

doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.10.019

改进 Kriging 的热结构耦合梁共振非概率可靠性分析

云永琥, 陈建军, 曹鸿钧

(电子装备结构设计教育部重点实验室(西安电子科技大学), 西安 710071)

摘要: 针对梁结构在热结构耦合作用时其极限状态函数为隐式形式且难以求解的问题, 基于振动可靠性理论, 将改进的 Kriging 模型与有限元方法相结合, 提出了热结构耦合梁共振非概率可靠性分析方法. 首先利用 Kriging 法构建热结构耦合梁可靠性功能函数的近似模型, 并利用主动学习法改进了选取新增样本点的方式, 使得改进后的 Kriging 近似模型更加逼近于真实极限状态函数. 在此基础上, 考虑结构参数的不确定性, 对梁结构的不确定变量用区间变量进行描述, 建立了含有超椭球凸集的梁结构共振非概率可靠性模型, 最后结合优化方法求解出梁结构共振非概率可靠性指标. 算例结果表明了该方法的合理性以及计算精度高的特点, 为热结构耦合梁的共振非概率可靠性分析提供了可行的途径.

关键词: 热结构耦合; 非概率可靠性; Kriging 方法; 区间变量; 共振可靠度

中图分类号: TB114.3

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2016)10-0131-06

Non-probabilistic reliability analysis on resonance of thermal-structural coupling of a beam based on improved Kriging

YUN Yonghu, CHEN Jianjun, CAO Hongjun

(Key Laboratory of Electronic Equipment Structure Design (Xidian University), Ministry of Education, Xi'an 710071, China)

Abstract: Since the implicit limit state function for thermal-structural coupling of a beam is difficult to determine, a non-probabilistic resonance reliability method for the thermal-structural coupling of a beam is presented. The method is based on the theories of resonance reliability analysis, the improved Kriging model and finite element analysis techniques. In the proposed method, the approximation model for the reliability function of the beam structure is established by Kriging method, and the improved Kriging approximate model becomes more close to the limit state function by using the active learning method to improve the selecting method of new sample points. Then considering the uncertainty of structure parameters, the parameters of beam structure are described by interval variables, so that the approximation model for the non-probabilistic resonance reliability of the beam structure including ellipsoidal convex sets can be established. Finally, the non-probabilistic resonance reliability index of the beam structure is calculated by the optimization method. The calculation results show that the proposed method is of rationality and high accuracy, and can provide a feasible way for the non-probabilistic resonance reliability analysis of thermal-structural coupling of the beam structure.

Keywords: thermal-structural coupling; non-probabilistic reliability; Kriging method; interval variables; resonance reliability

航天器广泛采用的大型柔性附件由于在太空中受到高温热载荷与结构变形之间的耦合作用, 将导致不稳定的热振动^[1], 在此动态过程中, 结构的变形导致热传导边界条件的变化, 形成不均匀的温度场. 反之由于温变对结构参数的影响以及温度梯度产生的热应力, 则可改变结构的刚度分布, 从而影响

结构固有频率. 这种温度场与应力场之间的相互影响即为热结构耦合效应^[2]. 由于固有频率的改变将影响结构的共振可靠性, 为此对热载荷下的结构进行共振可靠性分析显得十分必要. 文献[3]基于 ANSYS 软件对齿轮结构的温度场和热应力进行了求解, 并分析了热环境对结构固有频率的影响. 文献[4]采用 NASTRAN 软件分别研究了均匀和非均匀温度场对壁板结构模态的影响. 文献[5]基于有限元方法建立了水轮发电机组主轴系统的非线性振动可靠性模型. 文献[6]采用点估计法计算了航空输流管道的共振可靠度.

收稿日期: 2015-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(51175398)

作者简介: 云永琥(1986—), 男, 博士研究生;

陈建军(1951—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 陈建军, jjchen@xidian.edu.cn

上述文献对热结构耦合以及共振可靠性的分析方法均是基于确定性结构参数和确定性数学模型,实际上由于材料特性、几何尺寸和载荷等参数等往往具有不确定性,若将这些不确定性引入分析模型中,则能更好地反映结构中各种不确定性因素对响应的影响。然而,当各参数的不确定信息量不足以用概率模型描述时,非概率可靠性理论可为工程结构安全性提供一种有效的评估方法^[7]。文献[8]基于凸模型首次提出了非概率可靠性概念,并指出凸模型包括区间模型和超椭球模型。文献[9]利用超椭球模型变量之间相关性的优点建立了结构非概率可靠性模型。

