

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.2017.03.009

一种自适应收缩因子的循环平稳波束形成器

王 伟, 雷舒杰, 李 欣, 于海洋, 田宇航

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对常用循环平稳波束形成器收敛速度慢的问题,提出一种基于自适应收缩因子形式的对角加载方法的稳健循环平稳波束形成器. 首先采用收缩因子对采样协方差矩阵进行修正然后得到估计的阵列协方差矩阵,通过求解真实协方差矩阵与估计协方差矩阵之间均方误差最小的最优问题,进而求出收缩因子的大小. 最后利用循环自适应波束形成(cyclic adaptive beamforming, CAB)算法求取阵列权值. 仿真过程中,用所提算法与传统的循环平稳波束形成算法在低功率干扰和高功率干扰两种条件下作对比,表明该算法在收敛速度方面具有较好的性能,并且在低采样快拍数目情况下所提算法的输出 SINR 也相对较高.

关键词: 循环平稳波束形成器;协方差矩阵;收缩因子;循环自适应波束形成;阵列权值

中图分类号: TN973.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2017)03-0055-06

Cyclostationary beamformer of an adaptive shrinkage factor

WANG Wei, LEI Shujie, LI Xin, YU Haiyang, TIAN Yuhang

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Focused on the problem that the common cyclostationary beamformer converges slowly, the robust cycliststionary beamformer based on the diagonal loading method with an adaptive shrinkage factor is proposed. The proposed method first utilizes the shrinkage factor to modify the sampling covariance matrix and naturally obtain the estimation of the covariance matrix. Then the shrinkage factor can be calculated by solving the optimal problem about the minimum mean square error between the real covariance matrix and the estimated covariance matrix. Finally using the cyclic adaptive beamforming (CAB) algorithm to achieve the weighting value of the array. Simulation results show that the proposed method converges faster compared with the traditional cyclostationary beamforming algorithm when it comes to high power of interferences or low power of interferences, and outputs higher SINR under the case of low snapshot.

Keywords: cyclostationary beamformer; covariance matrix; shrinkage factor; cyclic adaptive beamforming algorithm; arrays weight value

近些年来,基于信号循环平稳特性的盲波束形成方法成为了空域抗干扰领域的一个研究热点. 循环平稳波束形成算法不需要知道期望信号波形或角度信息,只需根据期望信号的循环频率即可将其从干扰信号和噪声中提取出来^[1-4]. 文献[5]将 Cross-SCORE 算法引入 GPS 抗干扰领域,利用卫星信号 C/A 码的特性,构建一个副波束形成器为主波束形成器提供参考信号,然后求取天线阵列权值系数. 但是,当副波束形成器的权矢量求取不准确,也会给主波束带来误差. 文献[6]在 SCORE 算法的基础上提出了一

种循环平稳自适应波束形成(cyclostationary adaptive beamforming, CAB)方法,但是 CAB 方法对强干扰信号的抑制能力比较差,并且在采样快拍数目较少时,接收信号阵列协方差矩阵的统计特性受到影响,求取阵列权值的收敛速度较慢^[7]. 为了进一步提高阵列权值的收敛速度,文献[8]提出了对协方差矩阵进行对角加载运算,然后对新的阵列协方差矩阵采用 CAB 算法进行波束形成. 但是该方法中的对角加载因子的选取没有确定的算法,通常以经验值来选取,容易导致波束形成器性能下降^[9-12]. 针对以上算法中的问题,本文提出了基于自适应收缩因子的对角加载方法下循环平稳波束形成器,该方法可以自适应的修正协方差矩阵,收缩因子通过观测矩阵自适应的计算,无需凭借经验值进行人为设定参数,仿真结果显示本文所提方法与传统循环平稳波束形成算法相比收敛速度较快,并且在低采样快拍数目情况下输出 SINR 相对较高.

收稿日期: 2016-05-16

基金项目: 国家自然科学基金(61571148);

中国博士后科学基金特别资助(2015T80328);

中国博士后科学基金(2014M550182);

黑龙江省博士后特别资助(LBH-TZ0410);

哈尔滨市科技创新人才专项资金(2013RFXXJ016)

作者简介: 王 伟(1979—),男,教授,博士生导师

通信作者: 王 伟, wangwei407@hrbeu.edu.cn

1 阵列信号数学模型

考虑 M 个阵元所组成的阵列天线,假设阵元间各向同性并忽略阵元间互耦作用,阵元间距 d 为 $1/2\lambda$, 其中 $\lambda = c/f$, c 为光速, f 为入射信号的频率. 当有一个远场窄带信号入射时,则接收信号模型表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{a}(\omega)\mathbf{s}(t) + \mathbf{j}(t) + \mathbf{n}(t). \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X}(t)$ 为阵列所接收的 $M \times 1$ 维信号; $\mathbf{n}(t)$ 为 $M \times 1$ 维噪声; $\mathbf{j}(t)$ 为 $M \times 1$ 维干扰; $\mathbf{s}(t)$ 为天线所接收的期望信号; $\mathbf{a}$ 为信号所对应的 $M \times 1$ 维导向矢量阵,可以写成

$$\mathbf{a}(\omega) = [e^{j2\pi d \sin \theta / \lambda} \dots e^{j2\pi (M-1) d \sin \theta / \lambda}]^T. \quad (2)$$

