}$	梯度修正 PSO
G4 最小值	20.665.520	最优值	-30 664.5	-30 665.539	-30 665.539	-30 665.539	
		平均值	-30 665.3	-30 665.539	-30 665.539	-30 665.539	
	-30 665.539	最差值	-30 645.9	-30 665.539	-30 636.200	-30 665.539	
			标准差	N/A	2.6e-005	9.3	1.6e-007
	B.I.W.		最优值	0.095 825	0.095 825	0.095 825	0.095 825
CO		0.005.025	平均值	0.089 157	0.095 825	0.095 825	0.095 825
G8 最小值	0.095 825	最差值	0.029 144	0.095 825	0.095 825	0.095 825	
		标准差	N/A	2.6e-017	0.0e + 000	1.12e-017	
G12 最大值	1.0	最优值	1.000 000	1.000 000	1.000 000	1.000 000	
		平均值	0.999 135	1.000 000	0.996 375	1.000 000	
		最差值	0.991 950	1.000 000	0.969 375	1.000 000	
		标准差	N/A	0.0e+000	9.7e-003	1.5e-005	

#### 4.2 仿真验证

目前,战术导弹工程上多采用基于多工作点线性化模型的控制律设计,六自由度非线性模型验证

的方法.本文以文献[21]中的样例导弹线性化模型 为设计对象,该样例导弹在15000 m 高度、0.9 Ma、 40°攻角下的特征工作点俯仰/偏航状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.099 \ 31 & -0.019 \ 20 & -20.290 \ 190 & 0.018 \ 00 & -20.290 \ 19 \\ -0.047 \ 87 & -0.688 \ 73 & 234.204 \ 817 & -0.089 \ 97 & 0 \\ -0.116 \ 69 & -0.275 \ 33 & -5.587 \ 227 & -0.012 \ 13 & 0 \\ 0.189 \ 22 & -0.034 \ 71 & 0 & -0.670 \ 48 & -234.204 \ 81 \\ -0.038 \ 20 & 0.025 \ 21 & 0 & 0.047 \ 61 & -1.587 \ 22 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.149 \ 33 & 0.149 \ 33 \\ -2.058 \ 67 & 0.180 \ 70 \\ -3.977 \ 95 & 0.175 \ 13 \\ -0.060 \ 70 & 3.158 \ 67 \\ 0.055 \ 13 & -2.977 \ 95 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_r \end{bmatrix}.$$

俯仰/偏航输出方程为

$$\begin{bmatrix} A_z \\ q \\ A_y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.167 & 10 & -2.028 & 05 & -3.823 & 94 & -1.256 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.408 & 76 & -0.463 & 14 & 2.003 & 90 & -1.531 & 80 & 1.934 & 04 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3.464 & 98 & -0.134 & 57 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.317 & 02 & 2.313 & 38 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_r \end{bmatrix}.$$

式中:u、v、w 分别为弹体轴纵向、侧向和法向速度;q、r 为俯仰角速率和偏航角速率,姿态由角速率积分得到;A<sub>s</sub>、A<sub>s</sub> 分别为法向和侧向过载, $\delta$ <sub>e</sub>、 $\delta$ <sub>e</sub> 分别为等效升降舵和方向舵偏角.

滚转状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.867 \ 639 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -67.434 \ 369 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \delta_a.$$

滚转输出方程为

$$\begin{bmatrix} p \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 57.295 & 78 & 0 \\ 0 & 57.295 & 78 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \delta_a.$$
 式中: $\varphi$ , $p$  分别为滚转角和滚转角速率; $\delta_a$  为等效副 翼舵偏角.

为保证控制器各项参数均为正值,缩小搜索空间的范围,式(4)~(6)所示的控制器可以改写为  $\delta_e = (10^{x_{e1}} + \frac{10^{x_{e2}}}{s})(A_z - A_{zm}) + 10^{x_{e3}}\theta + 10^{x_{e4}}q,$   $\delta_r = (10^{x_{r1}} + \frac{10^{x_{r2}}}{s})(A_y - A_{ym}) + 10^{x_{r3}}\psi + 10^{x_{r4}}r,$ 

$$\delta_a = 10^{x_{a1}} (\varphi - \varphi_m) + 10^{x_{a2}} p.$$

则

因此,待搜寻参数的范围 $\Delta_{\ell}$ 可以表示为

$$\begin{split} \Delta_{fe} &:= \{ (x_{e1}, x_{e2}, x_{e3}, x_{e4}) \in R^4 : \\ x_{e1} &> 0, x_{e2} > 0, x_{e3} > 0, x_{e4} > 0 \}, \\ \Delta_{fr} &:= \{ (x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}, x_{r4}) \in R^4 : x_{r1} > 0, \\ x_{r2} &> 0, x_{r3} > 0, x_{r4} > 0 \}, \\ \Delta_{fa} &:= \{ (x_{a1}, x_{a2}) \in R^3 : x_{a1} > 0, x_{a2} > 0 \}. \end{split}$$