实际工程中,对于复杂结构的极限状态函数往往不能解析表出,这将导致传统的可靠性方法无法求解。因此,近似模型的方法被提出,即利用较少的数值仿真结果,构造一个计算量小、精度高、求解速度快,并能替代结构极限状态函数的模型。目前 Kriging 方法作为一种新的近似模拟技术^[10],已在机械、航空等领域得到广泛的应用,该法采用了高斯随机过程模拟,使得预测模型不仅提供了在未知点的预测值,而且还提供了不确定性的估计量。文献[11]基于 Kriging 方法的优良拟合特性,高效地求解了结构的可靠性指标。

本文针对热结构耦合梁共振非概率可靠性的功能函数不能表为显性形式,且无法采用传统可靠性分析方法的弊端,为提高近似模型的拟合效率,提出了利用改进 Kriging 方法所建立的近似模型替代梁结构的共振可靠性功能函数的方法,并与超椭球模型相结合构建梁结构共振非概率可靠性模型,采用优化方法获得了梁结构共振非概率可靠性指标,算例表明了本文所提出方法的可行性和有效性。

1 基于 Kriging 近似模型的非概率可靠性

1.1 Kriging 近似模型

Kriging 方法是一种具有统计特征的近似技术,并有平滑效应及估计方差最小等特点,被认为是对真实计算模型最好的线性无偏估计,为复杂结构系统分析及优化提供了方便^[10]。Kriging 近似模型假设系统的响应是一个随机函数 $y(\mathbf{x})$,由回归模型 $f(\mathbf{x})$ 和随机误差 $z(\mathbf{x})$ 组成形式如下:

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^p \beta_i f_i(\mathbf{x}) + z(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{x}).$$

式中: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \cdots \ f_p(\mathbf{x})]^T$, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \cdots \ \beta_p]^T$; p 为变量的训练样本容量; $z(\mathbf{x})$ 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$,但协方差非零,即

$$\text{cov}[z(\mathbf{x}_i), z(\mathbf{x}_j)] = \sigma^2 R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \quad (i, j = 1 \cdots p).$$

式中: $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$ 分别为训练样本的第 i 和第 j 个分量; $R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 为两样本点之间的相关函数,可表示为

$$R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \prod_{k=1}^n R_k(\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}), \quad \text{其中 } n \text{ 表示维数,}$$

$$R_k(\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}) \text{ 为}^{[10]}$$

$$R_k(\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}) = \exp\left[-\sum_{k=1}^n \theta_k (\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)})^2\right].$$

若给定已知训练样本 $\mathbf{S} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \cdots \ \mathbf{x}_p]^T$ 及其响应值 $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_p]^T$,则任意待求点 \mathbf{x}_{new} 的线性无偏预测最优值为^[10]

$$\hat{y}(\mathbf{x}_{\text{new}}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x}_{\text{new}})\hat{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{r}(\mathbf{x}_{\text{new}})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\xi}}). \quad (1)$$

式中: $\mathbf{f}(\mathbf{x}_{\text{new}})$ 为回归多项式,一般采用不高于二阶的多项式; $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ 为 Kriging 模型多项式系数,即

$$\hat{\boldsymbol{\xi}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}. \quad (2)$$

式中: \mathbf{F} 为由样本点处的函数 $f(\mathbf{x})$ 所组成的列向量; \mathbf{R} 为由 $R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 构成的对称阵; $\mathbf{r}(\mathbf{x}_{\text{new}})$ 为待求点和训练样本之间的相关向量,其表达式为

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}_{\text{new}}) = [R(\mathbf{x}_{\text{new}}, \mathbf{x}_1) \ R(\mathbf{x}_{\text{new}}, \mathbf{x}_2) \ \cdots \ R(\mathbf{x}_{\text{new}}, \mathbf{x}_p)]^T.$$

方差 z 的估计值为

$$\hat{\sigma}_z^2 = (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\xi}})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\xi}}) / p. \quad (3)$$

式(3)中利用极大似然估计使 \mathbf{R} 满足如下优化问题:

$$\min_{\theta > 0} (m \ln(\hat{\sigma}_z^2) + \ln |\mathbf{R}|) / 2.$$

通过优化算法求出参数 θ 并代入式(2)和式(3)便可得到系数 $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ 以及方差估计值 $\hat{\sigma}_z^2$,从而确立式(1)的 Kriging 模型。

