

doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.11.018

# 抗导向矢量失配的零陷展宽波束形成算法

李文兴<sup>1</sup>, 毛晓军<sup>1</sup>, 翟助群<sup>2</sup>

(1.哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 哈尔滨 150001; 2. 海军装备研究院, 北京 100073)

**摘 要:** 针对自适应波束形成器在干扰出现扰动或期望信号导向矢量失配时,性能急剧下降的问题,提出一种抗导向矢量失配的零陷展宽波束形成方法. 首先通过投影变换技术对阵列接收数据进行投影预处理,构造一个新的协方差矩阵,以扩展干扰入射角度,展宽零陷;再根据期望信号入射的大致方位,对波束主瓣进行幅度响应约束,在约束区域形成稳定的响应幅度,达到抗导向矢量失配的目的. 该方法可以转化为松弛半正定规划问题进行求解. 仿真结果表明:该方法能有效展宽波束的零陷宽度,加深零陷深度,同时具有良好的抗期望信号导向矢量失配的能力,提高了自适应波束形成器在复杂环境下的稳定性.

**关键词:** 稳健波束形成;零陷展宽;幅度约束;半正定规划

**中图分类号:** TN911.7      **文献标志码:** A      **文章编号:** 0367-6234(2016)11-0116-07

## Null broadening beamforming against steering vector mismatch

LI Wenxing<sup>1</sup>, MAO Xiaojun<sup>1</sup>, ZHAI Zhuqun<sup>2</sup>

(1.College of Information and Communications Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. Naval Academy of Armament, Beijing 100073, China)

**Abstract:** Since adaptive beamforming suffers from output performance degradation in the presence of interference nonstationarity or signal steering vector mismatch, a new robust null broadening technique is proposed. The proposed method can pre-process the array received data by projection transform technique to get a new covariance matrix, so the interference incident angle is extended and the null is broadened. Then, magnitude response constraints are applied on general location of the desired signal. The proposed method forms a stable magnitude response in the constraint region against the steering vector mismatch. The proposed method can be solved by converted it into a Semi-definite Relaxation programming. Simulation results show that the proposed method can effectively broaden the beam null width and enhance the null depth, which can suppress strong interference with fast motion and has high ability against steering vector mismatch. The robustness of beamformer has been significantly improved due to the proposed method in complex situations.

**Keywords:** robust beamforming; null broadening; magnitude response constraints; semi-definite programming

自适应波束形成技术能够在期望信号方向形成恒定的增益,在干扰方位上形成零陷,被广泛应用于雷达、声纳和移动通信等领域<sup>[1-3]</sup>. 常用的波束形成器如最小方差无失真响应(MVDR,又名Capon)波束形成器,是建立在阵列对期望信号导向矢量准确已知的情况下. 在实际环境中,当期望信号导向矢量出现失配时,波束形成器可能会在期望信号方向形成零陷,出现信号“自消”的现象,导致阵列输出性能急剧下降<sup>[4-5]</sup>. 同时当干扰快速运动或载体平

台的振动,以及自适应权值更新速度相对较慢等,出现加权矢量训练数据与应用数据失配时<sup>[6]</sup>,干扰有可能移出零陷位置,得不到有效地抑制,也会造成波束形成器的性能明显下降.

针对导向矢量失配引起输出性能急剧下降的问题,近年来出现了很多稳健的波束形成算法<sup>[7-11]</sup>,但这些算法存在参数选择困难<sup>[7-8]</sup>、计算量较大<sup>[9-11]</sup>和无法抑制快速运动的干扰<sup>[12]</sup>的缺点. 针对快速运动的干扰可能移出零陷的问题,零陷展宽技术能够在干扰方位处形成较宽的零陷,从而有效抑制快速运动的干扰<sup>[13-16]</sup>. 协方差矩阵锐化可以零陷展宽,但会使得零陷深度变浅,阵列增益下降<sup>[13-14]</sup>. 最近出现的基于子空间投影<sup>[15]</sup>和基于线性约束<sup>[16]</sup>的零陷展宽方法,可以在预定的区域展宽零陷,得到较深

收稿日期: 2015-11-03

基金项目: 国家部委基金(4010403020102,4010103020103)

作者简介: 李文兴(1960—),男,教授,博士生导师

通信作者: 毛晓军, www.maoxiaojun@126.com

的零陷,但都需要知道干扰的大致来波方向这一先验信息,且缺乏对期望信号导向矢量大角度失配的稳健性. 文献[17]中提出既能抗导向矢量失配又能抑制快速运动干扰的算法,但该方法需同时知道协方差矩阵的失配量和导向矢量的失配量,且其输出性能受约束参数的影响较大.

本文通过投影变换预处理技术扩展干扰入射方向,进而展宽零陷宽度并加深零陷深度,再根据期望信号入射的大致方位,对波束主瓣的幅度响应进行约束,在期望信号入射的大致方位形成稳定的响应幅度,达到抗导向矢量失配的目的,提高了波束形成器在复杂环境下的抗干扰性能.