样例导弹的定结构鲁棒控制问题即为在满足式(8) 约束的条件下寻找优化参数  $x_e^* = (x_{e1}^* \quad x_{e2}^* \quad x_{e3}^* \quad x_{e4}^*)$ 、  $x_r^* = (x_{r1}^* \quad x_{r2}^* \quad x_{r3}^* \quad x_{r4}^*)$  和  $x_a^* = (x_{a1}^* \quad x_{a2}^*)$  使 得式(7) 的性能指标函数值最小,此时式(11) 中的  $g(x) = \text{Re} \left[ \lambda_{\text{max}} \left( \sum [x] \right) \right]$ ,在每次迭代中均需要计算当前闭环系统的特征值.

样例导弹法向和侧向通道的特性非常相似,可以采用相同的控制结构,并且为降低问题的复杂性,本文认为控制参数也相同.同时滚转通道控制结构较为简单,只有两个控制参数,因此这里仅给出俯仰/偏航通道应用梯度修正 PSO 算法进行定结构 H<sub>∞</sub>控制器的设计过程.对滚转通道可以采用相同的方法进行控制器设计.在设计完成后,控制器的验证则针对三通道模型进行.

在采用混合灵敏度  $H_x$  设计方法时,权函数的选择是关键问题之一.灵敏度函数 S(s;x) 的幅值与闭环系统的指令跟踪和抗干扰能力直接相关,而补灵敏度函数 T(s;x) 决定了系统的鲁棒稳定性.相应的,权函数  $w_s(s)$  和  $w_r(s)$  应分别反映对这两个函数的形状要求.由于命令信号和干扰信号的频率较低,因此在低频段,在保证闭环系统鲁棒稳定的前提下,S(s;x) 必须尽量小,即  $w_s(s)$  的幅值应尽量大,以使系统取得良好的命令跟踪能力和抗干扰能力;而系统的测量噪声一般随频率的增大而增大,因此要求在高频段 T(s;x) 较小,即  $w_r(s)$  的幅值应尽量大,以抑制测量噪声的不利影响.综合考虑上述因素,灵敏度和补灵敏度权函数分别取为

$$w_{s}(s) = \frac{0.1(s+50)}{s+0.001} \cdot I_{2},$$
  
$$w_{T}(s) = \frac{s+10}{13} \cdot I_{2}.$$

由于导弹的定结构 H。控制器的设计问题相对于

测试函数而言要复杂得多,计算量也大很多,依据多轮设计与仿真的经验,此时梯度修正 PSO 算法的参数可以取为:粒子数量为 100; 粒子维数为 4; 粒子最大移动速度: $v_{\max,d}$ = $x_{\max,d}$ /2,i=1,…,4;学习因子  $c_1$ =2, $c_2$ =2;惯性系数最大与最小值  $w_{\max}$ =0.9, $w_{\min}$ =0.4;最大搜索代数为 400;终止条件达到最大代数.

采用如式(7)~(8)的性能指标函数和约束条件, 俯仰/偏航通道性能指标函数收敛性曲线如图 5 所示.

从图 5 可以看出,性能指标函数表现出良好的收敛特性,粒子在经历到 250 代以后性能指标函数已趋于稳定,程序运行环境与前述算法测试环境相同,整个优化过程时间约为 587 s.

此时灵敏度函数和补灵敏度函数如图 6~8 所示.由图 6~8 可知,灵敏度函数 S(s;x) 曲线总在  $w_s^{-1}(s)$  函数的曲线以下,同时补灵敏度函数 T(s;x) 的曲线也处于  $w_r^{-1}(s)$  函数的曲线下方,鲁棒性能函数曲线一直在 1 以下,这表明所设计的定结构  $H_{\infty}$  控制器满足定理 1 条件中的鲁棒性能要求.