假设期望信号和干扰信号互不相关并且都为平稳信号^[13], 天线阵列所接收信号的协方差矩阵定义为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{a}\mathbf{R}_s\mathbf{a}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}. \quad (3)$$

式中: $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$ 为期望信号协方差矩阵; $(\cdot)^H$ 代表矩阵共轭转置; σ_n^2 为噪声方差; $\mathbf{I}$ 为 $M \times M$ 单位矩阵.

在实际中,式(3)中的协方差矩阵无法获得. 可以根据信号的时间平稳特性,由采样快拍数据得到其最大似然估计值,即

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K}\mathbf{X}\mathbf{X}^H = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^K \mathbf{X}(k) \cdot \mathbf{X}^H(k), \quad (4)$$

式中 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}(1), \mathbf{X}(2), \dots, \mathbf{X}(K)]$ 为 K 个采样快拍组成的数据块.

2 循环波束形成算法

近些年,由于信号循环平稳特性的波束形成技术无需期望信号波形或角度辅助,便可在干扰方向形成零陷,同时在期望信号方向形成波束,使其在雷达、声纳和无线通信等领域中得到普遍关注.

2.1 基于 SCORE 算法的波束形成技术

当期望信号具有循环平稳特性,而干扰和噪声在期望信号的循环频率处不具有循环平稳特性时,可以利用 SCORE 算法来进行波束形成. 常用的 SCORE 波束形成算法有 LS-Score 算法和 Cross-Score 算法^[14-15].

阵列天线接收信号模型表示如式(1)所示,若期望信号 $\mathbf{s}(t)$ 在循环频率 α 处具备频谱自相关特性,而干扰信号和噪声不具备循环频谱特性或在 α 处不具备频谱自相关特性,则信号 $\mathbf{X}(t)$ 的循环自相关矩阵表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX}^\alpha(\Delta) &= \langle \mathbf{X}(t) [\mathbf{X}^T(t - \Delta) e^{j2\pi\alpha t}]^* \rangle_\infty = \\ &= \langle \mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t - \Delta) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_\infty = \\ &= \mathbf{a}\mathbf{a}^H \mathbf{R}_{ss}^\alpha(\Delta). \end{aligned} \quad (5)$$

式中: α 为循环频率; Δ 为延时时间; $\langle \cdot \rangle_\infty$ 为无限时间平均.

LS-Score 算法的目标函数为

$$f(\mathbf{w}) = \min_w \langle |\mathbf{d}(t) - \mathbf{w}^H \mathbf{X}(t)|^2 \rangle_\infty, \quad (6)$$

式中 $\mathbf{d}(t)$ 为本地参考信号, $\mathbf{d}(t) = \mathbf{g}^H \mathbf{X}(t - \Delta) e^{j2\pi\alpha t} = \mathbf{g}^H \mathbf{u}(t)$, 其中 $\mathbf{g}$ 为本地参考信号的控制向量, $\mathbf{u}(t) = \mathbf{X}(t - \Delta) e^{j2\pi\alpha t}$.

根据最小均方误差准则,可以求得阵列权值的维纳解为

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{r}_{Xd}, \quad (7)$$

式中 $\mathbf{r}_{Xd}$ 为参考信号 $\mathbf{d}(t)$ 与输入信号 $\mathbf{X}(t)$ 之间的协方差矩阵,可以表示为

$$\mathbf{r}_{Xd} = \langle \mathbf{X}(t) \mathbf{d}^H(t) \rangle_\infty = \mathbf{R}_{XX}^\alpha(\Delta) \cdot \mathbf{g} = \mathbf{a}\mathbf{a}^H \mathbf{R}_{ss}^\alpha(\Delta) \cdot \mathbf{g}. \quad (8)$$

则阵列权值表示为

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{a}^H \mathbf{R}_{ss}^\alpha(\Delta) \cdot \mathbf{g} = \gamma \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{a}, \quad (9)$$

式中 $\gamma = \mathbf{R}_{ss}^\alpha(\Delta) \mathbf{a}^H \mathbf{g}$ 为一个标量.