## 1 阵列信号模型

### 1.1 MVDR 波束形成器

设有一个期望信号从  $\theta_0$  方向入射到  $N$  元间距为  $d$  的均匀直线阵(ULA)上,  $P$  个干扰从  $\theta_k$ ,  $k=1, 2, \dots, P$  方向入射,则阵列接收数据  $\mathbf{X}(t)$  可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t).$$

式中:  $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  为  $N \times 1$  阵列数据向量;  $\mathbf{S}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_P(t)]^T$ ,  $s_k(t)$  为  $t$  时刻第  $k$  个信号的复包络;  $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_N(t)]^T$  为  $t$  时刻  $N \times 1$  阵列天线白噪声向量;  $\mathbf{A}$  为阵列的流形矩阵,  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0), \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)]$ , 对于均匀直线阵,  $\mathbf{a}(\theta_p) = [1, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_p}, \dots, e^{-j\frac{2\pi(N-1)d}{\lambda} \sin \theta_p}]^T$ . 在各阵元特性相同,信号与噪声线性无关时,传感器阵列接收信号的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t)\} = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}.$$

式中:  $E\{\cdot\}$  表示求数学期望,  $\mathbf{R}_s$  表示期望信号加干扰的协方差矩阵,  $\sigma_n^2$  是噪声功率,  $\mathbf{I}$  是  $N$  维单位矩阵.

在实际计算中,阵列接收信号的协方差矩阵经常是用有限次的快拍数据估计值来代替,可以写为

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K \mathbf{X}(n) \mathbf{X}^H(n), \quad (1)$$

式中  $K$  为快拍数. 标准 MVDR 波束形成器的自适应加权矢量  $\mathbf{w}$  表示为

$$\mathbf{w} = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_0)}{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_0) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_0)},$$

式中  $\hat{\mathbf{R}}^{-1}$  表示对协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}$  求逆,  $\bar{\mathbf{a}}(\theta_0)$  表示估计的期望信号导向矢量.

阵列波束形抗干扰的性能可以通过输出  $R_{\text{SIN}}$  进

行衡量,  $R_{\text{SIN}}$  定义为阵列天线输出的期望信号的功率与输出的干扰信号功率加上噪声功率之和的比值,表达式为

$$R_{\text{SIN}} = \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}} = \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2}{\mathbf{w}^H \left( \sum_{k=1}^P \sigma_k^2 \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N \times N} \right) \mathbf{w}}.$$

式中:  $\mathbf{R}_{i+n}$  表示干扰加噪声的协方差矩阵,  $\sigma_s^2$  表示输入的期望信号功率,  $\sigma_k^2$  表示第  $k$  个干扰的功率.

标准 MVDR 波束形成器在理想情况下具有良好的干扰抑制性能和较高的输出  $R_{\text{SIN}}$ , 但是当期望信号导向矢量  $\mathbf{a}(\theta_0)$  估计失配时, MVDR 波束形成器的输出性能会急剧下降. 当环境中存在快速运动的干扰,自适应权值数据来不及更新时,干扰很有可能移出零陷位置而不能被有效抑制, MVDR 波束形成器的输出性能也会出现明显下降<sup>[18]</sup>.

## 2 本文算法

针对以上存在问题,本文提出基于投影变换技术与主瓣幅度约束结合的稳健波束形成方法. 首先利用零陷展宽投影变换技术与对角加载技术构造一个新的协方差矩阵,再对波束主瓣区域进行幅度响应约束,在期望信号方位附件形成平顶状的波束图. 应用半正定秩松弛方法将本文约束优化问题松弛为一个半正定优化问题,利用凸优化理论得到最优解.

### 2.1 零陷展宽投影变换技术

设定  $\Theta$  为干扰大致的方位区间,  $\Theta$  可以通过对阵列接收的前  $K/2$  快拍数据进行空间谱估计得到,值得注意的是,  $\Theta$  不需要估计的十分准确,只需大概估计出来即可. 在  $\Theta$  区域内每  $0.1^\circ$  取一个插值点,共设有  $L$  个插值点. 若存在多个干扰,设  $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_p$  ( $p=1, 2, 3, \dots$ ) 分别为干扰 1、干扰 2 等对应的大致方位区间,  $p$  为干扰的个数. 天线阵列在这些插值点的导向矢量表示为  $\bar{\mathbf{a}}(\theta_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, L$ . 构建导向矢量的相关矩阵  $\mathbf{C}_\theta$  为

$$\mathbf{C}_\theta = \int_{\Theta_1} \bar{\mathbf{a}}(\theta) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta) d\theta + \int_{\Theta_2} \bar{\mathbf{a}}(\theta) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta) d\theta \cdots + \int_{\Theta_p} \bar{\mathbf{a}}(\theta) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta) d\theta.$$

对  $\mathbf{C}_\theta$  进行特征分解,得到

$$\mathbf{C}_\theta = \sum_{k=1}^N \mu_{\theta_k} \bar{\mathbf{v}}_{\theta_k} \bar{\mathbf{v}}_{\theta_k}^H, \quad \mu_{\theta_1} \geq \mu_{\theta_2} \geq \cdots \geq \mu_{\theta_N}, \quad (2)$$

式中  $\mu_{\theta}$  表示特征值,  $\bar{\mathbf{v}}_{\theta_k}$  表示与特征值  $\mu_{\theta_k}$  相对应的特征向量. 在  $N$  个特征值中,提取出其中  $M$  个比较