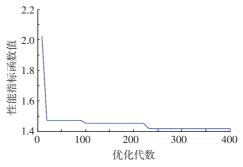


图 5 俯仰/偏航通道性能指标函数收敛性曲线

Fig.5 Pitch/yaw channel performance index function convergence curve

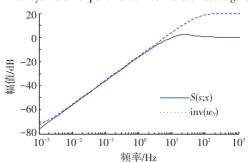


图 6 灵敏度函数

Fig.6 Sensitivity function

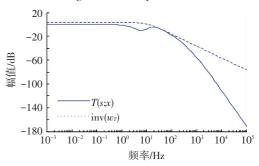


图 7 补灵敏度函数

Fig.7 Complementary sensitivity function

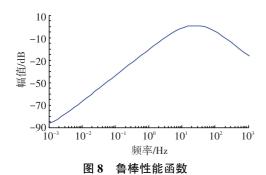


Fig.8 Robust performance function

样例导弹按照 BTT 控制方式,在法向和滚转通道同时给以阶跃激励信号,这样可以有效激励出通道间的耦合特性,对三通道模型的仿真结果如图 9 所示.图 9 中分别给出了法向与滚转通道的阶跃响应以及侧向通道的零过载响应.各通道的时域性能指标见表 3.从三通道联合仿真的结果可以看出,法向和滚转通道的阶跃响应达到了表 1 要求的性能指标要求,并且通道间耦合作用仅引起很小的侧向过载,符合 BTT 控制的要求.

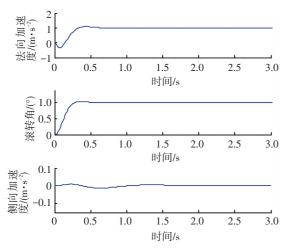


图 9 三通道标称仿真结果

Fig.9 3 channel nominal simulation results

#### 表 3 三通道阶跃响应性能

Tab.3 3 channel step response performance

性能 指标	上升 时间/s	最大 超调/%	峰值 时间/s	调整 时间/s	稳态 误差/%
俯仰/偏航通道	0.272	8.6	0.479	0.858	0.10
滚转通道	0.280	0.2	0.535	0.700	0.13

在图 1 所示的闭环控制系统中,摄动量分别取为:模型不确定性权函数依照文献[21]选取;加速度计噪声取为 1%;角速率陀螺噪声取为 0.1%;角度陀螺噪声取为 1%.在输入信号、模型不确定性和噪声同时作用下系统的响应如图 10 所示(20 次),可知系统在摄动下的性能仍然满足表 1 所示的性能指

标,从而验证了系统的鲁棒性能.

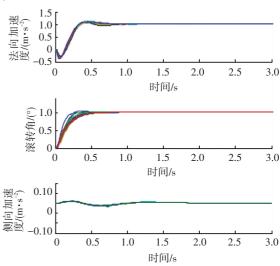


图 10 三通道摄动仿真结果

Fig. 10 3 channel perturbed simulation results

## 5 结 论

1)本文提出了一种导弹定结构控制器的新型设计架构,在该架构中,采用了一种基于梯度修正策略的约束粒子群优化算法,通过自动优化的方法来设计导弹定结构控制器,使得设计结果在满足多种时域指标的同时还满足  $H_{\infty}$ 鲁棒性指标,克服了传统经典控制器设计方法的不足.

2)通过典型测试函数的测试并与其他约束优化算法进行对比,表明了梯度修正粒子群算法在解决约束优化问题中的优越性.以三通道导弹数学模型为控制对象,采用该算法设计了定结构  $H_{\infty}$ 控制器并对其时域和鲁棒性能进行了分析,结果各项性能指标满足要求,从而验证了算法的有效性.

# 参考文献

- [1] 郑建华,杨涤. 鲁棒控制理论在倾斜转弯导弹中的应用[M].北京: 国防工业出版社, 2001.
  - ZHENG Jianhua, YANG Di. Robust control theory in the application of bank missile [M]. Beijing; national defence industry press, 2001.
- [2] HO M. Synthesis of  $H_{\infty}$  PID controllers; A parametric approach [J]. Automatica, 2003, 39(6); 1069 1075. DOI; 10.1016/S0005-1098(03)00078-5.
- [3] SEDLACZEK K , EBERHARD P. Using augmented Lagrangian particle swarm optimization for constrained problems in engineering [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006, 32(4): 277-286. DOI: 10.1007/s00158-006-0032-z.
- [4] MARUTA I, SUGIE T, KIM T, et al. Identification of piecewise affine systems via distributed particle swarm optimization [ C ]// Proceedings of the 18th IFAC World Congress. Milano, Italy: IFAC Secretariat, 2011. DOI;10.3182/20110828-6-IT-1002.02438.
- [5] SHIMOMUR T, FUJII T. Multiobjective control via successive over-bounding of quadratic terms [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2005, 15(8); 363–381. DOI; 10.1002/rnc.997.

- [6] SAEKI M. Fixed structure PID controller design for standard  $H_{\infty}$  control problem [J]. Automatica, 2006, 42(1); 93 100. DOI: 10.1016/j.automatica.2005.07.006.
- [7] KENNEDY J, EBERHART R. Particle Swarm Optimization [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. Perth, WA: IEEE, 1995:1942-1948. DOI: 10.1109/ ICNN.1995.488968.
- [8] KENNEDY J, EBERHART R C. Swarm Intelligence [M]. San Francisco, CA: Morgan Kaufmann, 2001.
- [9] 杨希祥, 降振宇, 张为华. 基于粒子群优化的固体运载火箭上升段弹道优化设计研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(5): 1304-1309.DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.05.008.