1.2 非概率可靠性模型

本文基于凸模型,将参数不确定性量化在超椭球域内。首先对区间变量进行标准化转换,使变量的可行域归一化为一个等效单位超球域。给定区间变量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$,满足以下关系^[9]:

$$\mathbf{x}_i = (1 + \delta_i) \cdot \bar{\mathbf{x}}_i, \quad (i = 1, 2, \cdots, n). \quad (4)$$

式中: $\bar{\mathbf{x}}_i$ 为区间参数均值, δ_i 为变量 \mathbf{x}_i 相对于 $\bar{\mathbf{x}}_i$ 无量纲化后的离差。

将区间参数量纲一的离差向量 $\boldsymbol{\delta}$ 的取值范围定义为超椭球集合:

$$\boldsymbol{\delta} \in \mathbf{E} = \{\boldsymbol{\delta} : \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{W}_i \boldsymbol{\delta} \leq \varepsilon_i^2\}. \quad (5)$$

式中, \mathbf{W}_i 为第 i 个超椭球模型的对称正定矩阵,其决定着超椭球的主轴方向,并与常数 ε_i 一起控制形状大小。

对 \mathbf{W}_i 进行特征分解,有 $\mathbf{Q}_i^T \mathbf{W}_i \mathbf{Q}_i = \mathbf{A}_i$,其中 \mathbf{Q}_i 为 \mathbf{W}_i 的特征向量, \mathbf{A}_i 为特征值对角矩阵,引入向量^[9]:

$$\mathbf{u}_i = (1/\varepsilon_i) \mathbf{A}_i^{1/2} \mathbf{Q}_i^T \boldsymbol{\delta}_i. \quad (6)$$

将式(6)代入式(5),原凸模型集合可以转换成

$$E_c = \{ \mathbf{u} : \mathbf{u}^T \mathbf{u} \leq 1 \}.$$

式中: \mathbf{u} 为区间参数 \mathbf{x} 的标准化向量, E_c 为标准 \mathbf{u} 空间的单位超球集合.

图 1 所示为标准空间中的二维单位圆, 为区间变量所对应的标准凸域, 极限状态方程 $g(\mathbf{u})$ 经标准化变换后, 其极限状态曲线 $g(\mathbf{u}) = 0$ 将标准空间划分为可靠域 ($g(\mathbf{u}) > 0$) 与失效域 ($g(\mathbf{u}) < 0$), 记 β 为平面坐标原点到极限状态曲线的最短距离. 由图 1 中可见, 当 $\beta = 1$, 失效区相切于单位圆, 结构处于临界的失效状态; 当 $\beta > 1$ 时, 结构变量的离差均处于可靠区内, 则结构安全. 显然, 当 β 远远大于 1 时, 结构变量的离差范围与极限状态曲线的距离越远, 其安全程度就越高, 因此可将 β 定义为结构的非概率可靠性指标^[12]. 对于多个结构变量的情况, 可靠性指标 β 可采用如下最优化目标函数值形式进行求解:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{u}} \max_i \beta_i = \sqrt{\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i}, \\ \text{s.t. } g(\mathbf{u}) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

式(7)还可转化成如下等价形式:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{u}} \beta \\ \text{s.t. } g(\mathbf{u}) = 0 \\ \sqrt{\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i} \leq \beta, (i = 1, \dots, n). \end{cases}$$

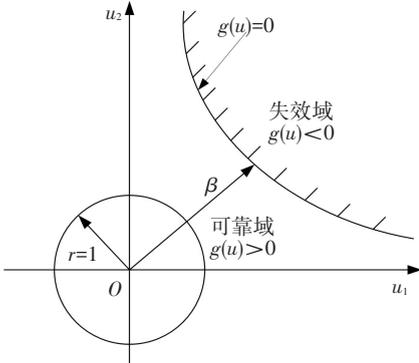


图 1 非概率可靠性指标示意

Fig.1 Schematic diagram of non-probabilistic reliability index

2 热结构耦合梁有限元方程的建立

图 2 为矩形截面梁结构示意图, 梁左右两端固定, 其 y 方向上表面同时受到力 f_0 和热流 q 的共同作用, 下表面与外界进行对流换热, 其余表面均为绝热. 热流均匀加载在梁上表面 (见图 3), 在梁轴线方向上无温度梯度, 热流仅沿梁厚度 ($-y$) 方向热传导. 对此热结构耦合梁的动力响应求解问题, 须同时构建其动力学模型和热分析模型.