根据以上分析,LS-Score 算法需要设定控制向量 $\mathbf{g}$ 来求取阵列权值. 但是,此控制向量需要根据环境的变化来动态选择,控制向量很容易选取不当,从而导致 LS-Score 波束形成器性能下降. 下面所要分析的 Cross-Score 算法是将控制向量 $\mathbf{g}$ 也作为待优化的未知量进行求解,避免控制向量的选取问题.

$$\{\mathbf{w}, \mathbf{g}\} = \arg \max_{\mathbf{w}, \mathbf{g}} \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{Xu} \mathbf{g}|^2}{(\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{XX} \mathbf{w})(\mathbf{g}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{g})}. \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{Xu} &= \langle \mathbf{X} \cdot \mathbf{u}^H \rangle = \langle \mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t - \Delta) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_\infty = \\ &= \mathbf{R}_{XX}^\alpha(\Delta). \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_{uu} = \langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^H \rangle_\infty = \langle \mathbf{X}(t - \Delta) \mathbf{X}^H(t - \Delta) \rangle_\infty = \mathbf{R}_{XX}. \quad (12)$$

在每一次采样时刻,矩阵 $\mathbf{R}_{Xu}$ 、 $\mathbf{R}_{XX}$ 和 $\mathbf{R}_{uu}$ 都是常值矩阵,因此式(10)可以等价

$$\begin{cases} \max_{\mathbf{w}, \mathbf{g}} |\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{Xu} \mathbf{g}|^2 = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{Xu} \mathbf{g} \mathbf{g}^H \mathbf{R}_{Xu}^H \mathbf{w}, \\ \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{XX} \mathbf{w} = 1, \\ \mathbf{g}^H \mathbf{R}_{uu} \mathbf{g} = 1. \end{cases} \quad (13)$$

对上式应用拉格朗日乘子法,得到

$$\begin{cases} (\mathbf{R}_{Xu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{Xu}^H) \mathbf{w} = \mu \mathbf{R}_{XX} \mathbf{w}, \\ (\mathbf{R}_{Xu}^H \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{R}_{Xu}) \mathbf{g} = \mu \mathbf{R}_{uu} \mathbf{g}. \end{cases} \quad (14)$$

式中 μ 为拉格朗日乘子. 此时,阵列权值 $\mathbf{w}$ 即等价于矩阵 $\mathbf{P}$ 的主特征向量,矩阵 $\mathbf{P}$ 表示为

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_{XX}^{-1} \{ \mathbf{R}_{Xu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{Xu}^H \}. \quad (15)$$

若将 $\mathbf{R}_{Xu}$ 和 $\mathbf{R}_{uu}$ 代入上式得

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_{XX}^{-1} \{ \mathbf{R}_{Xu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{Xu}^H \} = \eta \{ \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{a}^H \}, \quad (16)$$

式中 $\eta = |\mathbf{R}_{ss}^\alpha(\Delta)|^2 \mathbf{a}^H \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{a}$. 式(16)表明,矩阵 $\mathbf{P}$ 的

主特征向量与 $\mathbf{R}_{XX}^{-1}\mathbf{a}$ 成比例,即 SCROE 波束形成器与最小方差无失真响应(MVDR)波束形成器等价。

Cross-SCORE 算法是通过最大化阵列输出信号与参考信号之间的谱相关系数来求取阵列权值,但是 Cross-SCORE 算法求取阵列权矢量和控制向量的过程中,涉及到了广义特征值分解,计算较为复杂。另外,在采样快拍数目较少的情况下,LS-SCORE 算法和 Cross-SCORE 算法的输出 SINR 较低,且求取阵列权值的收敛速度较慢。

2.2 循环自适应波束形成及其增强算法

循环自适应波束形成(cyclic adaptive beamforming, CAB)算法是在 Cross-SCORE 算法的基础上提出的,该算法的目标函数表示为

$$\begin{cases} \max_{\mathbf{w}, \mathbf{c}} |\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{Xu} \mathbf{g}|^2 = \max_{\mathbf{w}, \mathbf{c}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{Xu} \mathbf{g} \mathbf{g}^H \mathbf{R}_{Xu} \mathbf{w}, \\ \mathbf{w}^H \mathbf{w} = 1, \\ \mathbf{g}^H \mathbf{g} = 1. \end{cases} \quad (17)$$

当干扰信号不具有循环平稳特性或其循环频率与期望信号不相同,根据上式所求解的阵列权值 $\mathbf{w}_{\text{CAB}}$ 与期望信号的导向矢量成比例^[10],即

$$\mathbf{w}_{\text{CAB}} \propto \mathbf{a}(\theta), \quad (18)$$

需要说明的是,当采样快拍数目较少时,上述表达式会受到一定影响。此时的输出信干噪比表示为

$$\text{SINR} = \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}_{\text{CAB}}^H \mathbf{a}(\theta)|^2}{\mathbf{w}_{\text{CAB}}^H \mathbf{R}_{j+n} \mathbf{w}_{\text{CAB}}} \approx \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}_{\text{CAB}}^H \mathbf{w}_{\text{CAB}}|^2}{\mathbf{w}_{\text{CAB}}^H \mathbf{R}_{j+n} \mathbf{w}_{\text{CAB}}}, \quad (19)$$