大的特征值,则有

$$\sum_{k=M+1}^N \mu_{\theta_k} / \sum_{k=1}^N \mu_{\theta_k} \leq \varepsilon,$$

式中  $\varepsilon$  是一个预定的常数,它将决定所选取特征向量的个数,也就是基向量的个数. 以  $C_\theta$  的  $M$  个大特征值对应的特征向量作为基向量,定义基向量张成的空间  $P_1$  为

$$P_1 = \text{span} \{ \bar{\mathbf{v}}_{\theta_1}, \bar{\mathbf{v}}_{\theta_2}, \dots, \bar{\mathbf{v}}_{\theta_M} \}.$$

利用选定的基向量形成投影算子,定义投影算子  $T$  为

$$T = \sum_{k=1}^M \bar{\mathbf{v}}_{\theta_k} \bar{\mathbf{v}}_{\theta_k}^H.$$

投影算子  $T$  的计算是一个离线计算过程,存储到系统中可以直接调用. 利用  $T$  对阵列接收数据  $\mathbf{X}(n)$  进行投影处理,则经投过影变换后的阵列接收数据  $\tilde{\mathbf{X}}(n)$  可以表示为

$$\tilde{\mathbf{X}}(n) = T\mathbf{X}(n).$$

根据式(1),投影变换后的阵列接收的协方差数据矩阵  $\hat{\mathbf{R}}$  可以写为

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K \tilde{\mathbf{X}}(n) \tilde{\mathbf{X}}^H(n) = \hat{T} \mathbf{R} T^H,$$

从式(2)可以看到,投影变换矩阵  $T$  是由  $C_\theta$  经过特征分解得到的,包含了干扰可能入射的方位信息,从而起到扩张干扰入射方向的作用,因此能够展宽波束所形成的零陷,其中  $\theta$  决定了波束零陷宽度.

## 2.2 协方差矩阵对角加载

对协方差矩阵进行对角加载处理是提高波束形成器稳健性的常用方法<sup>[7-8]</sup>,对经投影变换处理后的

的协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}$  进行对角加载处理为

$$\tilde{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{R}} + \rho \mathbf{I} = \hat{T} \mathbf{R} T^H + \rho \mathbf{I}. \quad (3)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{R}}$  为经过对角加载处理后的协方差矩阵;  $\rho$  为对角加载因子,对于最优加载值的选取,大量仿真实验表明,当  $0.001 \leq \rho \leq 0.010$  时都可以取得较好的波束形成性能.

## 2.3 幅度响应约束波束形成

常规波束形成器在期望信号导向矢量出现失配时,波束主瓣不能指向期望信号的实际方向,甚至在期望信号实际方向形成零陷,波束形成器的输出性能急剧下降. 因此,在期望信号的附近区域施加幅度响应约束,形成平顶状的方向图,能够降低波束形成器对期望信号导向矢量的敏感度,提高波束形成

器的稳健性<sup>[19]</sup>.

设  $\Theta_m$  为期望信号来波的大致区域,即波束图的约束区域,对此区域施加如下约束:

$$L(\theta) < |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)| < U(\theta), \theta \in \Theta_m. \quad (4)$$

式中  $L(\theta)$ ,  $U(\theta)$  分别为波束图约束区域幅度响应的下限值和上限值. 通过施加上述约束,能够保证在  $\Theta_m$  内,波束形成器都能够有恒定的增益,有效提高波束形成器对期望信号导向矢量的容错性. 但是,约束条件  $L(\theta) < |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|$  相对于  $\mathbf{w}$  是一个非凸问题,导致求解困难. 因此,需要将其转化为易于求解的凸优化问题,式(4)等价于

$$L^2(\theta) < |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|^2 < U^2(\theta), \theta \in \Theta_m. \quad (5)$$

易知,  $|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|^2 = \text{tr}\{\mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta)\} = \text{tr}\{\mathbf{R}_1(\theta) \mathbf{W}\}$ , 其中  $\text{tr}\{\cdot\}$  表示矩阵求迹,  $\mathbf{W} = \mathbf{w} \mathbf{w}^H$ ,  $\mathbf{R}_1(\theta) = \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta)$ . 由于  $\mathbf{W}$  是一个半正定 Hermitian 矩阵,因此有

$$\mathbf{W} \geq 0.$$

同时,  $\text{rank}(\mathbf{W}) = 1$ . 因此,式(5)可以写为

$$L^2(\theta) < \text{tr}\{\mathbf{R}_1(\theta) \mathbf{W}\} < U^2(\theta), \theta \in \Theta_m. \quad (6)$$

式(6)是一个关于  $\mathbf{W}$  的线性优化问题,可以利用凸优化理论求解. 同理,可以得到

$$\tilde{\mathbf{w}}^H \mathbf{R} \tilde{\mathbf{w}} = \text{tr}\{\tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{w}}\} = \text{tr}\{\tilde{\mathbf{R}} \mathbf{W}\} = \text{tr}\{(\hat{\mathbf{R}} + \rho \mathbf{I}) \mathbf{W}\}.$$