2.1 梁动力学有限元模型

沿梁轴向离散为单元并建立梁结构在热载荷下的无阻尼动力学有限元方程^[13]:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_T, \quad (8)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_\sigma. \quad (9)$$

式中: \mathbf{M} 为质量矩阵; \mathbf{u} 为位移向量; \mathbf{K} 为刚度矩阵; \mathbf{F}_B 为力载荷列阵; \mathbf{F}_T 为热载荷列阵^[14]. 式(9)中的刚度矩阵 \mathbf{K} 除了结构自身的弹性刚度矩阵 $\mathbf{K}_s = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV$ 外, 还考虑了热应力对刚度矩阵的影响, 增加了一项热应力刚度矩阵 $\mathbf{K}_\sigma = \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{\Gamma} \mathbf{G} dV$, 其中: \mathbf{B} 为应变矩阵; \mathbf{D} 为弹性矩阵; \mathbf{G} 为形函数对空间坐标的微分矩阵; $\mathbf{\Gamma}$ 为应力矩阵.

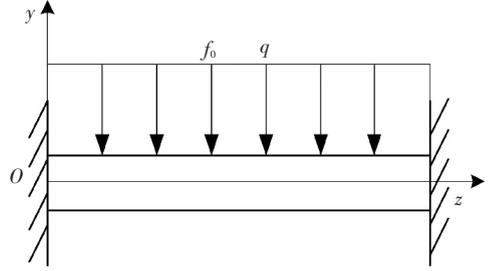


图 2 梁结构示意图

Fig.2 Schematic diagram of beam structure

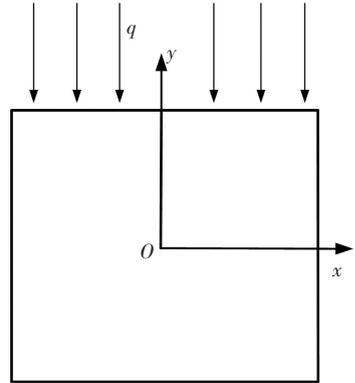


图 3 梁热分析模型

Fig.3 Thermal analysis model of beam structure

2.2 梁热分析有限元模型

如图 3 所示, 沿梁厚度方向离散为单元并建立其耦合热传导有限元方程^[15]:

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{K}_r \mathbf{T} + \mathbf{H}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{P}, \quad (10)$$

其中各个矩阵和向量的表达式如下:

$$\mathbf{C} = \sum_{e=1}^n \int_{V^e} \rho c \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV, \mathbf{H} = \sum_{e=1}^n \frac{E \alpha T_0}{1 - \mu} \int_{V^e} \mathbf{N}^T \mathbf{B} dV,$$

$$\mathbf{P} = \sum_{e=1}^n \mathbf{P}^e = \sum_{e=1}^n \int_{S^e} q \mathbf{N}^T dS,$$

$$\mathbf{K}_T = \sum_{e=1}^n (\mathbf{K}_k^e + \mathbf{K}_h^e) = \sum_{e=1}^n \int_{V^e} k \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right) dV +$$

$$\sum_{e=1}^n \int_{V^e} h \mathbf{N}^T \mathbf{N} dS.$$

式中: \mathbf{C} 为热容矩阵; \mathbf{T} 为节点温度列阵; \mathbf{N} 为节点温度形函数; \mathbf{P} 为节点热载荷列阵; \mathbf{K}_k 、 \mathbf{K}_h 分别为热传导刚度矩阵和对流换热矩阵; \mathbf{H} 为热结构耦合矩阵, 它表示热载荷与结构变形的耦合作用对温度场

的影响; ρ 为质量密度; k 为热传导系数; μ 为泊松比; h 为换热系数; q 为热流量; c 为比热容; T_0 为结构初始温度; α 为热膨胀系数; E 为弹性模量。

联立求解式(8)和式(10)方可实现梁的热结构耦合动力响应分析。

2.3 热结构耦合作用下梁的固有频率分析

在热环境下梁结构的固有频率计算即为求解式(11)的广义特征值问题:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \Phi = 0. \quad (11)$$

式中: ω 为结构固有频率, Φ 为结构振型向量。

在式(11)求解中,质量矩阵 \mathbf{M} 不受温度影响,则结构固有频率 ω 仅与结构刚度 \mathbf{K} 相关.由于在温变下所引起结构内部的热应力将导致 \mathbf{K} 的改变,从而影响结构的固有频率.故在求解热环境下的结构动力特性时,需考虑热环境对结构刚度的影响。