式中 σ_s^2 为期望信号的功率, $\mathbf{R}_{j+n}$ 为干扰加噪声协方差矩阵。

观察式(17),该 CAB 算法没有考虑抑制干扰和噪声,在干扰方向不能形成较深的零陷,导致波束形成器的抗干扰能力不够强。当期望信号导向矢量已知时,可以采用 MVDR 波束形成器来抑制干扰。根据式(18)可知,CAB 算法所得到的阵列权值能够近似逼近于期望信号的导向矢量。因此,可以将传统的 MVDR 波束形成器改写为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{XX} \mathbf{w}, \\ \mathbf{w}^H \mathbf{w}_{\text{CAB}} = 1. \end{cases} \quad (20)$$

这里将这种算法记为约束循环自适应波束形成(constrained CAB, CCAB)算法。根据拉格朗日乘子法,得到 CCAB 算法的最优权值为

$$\mathbf{w}_{\text{CCAB}} = \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{w}_{\text{CAB}}. \quad (21)$$

该算法与 CAB 算法类似,在采样快拍数目较少时,接收信号阵列协方差矩阵的统计特性将受到影响,求取的阵列权值收敛速度较慢。此时,可以采用对角加载方法来对阵列协方差矩阵进行校正,得到一种基于对角加载的循环自适应波束形成(diagonal loading CAB, DL-CAB)算法,即

$$\mathbf{w}_{\text{DL-CAB}} = (\mathbf{R}_{XX} + \varepsilon \mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_{\text{CAB}}. \quad (22)$$

上述 ε 为对角加载因子。该方法能够在小快拍数目的情况下保证波束形成器的稳健性,但是 ε 值的选取没有确定的算法,通常以经验值来选取,容易导致波束形成器性能下降^[16-17]。

3 改进的循环波束形成算法

上面介绍的循环平稳收缩算法环平稳波束形成算法,都是通过选定特定的对角加载因子量,收敛速度和算法的性能都与加载因子的选取有关,本章节并针对循环平稳波束形成器收敛速度慢的问题,提出了一种基于收缩方法的稳健循环平稳波束形成器,该方法的收缩因子随着快拍数自适应变化,仿真验证了所提方法相比于传统方法的优势。图 1 为改进的循环波束形成算法的流程。

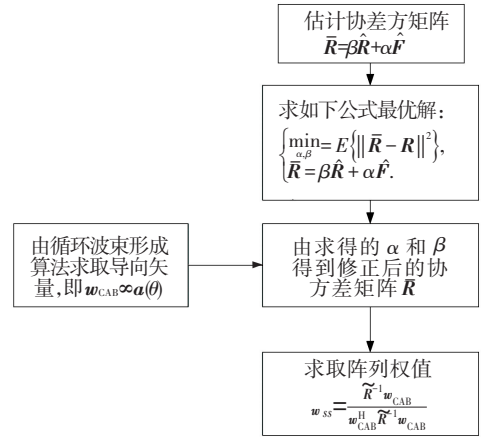


图 1 改进波束形成算法流程

Fig.1 The diagram of beamforming algorithm

3.1 自适应收缩因子确定方法

采样快拍数目很大时,采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 近似为 $\mathbf{R}$ 的无偏估计。但是,在小快拍数目下,估计的协方差矩阵均方误差往往比较大。

现将估计的阵列协方差矩阵表示为

$$\hat{\mathbf{R}} = \beta \mathbf{R} + \alpha \hat{\mathbf{F}}. \quad (23)$$

式中: α, β 为收缩因子,且需满足 $\alpha > 0, \beta > 0; \alpha/\beta$ 为收缩因子比值; $\hat{\mathbf{F}} = \text{tr}(\hat{\mathbf{R}})/M \cdot \mathbf{I}$, 其中 M 为天线阵元数目, $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵求迹运算。

现需要选择合适的收缩系数 α, β , 使 $\hat{\mathbf{R}}$ 具有最小均方误差,即需要求解如下最优问题:

$$\begin{cases} \min_{\alpha, \beta} E\{\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\|^2\}, \\ \hat{\mathbf{R}} = \beta \mathbf{R} + \alpha \hat{\mathbf{F}}. \end{cases} \quad (24)$$

上式进行展开为

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\hat{\mathbf{R}}) &= E\{\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\|^2\} = \\ &= E\{\|\alpha \hat{\mathbf{F}} - (1 - \beta) \mathbf{R} + \beta(\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R})\|^2\} = \\ &= \alpha^2 \|\hat{\mathbf{F}}\|^2 - 2\alpha(1 - \beta) \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{R}) + \end{aligned}$$

$$(1 - \beta)^2 \|\mathbf{R}\|^2 + \beta^2 E\{\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\|^2\}. \quad (25)$$

式中 $\|\cdot\|$ 为 Frobenius 范数, 即 $\|\mathbf{A}\| = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{A})}$.