利用式(3)中新构造的协方差矩阵,可以得到本文所提稳健零陷展宽算法的优化问题模型:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{W}} \text{tr}\{(\hat{\mathbf{R}} + \rho \mathbf{I}) \mathbf{W}\}. \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \text{tr}\{\mathbf{R}_1(\theta) \mathbf{W}\} > L^2(\theta), \theta \in \Theta_m; \\ \text{tr}\{\mathbf{R}_1(\theta) \mathbf{W}\} < U^2(\theta), \theta \in \Theta_m; \\ \text{rank}(\mathbf{W}) = 1, \mathbf{W} \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

式中,约束条件  $\text{rank}(\mathbf{W}) = 1$  仍然是非凸的,但是可以将该约束条件除去<sup>[20]</sup>,松弛为如下半正定的问题进行求解:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{W}} \text{tr}\{(\hat{\mathbf{R}} + \rho \mathbf{I}) \mathbf{W}\}. \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \text{tr}\{\mathbf{R}_1(\theta) \mathbf{W}\} > L^2(\theta), \theta \in \Theta_m; \\ \text{tr}\{\mathbf{R}_1(\theta) \mathbf{W}\} < U^2(\theta), \theta \in \Theta_m; \\ \mathbf{W} \geq 0. \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

其中  $L(\theta) = 10^{-r_{dB}/20}$ ,  $U(\theta) = 10^{r_{dB}/20}$ ,  $r_{dB}$  表示幅度约束的波纹值. 式(8)是一个关于  $\mathbf{W}$  的凸优化问题,可以通过内点法进行求解. 求解式(8),得到的是  $\mathbf{W}$ , 需要对  $\mathbf{W}$  进行谱分解,得到最优加权矢量  $\mathbf{w}$ , 文献<sup>[19]</sup>对如何进行谱分解有详细的论述,在此不再赘述. 本文算法的基本思想如图 1 所示.

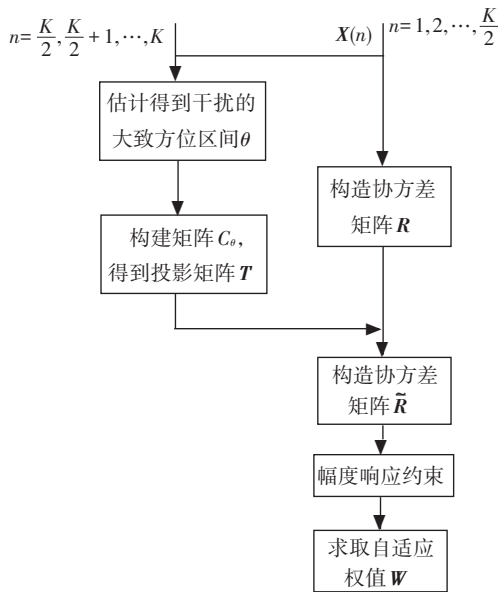


图 1 本文算法结构图

Fig.1 Structure of the proposed algorithm

综合以上分析,得到本文波束形成算法的求解步骤:

1) 对阵列接收的前  $K/2$  个快拍数据进行空间谱估计,得到干扰信号可能出现的方位区间  $\Theta$ , 构建导向矢量相关矩阵  $C_\theta$ , 将导向矢量的相关矩阵  $C_\theta$  进行特征分解,用大特征值对应的特性矢量为基矢量得到投影变换矩阵  $T$ , 将  $T$  存储起来以便离线计算.

2) 利用矩阵  $T$  对原始的协方差矩阵进行重构, 得到  $\hat{R}$ ; 对  $\hat{R}$  进行对角加载处理,  $\tilde{R} = \hat{R} + \rho I$ .

3) 根据期望信号的大致方位,选定幅度约束区域,建立式(8)所示的优化问题.

4) 利用内点法求解凸优化问题式(8),得到  $W$ , 对  $W$  进行谱因子分解,得到最优加权矢量  $w$ .

### 3 仿真实验与性能分析

考虑一个阵元数目为 10 的 ULA 阵,阵元间距为半波长. 所加噪声为高斯白噪声,期望信号从  $0^\circ$  方向入射,信号与干扰之间是相互独立的. 所有实验结果均来自 100 次独立的蒙特卡罗实验. 如无特别说明,仿真试验中,本文算法所选基向量个数为 6 个,对主瓣约束区域为  $[-7^\circ, 7^\circ]$ , 对角加载因子设为  $\rho = 0.010$ , 波纹大小值设为  $r_{dB} = 0.3$ , 干噪比  $INR = 30$  dB, 快拍数为 100.

#### 3.1 零陷展宽波束图比较

**仿真 1** 零陷加宽角度为  $\Delta\theta = 10^\circ$ , 信噪比  $R_{SN} = 0$  dB. 2 个独立干扰分别位于  $-40^\circ, 50^\circ$  方向,利用 Capon 空间谱<sup>[21]</sup>估计得到的干扰角度分别为  $-39^\circ$  和  $51^\circ$ , 出现了  $1^\circ$  的偏差,零陷展宽区间为

$[-45^\circ, -35^\circ] \cup [45^\circ, 55^\circ]$ , 文献[16]中选取的特征向量个数为 3 个. 首先设定期望信号来波方向估计无误,图 2 为此时几种不同算法的波束图.