3 热结构耦合梁共振非概率可靠性分析方法

3.1 热结构耦合梁共振非概率可靠性模型

为了防止梁结构的共振失效,结构激振力频率与固有频率应保持在一定的范围.假设结构的激振力频率为 ω ,固有频率为 $\omega_i(x)$,根据振动理论建立共振可靠性功能函数:

$$Z = g_i = |\omega - \omega_i(x)| - \gamma, (i = 1, 2, 3). \quad (12)$$

式中: x 为影响结构固有频率参数向量; $\omega_i(x)$ 为结构前 3 阶固有频率; γ 为特定区间。

由热结构耦合作用下梁的固有频率分析可知,结构刚度矩阵 \mathbf{K} 与物性参数以及热应力有关,因此需要联立式(8)和式(10)进行求解,由于方程式(8)和式(10)的非线性以及需要相互迭代计算,因此刚度矩阵 \mathbf{K} 属于非线性隐式函数.而在式(12)中,共振可靠性功能函数中的固有频率 $\omega_i(x)$ 与刚度矩阵 \mathbf{K} 是密切相关的,故共振可靠性功能函数 Z 也为非线性隐式函数.针对该问题采用传统方法来求解其可靠度将变得十分困难,特别是考虑方程的变量参数为区间不确定性变量之后,将使得计算更加复杂.为此,本文采用改进 Kriging 方法所建立的模型代替功能函数 Z ,并结合优化算法对所拟合的功能函数进行非概率可靠度指标的求解。

3.2 改进 Kriging 的非概率可靠度求解方法

本文进行可靠度分析的关键是如何准确的拟合功能函数 Z 所对应的极限状态曲面.由于抽样样本计算出来的功能函数值大多分布在极限状态曲面 ($Z=0$) 两侧,而那些在极限状态曲面附近的样本点则显得尤为重要,将直接影响到能否准确的拟合出极限状态曲面,它们具有如下两个特征^[16]:

1) 这些点非常接近极限状态曲面,其拟合函数

值 $|\hat{y}(x)|$ 值接近 0; 2) 对应的 Kriging 方差 $\sigma_y^2(x)$ 值较大。

考虑上述两个特征,利用学习函数 $L(x)$ 构造如下方程^[16]:

$$|\hat{y}(x)| - L(x)\sigma_y(x) = 0.$$

式中: $\hat{y}(x)$ 为 Kriging 近似模型的预测值; $\sigma_y(x)$ 为 Kriging 近似模型的标准差; $L(x)$ 用来衡量 Kriging 近似模型预测极限状态曲面的精度。

本文利用学习函数 $L(x)$ 改进了 Kriging 方法选取新增训练样本的方式,使得 Kriging 法所拟合出来的近似模型在样本点分布的区域能更快地逼近真实极限状态方程,忽略了那些离极限状态曲线较远的样本点,从而达到提高计算精度的目的.利用改进 Kriging 法建立热结构耦合梁共振非概率可靠度模型的算法步骤如下:

1) 确定结构各区间参数的均值与离差. 2) 初始化变量,根据参数变化区间采用拉丁超立方抽样法设计样本空间 S . 3) 联合迭代求解热结构耦合方程式(8)和式(10),得到初始训练样本.基于遗传算法对 Kriging 近似模型参数 θ 进行优化并建立功能函数的近似模型 $\hat{y}(x)$. 4) 利用主动学习法,在总样本空间 S 中搜索最佳训练样本点.通过不断更新训练样本,以学习函数 $L(x)$ 最小值所对应的样本点作为最佳训练样本,提高 Kriging 近似模型对功能函数的预测精度. 5) 将新增样本点代入式(8)和(10)计算出结构响应值,重新生成新样本下的 Kriging 近似模型.不断重复步骤 4) ~ 5),当满足判定条件 $\min L(x) \geq 2$ 时便停止主动学习,此时的样本已达到计算精度的要求. 6) 将最优的 Kriging 近似模型作为功能函数替代模型,根据式(4)将变量转化成标准向量并构建凸集模型,对此建立非概率可靠性模型并采用二次规划优化算法求解非概率可靠度指标。