若固定 β 值, 令 $\frac{\partial \text{MSE}(\hat{\mathbf{R}})}{\partial \alpha} = 0$, 可以求得

$$\alpha = \frac{(1 - \beta) \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \mathbf{R})}{\|\hat{\mathbf{F}}\|^2}. \quad (26)$$

将式(26)代入式(25), 得

$$\text{MSE}(\hat{\mathbf{R}}) = \frac{(1 - \beta)^2 [\|\hat{\mathbf{F}}\|^2 \cdot \|\mathbf{R}\|^2 - (\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{R}))^2]}{\|\hat{\mathbf{F}}\|^2} + \beta^2 E\{\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\|^2\}. \quad (27)$$

再令 $\frac{\partial \text{MSE}(\hat{\mathbf{R}})}{\partial \beta} = 0$, 求得

$$\beta = \frac{\gamma}{\eta + \gamma}. \quad (28)$$

式中

$$\eta = E\{\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\|^2\}, \quad (29)$$

$$\gamma = \frac{\|\hat{\mathbf{F}}\|^2 \cdot \|\mathbf{R}\|^2 - (\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{R}))^2}{\|\hat{\mathbf{F}}\|^2}. \quad (30)$$

由 Cauchy-Schwartz 不等式, 知 $\gamma > 0$. 根据式(28), 知 $\beta \in (0, 1)$. 此外, 由 $\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{R}) > 0$, 根据式(26), 知 $\alpha > 0$. 当采样快拍数较大时, $\hat{\mathbf{R}}$ 为 $\mathbf{R}$ 的无偏估计, η 值趋向于 0, 则 β 值趋近于 1, α 值趋近于 0.

下面进一步对 γ 进行化简, 令 $\zeta = \frac{\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{R})}{\|\hat{\mathbf{F}}\|^2}$,

则 γ 可以转化为

$$\gamma = \|\mathbf{R}\|^2 - 2 \frac{(\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{R}))^2}{\|\hat{\mathbf{F}}\|^2} + \frac{(\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{R}))^2}{\|\hat{\mathbf{F}}\|^2} = \|\zeta \hat{\mathbf{F}} - \mathbf{R}\|^2. \quad (31)$$

将真实的阵列协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 用采样协方差矩阵代替, 则收缩因子 α 和 β 的估计值分别写为

$$\hat{\alpha} = \hat{\zeta}(1 - \hat{\beta}), \quad (32)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\eta} + \hat{\gamma}}. \quad (33)$$

式中 $\hat{\zeta} = \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}^* \cdot \hat{\mathbf{R}}) / \|\hat{\mathbf{F}}\|^2$ 和 $\hat{\gamma} = \|\zeta \hat{\mathbf{F}} - \hat{\mathbf{R}}\|^2$,

$\hat{\eta} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{X}(k)\|^4 - \frac{1}{K} \|\hat{\mathbf{R}}\|^2$, 其中 K 为采样快拍数目, $\mathbf{X}(k)$ 为阵列天线在第 k 次采样时刻所接收的数据.

3.2 阵列权值的确定方法

根据上节所介绍的方法求得收缩因子 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$ 后, 代入式(23)便可得到增强后的阵列协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$. 另外, 当干扰信号不具有循环平稳特性或其循环频率与期望信号不相同, CAB 方法的阵列权值近似收敛于期望信号的导向矢量. 因此, 将增强后的协方差矩阵和 CAB 方法所计算的权值代入 MVDR

波束形成器中, 便可以得到基于协方差矩阵收缩的稳健循环平稳波束形成器, 即

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}_{ss}} \mathbf{w}_{ss}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{w}_{ss}, \\ \mathbf{w}_{ss}^H \mathbf{w}_{\text{CAB}} = 1. \end{cases} \quad (34)$$

这里将上述波束形成方法简记为收缩 CAB 方法, 其阵列权值 $\mathbf{w}_{ss}$ 为

$$\mathbf{w}_{ss} = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{w}_{\text{CAB}}}{\mathbf{w}_{\text{CAB}}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{w}_{\text{CAB}}} = \frac{(\hat{\beta} \hat{\mathbf{R}} + \hat{\alpha} \hat{\mathbf{F}})^{-1} \mathbf{w}_{\text{CAB}}}{\mathbf{w}_{\text{CAB}}^H (\hat{\beta} \hat{\mathbf{R}} + \hat{\alpha} \hat{\mathbf{F}})^{-1} \mathbf{w}_{\text{CAB}}}. \quad (35)$$