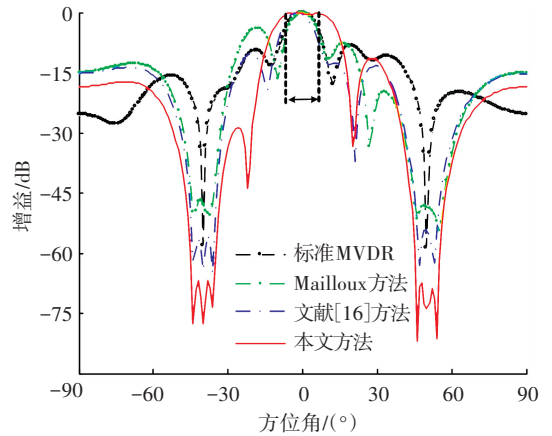


图 2 导向矢量准确已知时波束图的比较

Fig.2 Normalized beampattern plots with the exactly known steering vector

从图 2 中可以看到,在导向矢量准确已知时,标准 MVDR 波束形成器在干扰位置处形成了陡峭的零陷,零陷深度  $-60$  dB 左右. 在设定零陷宽度为  $10^\circ$  时, Mailloux 方法形成的零陷宽度可以达到要求,但零陷深度较变浅,只有  $-50$  dB 左右,且旁瓣升高较为严重. 文献[16]方法由于在干扰附近方位施加了置零约束,零陷深度比 Mailloux 方法深,达到  $-60$  dB 左右. 本文算法所形成的零陷宽度十分明显,而且零陷深度超过  $-70$  dB,同时本文算法有更低的旁瓣,两侧旁瓣平均值达到  $-20$  dB 左右,由于在  $[-7^\circ, 7^\circ]$  方位区域施加了幅度响应约束,本文算法在约束区域(图中箭头所示)形成了平坦的波束图.

#### 3.2 抗波前扰动失真和局部相干散射性能仿真与分析

考察本文算法在出现信号波前扰动失真和局部相干散射时的输出性能,与标准 MVDR 算法、LSMI、RCB、文献[11] (Eigenspace-Based)、文献[9] SQP (sequential programming)、文献[10] 算法进行比较. 其中 LSMI 算法的加载量取的是噪声功率的两倍, RCB 算法的导向矢量误差范数  $\varepsilon = 3$ .

**仿真 2** 2 个独立干扰分别位于  $-40^\circ, 50^\circ$  方向,本文算法选取投影区间为  $[-45^\circ, -35^\circ] \cup [45^\circ, 55^\circ]$ , 信噪比  $R_{SN} = 0$  dB. 首先考察在出现信号波前扰动失真时,本文算法的波束输出性能. 在实际环境中,波通过非均匀介质,独立相位失真增量将在期望信号导向矢量中累积,设定在每次仿真中,期望信号相位的增量服从均值为 0、标准差为 0.04 的高斯分布. 图 3 为几种算法在出现波前失真时输出  $R_{SN}$  随输入  $R_{SN}$  的变化曲线.

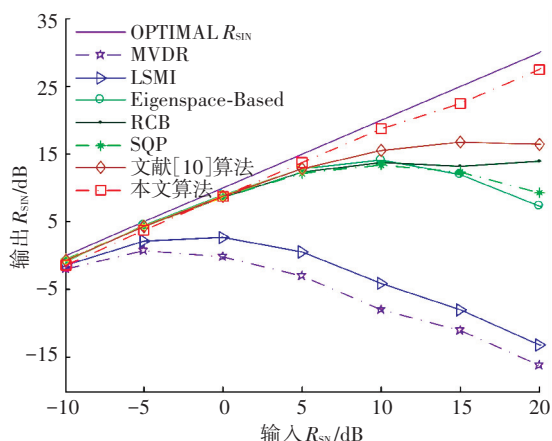


图 3 波前扰动失真时的各算法  $R_{\text{SIN}}$  随  $R_{\text{SN}}$  变化曲线

Fig.3 Output  $R_{\text{SIN}}$  of the beamformers versus input  $R_{\text{SN}}$  in the case of wavefront distortion

再考察在出现局部相干散射时,本文算法的阵列输出性能。存在局部相干散射时,期望信号导向矢量可以表示为<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \sum_{i=1}^D \exp(j\varphi_i) \mathbf{a}(\theta_i).$$

式中:  $\mathbf{a}_0$  是直接路径达到信号的导向矢量;  $\mathbf{a}(\theta_i)$ ,  $i = 1, \dots, D$  表示从  $\theta_i$  方向入射的相干散射信号;  $\varphi_i$  是直接路径到达信号与相干散射信号的相位差。设定  $D = 4$ ,  $\theta_i$  是服从均值为  $0^\circ$ 、标准差为  $1^\circ$  的高斯分布的随机变量,  $\varphi_i$  服从在  $[0, 2\pi]$  上的均匀分布。图 4 为几种算法在出现局部相干散射时输出  $R_{\text{SIN}}$  随输入  $R_{\text{SN}}$  的变化曲线。