4 算例分析

4.1 数值小算例

假设极限状态方程 $f(x, y) = 3 + 3x + 3y - x^2 - y^2 + 2\sin 3x - \sin 3y = 0$. 以 18 组初始训练样本构建最初 Kriging 近似模型.利用遗传算法求得变量参数 θ 最优值为 1.326 7.根据改进 Kriging 的非概率可靠度求解方法所述,展开主动学习,按照判定条件不断选取新的训练样本进行计算,使改进 Kriging 法所建立的近似模型逐渐逼近极限状态方程曲线.图 4(a) 给出了近似模型第 8 次拟合的极限状态曲线,图 4(b) 显示了在最后收敛时的拟合极限状态曲线。

对 Kriging 方法在改进前后所建立的近似模型

精度进行对比分析见表 1, 随机抽取 100 个样本进行方差对比 ($\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2$, 其中: y 为原函

数值, y' 为模型预测值), 从表 1 对比结果中可见改进 Kriging 方法在拟合精度上有了明显提高。

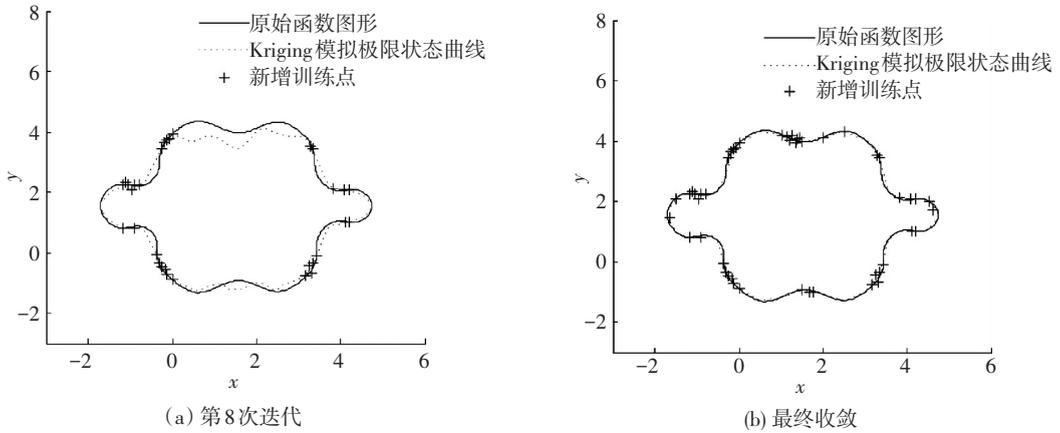


图 4 迭代过程中模拟极限状态方程曲线

Fig.4 The curve of simulated limit state equation in the iterative process

表 1 拟合方差比较

Tab.1 Comparison of fitting variance

方差	Kriging 方法	改进 Kriging 方法
σ^2	3.512 6	1.185 2

4.2 梁结构共振非概率可靠度分析

如图 2 所示, 选取航空航天领域内广泛采用的

钛铝合金梁作为研究对象, 尺寸为: 1 000 mm × 30 mm × 30 mm, 上表面受均匀热流 q 以及中部受到竖直方向激振力 $F = f_0 \sin(2\pi\omega t)$ 作用, $f_0 = 10$ kN, 初始温度 $T_0 = 20$ °C. 材料及载荷的区间参数见表 2. 根据共振理论建立梁结构可靠性分析功能函数为: $Z = g_i = |\omega - \omega_i(x)| - \gamma$, γ 取相应频率均值的 10% ~ 15%.

表 2 梁结构及载荷的区间参数

Tab.2 Interval parameters of beam structure and load

参数	$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$k / (\text{W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1})$	$\alpha / ^\circ\text{C}^{-1}$	$q / (\text{W} \cdot \text{m}^{-2})$	E / Pa	f_0 / kN	ω / Hz
均值	4 530	165.00	15.60×10^{-6}	1.63×10^6	107.80×10^9	10	360
离差	453	1.65	1.56×10^{-6}	0.16×10^6	10.78×10^9	1	36

选取 20 组训练样本构建初始 Kriging 近似模型, 利用主动学习方法不断新增训练样本, 达到 56 组时满足判定条件, 然后将得到的近似模型替代原隐式极限状态方程, 并将区间变量转化为超椭球模型, 采用二次规划算法求解超椭球模型非概率可靠度指标. 求解出梁结构的前三阶固有频率为 159.25、437.29、856.79 Hz. 梁结构的共振非概率可靠度指标为 $\eta = 1.853$, 由于外激励频率 360 Hz 处于一阶与二阶固有频率之间, 故非概率可靠度指标大于 1, 梁结构不会发生共振失效. 本文算例还得出热应力所引起的梁结构内部应力大小为 180 MPa, 小于梁结构的临界应力载荷 230 MPa, 故梁结构不会产生屈曲现象.