对应的输出信干噪比为

$$\text{SINR} = \frac{\sigma_s^2 \|\mathbf{w}_{ss}^H \mathbf{w}_{\text{CAB}}\|^2}{\mathbf{w}_{ss}^H (\hat{\beta} \hat{\mathbf{R}} + \hat{\alpha} \hat{\mathbf{F}}) \mathbf{w}_{ss}}. \quad (36)$$

从式(35)可以看出, 收缩 CAB 方法是在 CAB 算法的基础上, 采用自适应收缩因子形式的对角加载方法来求取阵列权值.

4 仿真实验与分析

采用 10 阵元均匀线阵, 阵元间距为卫星信号的半波长. 假设卫星信号来向为 0° , 信噪比为 -20 dB. 卫星信号中频频率设定为 $f_0 = 4.130\ 4$ MHz, 采样频率为 $f_s = 16.368$ MHz, C/A 码频率为 $f_{\text{C/A}} = 1.023$ MHz, 这里取卫星信号的循环频率 $2f_0 + f_{\text{C/A}}$. 3 个窄带干扰信号的来向分别假设为 30° 、 -40° 、 50° . 各阵元的通道噪声假设为不相关的高斯白噪声. 下面两个实验均采用 100 次 Monte-Carlo 仿真.

实验 1 低功率干扰下的波束形成器性能分析. 卫星信号本身具有 30 dB 的扩频增益, 因此当干信比大于 30 dB, 接收机跟踪环路将无法正常工作. 在实验 1 中, 3 个干扰信号的干噪比分别假设为 10、15、20 dB, 对应的干信比分别为 30、35、40 dB, 干扰功率相对卫星信号的扩频增益不算很大.

图 2 给出了所提方法收缩因子 α 、 β 随着采样快拍数目的变化曲线. 从图中可以看出, 收缩因子 α 、 β 均位于 $(0, 1)$. 当快拍数目为 500 左右时, 收缩因子 α 、 β 不再发生明显变化, 即随着采样快拍数目的增加, 收缩因子 α 值趋近于 0, 收缩因子 β 值趋近于 1.

图 3 给出了收缩因子比值随着快拍数目变化, 收缩因子比值与收缩因子 α 的变化趋势一致, 而与收缩因子 β 的变化趋势相反, 并且当快拍数目为 500 左右时趋于稳定.

为了比较所提方法与前文所述方法的性能, 图 4 给出了 LS-Score、Cross-Score、DL-CAB 和收缩 CAB 方法在采样快拍数为 1 000 时的方向图增益. 在 LS-Score 波束形成算法中, 控制向量 $\mathbf{g}$ 取 $M \times 1$ 维向量 $\mathbf{g} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$. 在 DL-CAB 波束形成

算法中, 对角加载量取 $\varepsilon = \text{tr}[\sigma_s^2 \mathbf{a}(\theta_0) \mathbf{a}^H(\theta_0)]$, σ_s^2 和 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 分别为卫星信号的功率和导向矢量. 从图 4 中可以看出, 上述两种方法均能够在干扰方向 30° 、 -40° 、 50° 处形成零陷且能够在卫星信号方向形成波束. 另外, 干扰功率越大的信号, 其对应方向处的零陷深度越深. 但是 LS-Score 和 Cross-Score 算法的波束旁瓣比较高, 将影响波束形成器的输出 SINR.