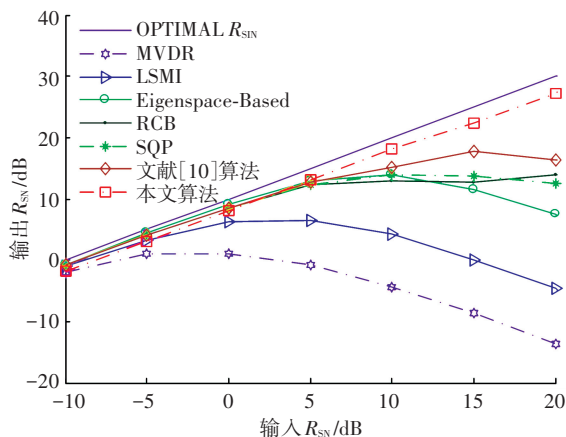


图 4 局部相干散射时各算法  $R_{\text{SIN}}$  随  $R_{\text{SN}}$  变化曲线

Fig.4 Output SINR of beamformers versus input SINR in the case of coherent local scattering

从图 3 和图 4 中可以看到:在存在波前扰动失真和局部相干散射时,标准 MVDR 算法的输出  $R_{\text{SIN}}$  随输入  $R_{\text{SN}}$  的增大急剧下降;RCB 算法有比较好的稳健性,但是在输入  $R_{\text{SN}}$  较大时,与最优的输出  $R_{\text{SIN}}$  相差较大;文献[10]算法在  $R_{\text{SN}} < 20$  dB 时,性能较好,但在信号功率接近干扰功率时,性能下降较快,这是由于文献[10]算法约束条件过于松弛,在干扰功率与期望信号功率接近时,对期望信号与干扰信

号的分辨能力下降造成的;本文算法表现出极强的抗波前扰动失真和局部相干散射性能,尤其是输入  $R_{\text{SN}} > 10$  dB 时,其输出  $R_{\text{SIN}}$  远高于其他算法,在整个输入  $R_{\text{SN}}$  范围内都有较好的输出  $R_{\text{SIN}}$ 。

### 3.3 抗期望信号导向矢量 DOA 估计失配时的性能仿真与分析

分别考察本文算法在导向矢量 DOA 估计出现小角度( $3^\circ$ )和大角度( $7^\circ$ )失配时的阵列输出性能,并将本文算法与文献[15]算法进行比较。

**仿真 3** 2 个独立干扰分别位于  $-40^\circ$ ,  $50^\circ$  方向,期望信号实际从  $0^\circ$  方向入射,估计的方向分别设定为  $3^\circ$  和  $7^\circ$ ,即期望信号导向矢量出现了  $3^\circ$  和  $7^\circ$  的失配量,信噪比  $R_{\text{SN}} = 0$  dB。图 5 为几种算法在出现  $3^\circ$  失配时输出  $R_{\text{SIN}}$  随输入  $R_{\text{SN}}$  的变化曲线,图 6 为几种算法在出现  $7^\circ$  失配时输出  $R_{\text{SIN}}$  随输入  $R_{\text{SN}}$  的变化曲线。

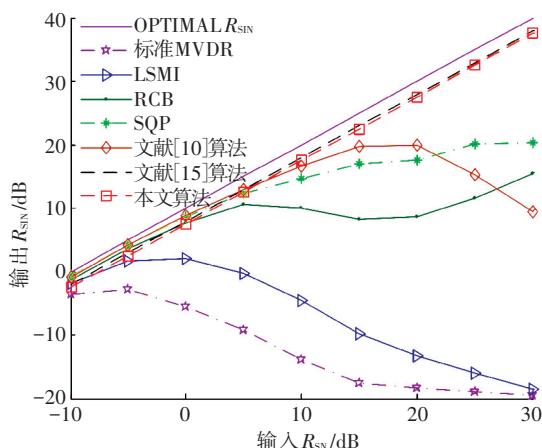


图 5 导向矢量存在  $3^\circ$  失配时各算法  $R_{\text{SIN}}$  随  $R_{\text{SN}}$  变化曲线

Fig.5 Output  $R_{\text{SIN}}$  of beamformers versus input  $R_{\text{SN}}$  with  $3^\circ$  steering direction error

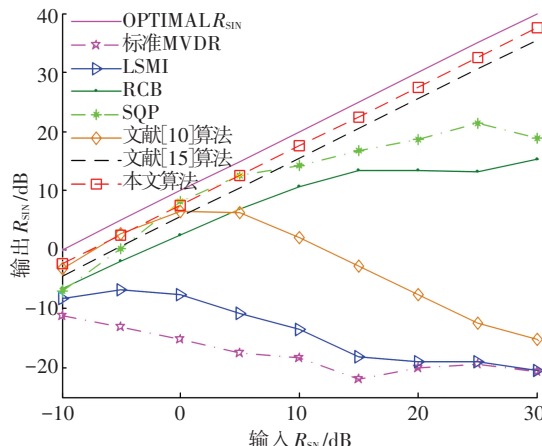


图 6 导向矢量存在  $7^\circ$  失配时各算法  $R_{\text{SIN}}$  随  $R_{\text{SN}}$  变化曲线

Fig.6 Output  $R_{\text{SIN}}$  of beamformers versus input  $R_{\text{SN}}$  with  $7^\circ$  steering direction error