图 5 给出了可靠度指标随着激励频率变化的曲线图, 在共振频率的周围, 结构的非概率可靠性指标 (β) 小于 1, 结构不可靠. 图 6 则从结构的位移响应验证了图 5 的正确性, 图 6 中给出梁中点位置随激励频率变化的位移曲线, 激励频率越远离共振频率, 结构就越可靠.

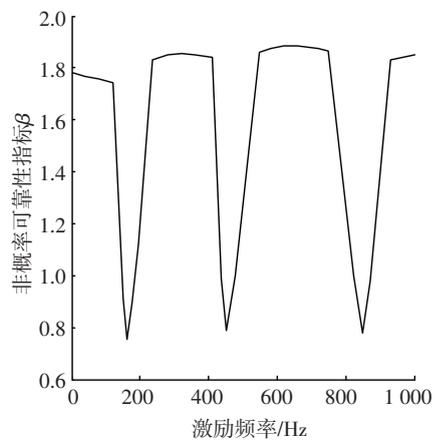


图 5 不同激励频率下的非概率可靠性指标变化

Fig.5 The variation of non-probabilistic reliability index at different excitation frequencies

在表 3 中, 假设变量在其区间范围内呈均匀分布, 将 Monte Carlo 法模拟计算结果作为近似精确解. 本文方法计算结果与其相对误差为 1.53%, 但迭代次数仅为 56 次, 结构响应值的计算次数明显减少. 而本文方法虽然比采用响应面法的迭代次数多,

但本文的计算结果则更加接近精确解,表明本文方法具有较高的计算效率.表 4 说明了热结构耦合的作用使得梁结构各阶固有频率值有所增大,且增加幅度基本相同.由于共振可靠性对固有频率比较敏感,因此在进行共振可靠性分析时,有必要考虑热结构耦合效应对固有频率的作用.

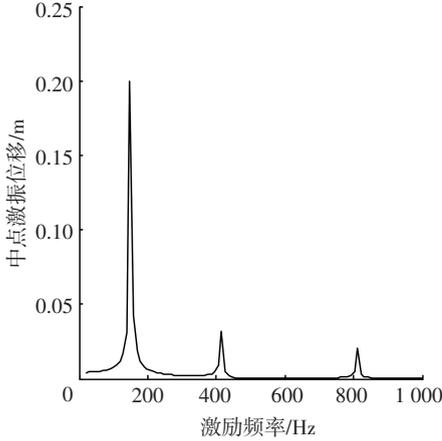


图 6 梁中点处的激振位移变化

Fig.6 The variation of exciting displacement at the middle of beam

表 3 算例计算结果对比

Tab.3 Comparison of the results

计算方法	计算量	可靠性指标	相对误差/%
Monte Carlo	10 ⁶	1.825	—
响应面法 (RSM)	23	1.675	8.23
本文方法 (改进 Kriging)	56	1.853	1.53

表 4 热结构耦合效应对固有频率的影响

Tab.4 Influence of thermal-structural coupling on natural frequency

阶次	无热结构耦合	热结构耦合固	改变量/%
	固有频率/Hz	有频率/Hz	
1	150.36	159.25	5.91
2	413.96	437.29	5.63
3	809.98	856.79	5.87

5 结 论

1) 将改进的 Kriging 模型与椭球凸集模型相结合,构建了热结构耦合梁共振非概率可靠性模型,并采用优化方法对可靠性指标进行了求解,避免了计算模型的重复调用,大大减小了计算量,数值计算结果验证了本文所提方法的准确性与高效性.

2) 热结构耦合效应对梁固有频率有增大的作用,故在热载荷下计算梁的共振可靠性时应考虑热结构耦合效应的影响.