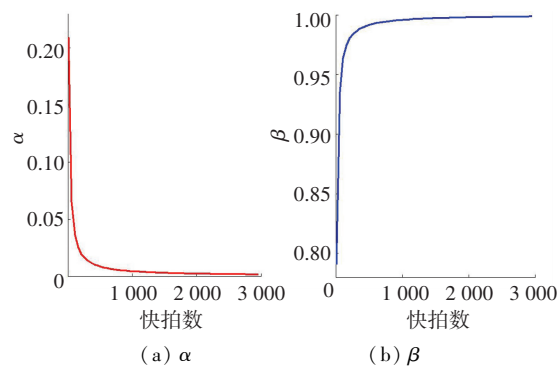


图 2 收缩因子随着快拍数目的变化

Fig.2 Shrinkage parameters versus the number of snapshots

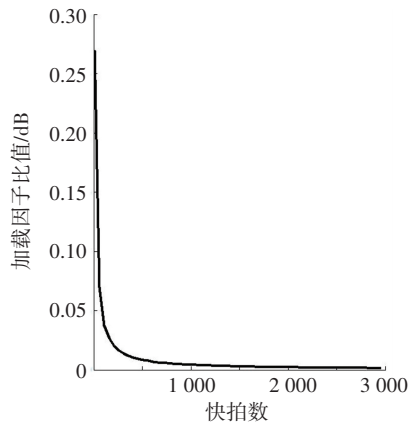


图 3 收缩因子比值随着快拍数目的变化

Fig.3 Shrinkage parameters ratio versus the number of snapshots

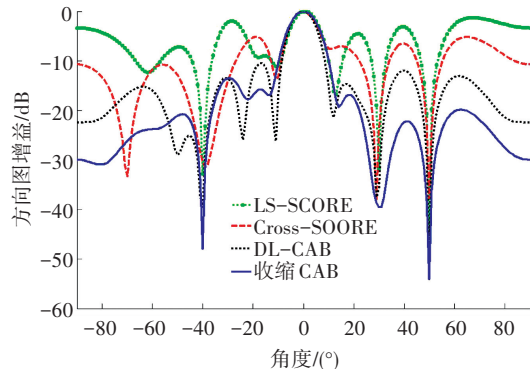


图 4 采样快拍数为 1 000 时的波束方向图

图 5 给出了最优 SINR、噪声子空间 (Noise subspace)、LS-Score、Cross-Score、CCAB、DL-CAB 和收缩 CAB 方法在不同采样快拍数目时的输出

SINR. 由于信噪比为 -20 dB 且阵元数目 $M = 10$, 此时理想的最优 SINR 为 $10\lg(M \cdot R_{\text{SN}}) = -10\text{ dB}$. 噪声子空间零陷形成方法只能在干扰处形成零陷, 而不能在卫星信号处形成波束. 因此, 在采样快拍数目达到 200 后, 其输出 SINR 近似等于输入信号的信噪比. 从图中还可看出, LS-Score、Cross-Score、CCAB、DL-CAB 和收缩 CAB 方法的输出 SINR 均能够随着采样快拍数目的增加而增大. 但是 LS-Score 算法的收敛速度很慢, 当采样快拍数目达到 3 000 时, 其输出 SINR 只能达到 -14 dB 左右. 与 LS-Score 算法相比, Cross-Score 和 CCAB 算法的收敛速度较快. 当采样快拍数目达到 3 000 时, 这两种方法的输出 SINR 能达到 -12 dB 左右. 但是这两种方法在低采样快拍数目下, 输出 SINR 均不高. 当在采样快拍数目达到 500 时, 它们的输出 SINR 不足 -16 dB . 另外, 在采样快拍数目低于 400 时, Cross-Score 算法的输出 SINR 低于 CCAB 方法所对应的值. 由于 DL-CAB 和收缩 CAB 方法均采用了加载信息量, 与其他算法相比收敛速度更快. DL-CAB 在采样快拍数目达到 1 500 时, 其输出 SINR 接近 -12 dB , 而收缩 CAB 方法在采样快拍数目为 500 左右时, 其输出 SINR 就已经达到 -12 dB . 在采样快拍数目低于 500 时, 收缩 CAB 方法的输出 SINR 明显比其他算法要高.

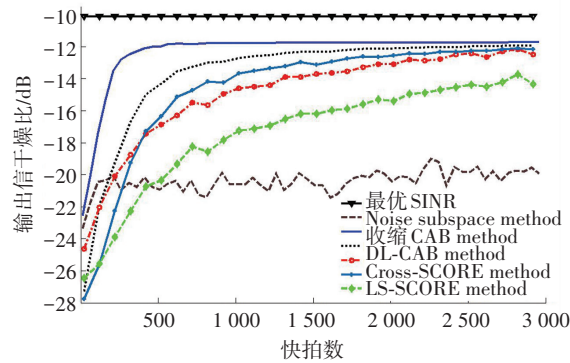
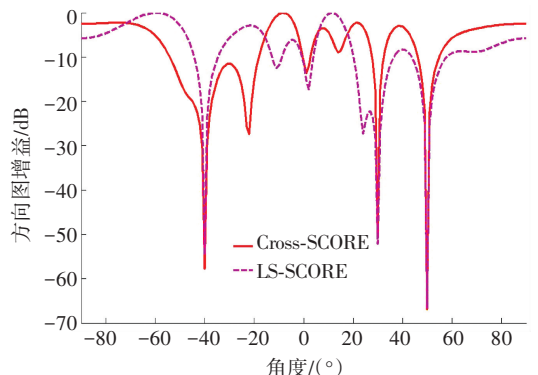