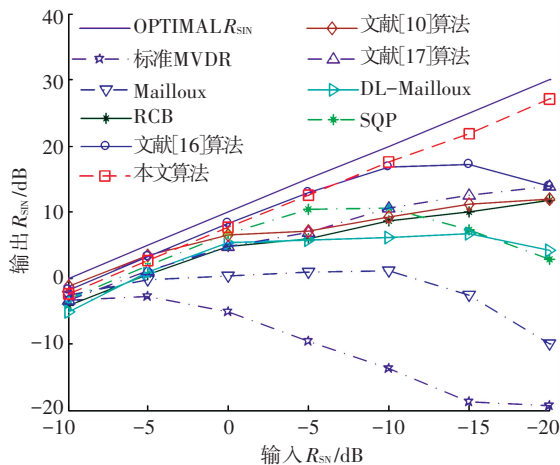
从图 5 中可以看出,当期望信号导向矢量出现小角度( $3^\circ$ )失配时,本文算法输出  $R_{\text{SIN}}$  与文献[15]接近,都优于其他文献算法,但本文算法不再需要干扰的大致来波方向这一先验信息,是一种自适应处

理算法. 从图 6 中可以看出, 当期望信号导向矢量出现大角度( $7^\circ$ )时, 文献[15]算法性能出现较大下降, 本文算法具有最好的输出  $R_{\text{SIN}}$ , 在输入  $R_{\text{SN}}$  相同时, 输出  $R_{\text{SIN}}$  比文献[15]高出 1.8 dB.

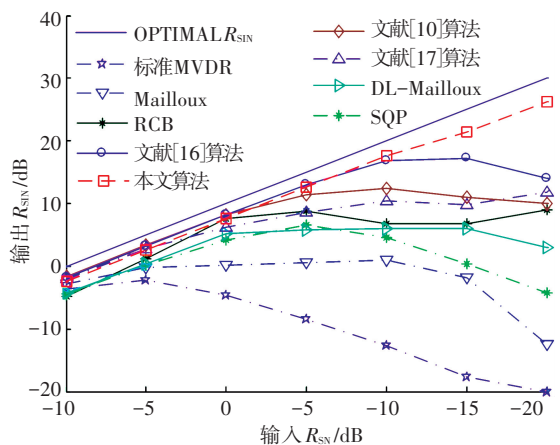
3.4 同时存在快速运动干扰与导向矢量 DOA 估计失配时的性能仿真与分析

考察本文算法在同时出现快速运动干扰和导向矢量 DOA 估计失配时的阵列输出性能.

**仿真 4** 考察在同时出现快速运动干扰和导向矢量误差时, 本文算法与其他算法的波束输出性能. 设定一个干扰信号从  $-40^\circ$  向  $0^\circ$  方向运动, 运动速度分别为  $0.01^\circ/\text{快拍}$  和  $0.04^\circ/\text{快拍}$ , 期望信号的实际来波方向为  $0^\circ$ , 由于 DOA 估计误差, 阵列对期望信号的响应方向为  $3^\circ$ . 本文算法选取投影区间为  $[-40^\circ, -30^\circ]$ . 为了更有比较性, 参考文献[17], 将 Mailloux 零陷加宽算法与对角加载相结合 (DL-Mailloux), 同时与最新的零陷展宽方法文献[16]进行比较. 图 7 为几种算法在干扰运动速度分别为  $0.01^\circ/\text{快拍}$  和  $0.04^\circ/\text{快拍}$  时的输出  $R_{\text{SIN}}$  随输入  $R_{\text{SN}}$  变化曲线.



(a) 干扰运动速度  $0.01^\circ/\text{快拍}$



(b) 干扰运动速度  $0.04^\circ/\text{快拍}$

图 7 同时存在运动干扰与导向矢量误差时各算法输出  $R_{\text{SIN}}$   
Fig.7 Output  $R_{\text{SIN}}$  of beamformers versus input  $R_{\text{SN}}$  when the jammer motion and steering vector error exist simultaneously

从图 7 中可以看到: 同时存在快速运动干扰与导向矢量失配时, DL-Mailloux 算法较 Mailloux 算法性能有较大的提升, 这是由于其不但展宽了零陷, 抑制了运动干扰, 同时引入对角加载技术, 具有了一定的抗导向矢量失配能力; 文献[16]算法由于能够形成比 DL-Mailloux 算法更深的零陷, 因此算法输出  $R_{\text{SIN}}$  优于 DL-Mailloux 算法; 文献[17]算法由于同时考虑了协方差矩阵失配与导向矢量失配的问题, 因而对快速运动干扰与导向矢量失配都具有较好的稳健性, 输出性能较 RCB 算法好; 本文算法的输出性能优于文献[17]算法和文献[16]算法, 表现出极强稳健性, 这是由于本文算法不但展宽了零陷, 而且加深了零陷深度, 更地的抑制快速运动干扰, 同时具有较强的抗导向矢量失配能力, 在整个输入  $R_{\text{SN}}$  范围内都有很好地输出  $R_{\text{SIN}}$ , 波束输出性能远远优于其他算法.