参 考 文 献

[1] THORNTON E A, KIM Y A. Thermally induced bending vibrations of a flexible rolled-up solar array [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1993, 30(4): 438-448. DOI: 10.2514/3.25550.
 [2] LEE H, YAMASAKI M, MUROZONO M. Experimental verification of thermal structural responses of a flexible rolled-up solar array [J]. Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space

Sciences, 2013, 56(4): 197-204. DOI: 10.2322/tjsass.56.197.
 [3] 王宇宁, 孙志礼, 杨强, 等. 基于热分析的齿轮模态及共振可靠性灵敏度研究 [J]. 东北大学学报 (自然科学版), 2013, 34(3): 408-412.
 WANG Yuning, SUN Zhili, YANG Qiang, et al. Study on the gear mode and resonance reliability sensitivity based on thermal analysis [J]. Journal of Northeastern University, 2013, 34(3): 408-412.
 [4] 吴振强, 程昊, 张伟, 等. 热环境对飞行器壁板结构动特性的影响 [J]. 航空学报, 2013, 34(2): 334-342. DOI: 10.7527/S1000-6893.2013.0038.
 WU Zhenqiang, CHENG Hao, ZHANG Wei. Effects of thermal environment on dynamic properties of aerospace vehicle panel structures [J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2013, 34(2): 334-342. DOI: 10.7527/S1000-6893.2013.0038.
 [5] 李兆军, 刘洋, 龙慧, 等. 多失效模式水轮发电机组非线性振动可靠性模型 [J]. 机械工程学报, 2013, 49(16): 170-176. DOI: 10.3901/JME.2013.16.170.
 LI Zhaojun, LIU Yang, LONG Hui, et al. Nonlinear vibration reliability of hydraulic turbine-generator units with multiple failure modes [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(16): 170-176. DOI: 10.3901/JME.2013.16.170.
 [6] 翟红波, 吴子燕, 刘永寿, 等. 两端简支输流管道共振可靠度分析 [J]. 振动与冲击, 2012, 31(12): 160-164. DOI: 10.3969/j.issn.1000-3835.2012.12.032.
 ZHAI Hongbo, WU Ziyan, LIU Yongshou, et al. Analysis of resonance reliability for a simply supported pipe conveying fluid [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(12): 160-164. DOI: 10.3969/j.issn.1000-3835.2012.12.032.
 [7] 刘国梁, 陈建军, 马洪波. 一种基于非概率可靠性的结构水平集拓扑优化 [J]. 工程力学, 2012, 29(6): 58-62. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2010.08.0758.
 LIU Guoliang, CHEN Jianjun, MA Hongbo. Structural topological optimization for non-probability reliability in level set method [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(6): 58-62. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2010.08.0758.
 [8] BEN-HAIM Y. A non-probabilistic measure of reliability of linear systems based on expansion of convex models [J]. Structural Safety, 1995, 17(2): 91-109. DOI: 10.1016/0167-4730(95)00004-N.
 [9] 罗阳军, 亢战. 超椭球模型下结构非概率可靠性指标的迭代算法 [J]. 计算力学学报, 2008, 25(6): 747-752.
 LUO Yangjun, KANG Zhan. An iteration approach for structural non-probabilistic reliability analysis based on hyper-ell ipsoidal models [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, 25(6): 747-752.
 [10] WANG Pan, LU Zhenzhou, TANG Zhangchun. An application of the Kriging method in global sensitivity analysis with parameter uncertainty [J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(9): 6543-6555. DOI: 10.1016/j.apm.2013.01.019.
 [11] BICHON B J, MCFARLAND J M, MAHADEVAN S. Efficient surrogate models for reliability analysis of systems with multiple failure modes [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2011, 96(10): 1386-1395. DOI: 10.1016/j.res.2011.05.008.
 [12] TANG Zhangchun, LU Zhenzhou, LI Dawei, et al. Non-probabilistic reliability analysis for an inside flap of an aircraft [J]. Journal of Aircraft, 2012, 49(1): 250-256. DOI: 10.2514/1.C031505
 [13] MARAKALA N, APPU K K K, KADOLI R. Thermally induced vibration of a simply supported beam using finite element method [J]. International Journal of Engineering Science, 2010, 2(12): 7874-7879.
 [14] 范绪箕. 高速飞行器热结构分析与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
 [15] 李智勇, 刘锦阳, 洪嘉振. 作平面运动的二维面板的热耦合动力学问题 [J]. 动力学与控制学报, 2006, 4(2): 114-121. DOI: 10.3969/j.issn.1672-6553.2006.02.004.
 LI Zhiyong, LIU Jinyang, HONG Jiazhen. Coupled thermoelastic dynamics of a two-dimensional plate undergoing planar motion [J]. Journal of Dynamics and Control, 2006, 4(2): 114-121. DOI: 10.3969/j.issn.1672-6553.2006.02.004.
 [16] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation [J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145-154. DOI: 10.1016/j.strusafe.2011.01.002.

(编辑 张 红)