  YANG Xixiang, JIANG Zhenyu, ZHANG Weihua. Solid rocket based on particle swarm optimization on the ballistic optimization design research [J]. Journal of Aerospace, 2010, 31(5): 1304-
- [10] 傅阳光, 周成平, 丁明跃. 基于混合量子粒子优化算法的三维 航迹规划群[J]. 宇航学报, 2010, 31(12): 2657-2664. DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.12.006.

1309. DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.05.008.

- FU Yangguang, ZHOU Chengping, DING Mingyue. Quantum particle swarm optimization algorithm based on hybrid 3D path planning [J]. Journal of Aerospace, 2010, 31 (12): 2657–2664. DOI:10.3873/j.issn.1000–1328.2010.12.006.
- [11] AFSHAR M H. Large scale reservoir operation by constrained particle swarm optimization algorithms [J]. Journal of Hydroenvironment Research, 2012,6(1): 75-87. DOI:10.1016/j.jher. 2011.04.003.
- [12] JANSEN P W, PEREZ R E. Constrained structural design optimization via a parallel augmented Lagrangian particle swarm optimization approach [J]. Computers and Structures, 2011, 89(13/14):1352-1366.DOI:10.1016/j.compstruc.2011.03.011.
- [13] ZHOU Kemin, DOYLE J, GLOVER K, et al. Robust and optimal control [M]. [s.l.]: Prentice Hall, 1996.

- [14] BLANCHINI F, LEPSCHY A, MINANI S, et al. Characterization of PID and lead/lag compensators satisfying given  $H_{\infty}$  specifications [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49 (5): 736–740. DOI: 10.1109/TAC.2004.825961.
- [15] CHOOTINAN P, CHEN A. Constraint handling in genetic algorithms using a gradient-based repair method [J]. Computers and Operations Research, 2006, 33(8): 2263-2281. DOI: 10.1016/j.cor.2005.02.002.
- [16] ZAHARA E, KAO H T. Hybrid nelder-mead simplex search and particle swarm optimization for constrained engineering design problems[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(2): 3880-3886. DOI: 10.1016/j.eswa.2008.02.039.
- [17] HE Qie, WANG Ling. A hybrid particle swarm optimization with a feasibility-based rule for constrained optimization [J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 186(2): 1407-1422. DOI: 10.1016/j.amc.2006.07.134.
- [ 18 ] KOZIEL S, MICHALEWICZ Z. Evolutionary algorithms, homomorphous mappings, and constrained parameter optimization [ J ]. Evolutionary Computation, 1999, 7(1): 19–44. DOI:10.1162/evco.1999.7.1.19.
- [19] RUNARSSON T P, YAO Xin. Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2000, 4(3): 284 - 294. DOI: 10.1109/4235. 873238.
- [20] COELLO C A C, BECERRA R A. Efficient evolutionary optimization through the use of a cultural algorithm [ J ]. Engineering Optimization, 2004, 36(2): 219-236. DOI:10.1080/03052150410001647966.
- [21] 臧月进.空-空导弹μ综合控制器设计与研究[D].南京:南京航空航天大学,2012.ZANG Yuejin. Air-to-air mu integrated controller design and

research [ M ]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012.DOI:10.1080/03052150410001647966.

(编辑 张 红)

# 封面图片说明

封面图片来自本期论文"连续地月载荷转移系统二维柔性动力学建模与分析",是哈尔滨工业大学 航天学院所研制的 MMET 系统组成结构及载荷转移过程示意图.基于绳系卫星的连续地月载荷转移系统是一种可重复使用、能连续实现地月之间载荷转移的低成本转移系统.如图中所示,母星上的定子、转子系统以及抓捕机构末端所配备的推进系统控制系统绕母星按照一定的旋转角速度进行旋转.当来自地球的载荷以及来自月球的载荷分别、同时到达低轨载荷以及高轨载荷附近时,通过调节抓捕机构末端的位置和速度,对两载荷实现柔性抓捕.经过一段时间的轨道调整之后,由 MMET 与两个载荷所组成的复合系统再次回到轨道近地点,并且此时系绳的展长方向与当地重力梯度力矩方向重合,并且两载荷相对于母星的位置互换.此时,如果系绳旋转角速度能够满足载荷进入地月转移轨道的速度需求,并控制抓捕机构将两载荷释放,则此时的高轨载荷将顺利进入地月转移轨道,低轨载荷将会落回地球表面.

(图文提供:齐乃明,阳勇,赵钧,孙启龙,林海奇.哈尔滨工业大学航天学院)