4 结 语

本文提出的抗导向矢量失配的零陷展宽自适应波束形成方法通过零陷展宽投影变换技术扩张干扰入射方向, 展宽零陷宽度, 加深零陷深度, 能够很好地抑制快速运动强干扰, 同时通过主瓣区域幅度响应约束技术, 增强波束形成器对波前扰动失真、局部相干散射等系统误差引起的期望信号导向矢量失配的稳健性. 该方法在同时出现快速运动干扰和导向矢量失配时, 也能稳定工作, 具有很好的波束保形能力和较高的输出  $R_{\text{SIN}}$ , 相比目前多数稳健波束形成算法有更好的干扰抑制效果和更高的输出  $R_{\text{SIN}}$ .

参考文献

[1] VAN TREESH L. Optimum array processing[M]. New York: Wiley, 2002: 710-887.  
[2] LI Hongtao, WANG Ke, WANG Chaoyu, et al. Robust adaptive beamforming based on worst-case and norm constraint[J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2015, 2015(1): 1-7. DOI: 10.1155/2015/765385.  
[3] HUANG Lei, ZHANG Jing, XU Xu, et.al. Robust adaptive beamforming with a novel interference-plus-noise covariance matrix reconstruction method [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(7): 1643-1650. DOI: 10.1109/TSP.2015.2396002.  
[4] VOROBYOV SA. Principles of minimum variance robust adaptive beamforming design [J]. Signal Processing, 2013, 93(12): 3264-3277. DOI: 10.1016/j.sigpro.2012.10.021.  
[5] LI Wenxing, MAO Xiaojun, YU Wehua, et al. Robust adaptive array beamforming based on modified norm constraint algorithm[J]. Applied Computational Electromagnetics Society Journal, 2014, 29(12): 1060-1066.  
[6] SONG H, KUPERMAN W A, HODGKISS W S, et al. Null broadening with snapshot-deficient covariance matrices in passive sonar [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2003, 28(2): 250-

- 261.DOI: 10.1109/JOE.2003.814055.
- [7] COX H, ZESKIND R M, OWEN M H. Robust adaptive beamforming [J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, 1987 35(10): 1365–1376. DOI: 10.1109/TASSP.1987.1165054.
- [8] LI Jian, STOICA P, WANG Zhisong. On robust capon beamforming and diagonal loading [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 57(7): 1702–1715. DOI: 10.1109/TSP.2003.812831.
- [9] HASSANIEN A, VOROBYOV S A, WONG K M. Robust adaptive beamforming using sequential programming: An iterative solution to the mismatch problem [J]. IEEE Signal Processing. Letters, 2008, 15: 733–736. DOI: 10.1109/LSP.2008.2001115.
- [10] KHABBAZIBASMENJ A, VOROBYOV S A, HASSANIEN A. Robust adaptive beamforming based on steering vector estimation with as little as possible prior information [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(6): 2974–2987. DOI: 10.1109/TSP.2012.2189389.
- [11] CHANG L, YEH CC. Performance of DMI and eigenspace-based beamformers [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1992, 40(11): 1336–1347. DOI: 10.1109/8.202711.
- [12] 范展, 梁国龙, 王逸林. 一种零陷展宽鲁棒自适应波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(11): 2764–2770. DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.0008.
- FAN Zhan, LIANG Guolong, WANG Yilin. Robust Adaptive Beamforming with Null Widening[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(11): 2764–2770. DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00087.
- [13] MAILLOUX R J. Covariance matrix augmentation to produce adaptive array pattern troughs [J]. Electronics Letters, 1995, 31(10): 771–772. DOI: 10.1049/el:19950537.
- [14] ZATMAN M. Production of adaptive array troughs by dispersion synthesis [J]. Electronics Letters, 1995, 31(25): 2141–2142. DOI: 10.1049/el:19951486.
- [15] 李文兴, 毛晓军, 孙亚秀. 一种新的波束形成零陷展宽算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(12): 2882–2888. DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.02018.
- LI Wenxing, MAO Xiaojun, SUN Yaxiu. A new algorithm for null broadening beamforming[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(12): 2882–2888. DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.02018.
- [16] AMAR A, DORON M A. A linearly constrained minimum variance beamformer with a pre-specified suppression level over a pre-defined broad null sector [J]. Signal Processing, 2015, 109(1): 165–171. DOI: 10.1016/j.sigpro.2014.11.009.
- [17] VOROBYOV S A, GERSHMAN A B, LUO Zhiquan, et al. Adaptive beamforming with joint robustness against mismatched signal steering vector and interference nonstationarity [J]. IEEE Signal Process Letters, 2004, 11: 108–111. DOI: 10.1109/LSP.2003.819857.
- [18] GUERCI J R. Theory and application of covariance matrix tapers for robust adaptive beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(4): 977–985. DOI: 10.1109/78.752596.
- [19] YU Zhuliang, GU Zhenghui, ZHOU Jianjiang, et al. A robust adaptive beamformer based on worst-case semi-definite programming [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(11): 5914–5919. DOI: 10.1109/TSP.2010.2058107.
- [20] LUO Zhiquan, MAWingkin, SO A M C, et al. Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2010, 27(3): 20–34. DOI: 10.1109/MSP.2010.936019.
- [21] GRANT M, BOYD S, YE Y Y. CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming. Jun. 2014 [Online]. Available: <http://cvxr.com/cvx/>.
- [22] STOICA P, MOSES R L. Introduction to Spectral Analysis[M]. Upper Saddle River, NJ: PrenticeHall, 1997: 221–247.

(编辑 王小唯 苗秀芝)