图 5 输出信干噪比随着采样快拍数目的变化曲线

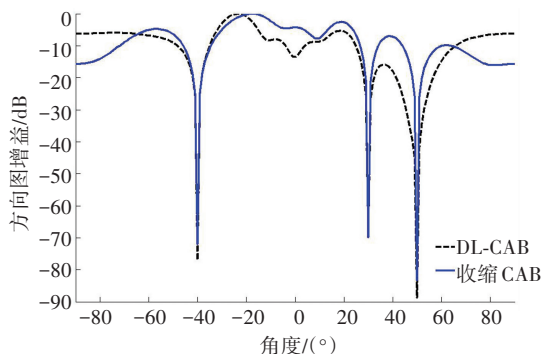
Fig.5 Output SINR versus the number of snapshots

实验 2 高功率干扰下的波束形成器性能分析. 在实验 2 中, 3 个干扰信号的信噪比分别设定为 30、40、50 dB, 对应的干信比分别为 50、60、70 dB, 干扰功率远大于卫星信号自身的扩频增益, 此处认为这些干扰信号为强干扰. LS-Score 波束形成算法中的控制向量 $\mathbf{g}$ 和 DL-CAB 波束形成算法中的对角加载量 ε 均与实验一中的参数相同. 图 6(a)、6(b) 分别给出了 LS-Score、Cross-Score 方法和 DL-CAB、收缩 CAB 方法在采样快拍数为 1 000 时的方向图增益. DL-CAB 和收缩 CAB 方法在干扰处所形成的零陷深度要大于 LS-Score 和 Cross-Score 方法.

但由于 3 个干扰信号的功率过强,单独依靠卫星信号的循环频率,采用频谱自相关重构(SCORE)类算法很难将卫星信号从干扰和噪声中提取出来.从图 6(a)中可以看出 LS-Score 和 Cross-Score 不能在卫星信号方向形成波束.而 DL-CAB 和收缩 CAB 方法是在 CAB 方法的基础上改进的,CAB 方法属于 SCORE 算法的一种特殊情况.从图 6(b)中可以看出,这两种改进的方法在干扰功率很高的情况下,也不能在卫星信号方向形成波束.



(a) LS-Score、Cross-Score 方法



(b) DL-CAB 和收缩 CAB 方法

图 6 采样快拍数为 1 000 时的波束方向图

Fig.6 Beampattern for snapshot number equal to 1 000

为了比较上述 LS-Score、Cross-Score、DL-CAB 和收缩 CAB 方法在高功率干扰情况下的输出 SINR,图 7 给出了这 4 种方法在不同采样快拍数目的输出 SINR.从图中可以看出,当采样快拍数目达到 300 时,LS-Score 算法的输出 SINR 基本上稳定在 -23 dB, Cross-Score 和 DL-CAB 算法的输出 SINR 在 -22 dB 上下波动.采样快拍数目在 300 ~ 1 000 之间时,收缩 CAB 方法的输出 SINR 基本上也维持在 -22 dB 左右.当采样快拍数目大于 1 000 时,收缩 CAB 方法的输出 SINR 缓慢波动增加.在采样快拍数目达到 3 000 时,其输出 SINR 为 -19 dB.观察这四种方法的输出 SINR,它们与噪声子空间方法的输出 SINR 值接近,这与它们的波束方向图也

类似而吻合.

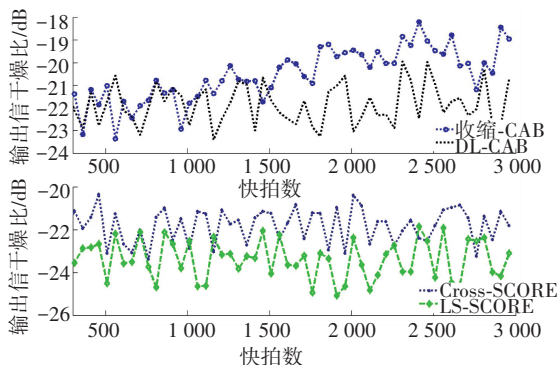


图 7 输出信干噪比随着采样快拍数目的变化曲线

Fig.7 Output SINR versus the number of snapshots

5 结 论

1) 当干扰功率较低且采样快拍数足够大时,LS-Score、Cross-Score、CCAB、DL-CAB 和收缩 CAB 方法均能够在干扰方向形成零陷、在卫星信号方向形成波束.与其他算法相比,所提出的收缩 CAB 算法的输出 SINR 相对较高,且收敛速度更快.

2) 在高功率干扰信号下,LS-Score、Cross-Score、CCAB、DL-CAB 和收缩 CAB 算法均只能够在干扰方向形成零陷,不能在卫星信号方向形成波束,但是所提出的收缩 CAB 算法的输出 SINR 仍略高于其他算法.

参考文献

- [1] NAPOLITANO A. Cyclostationarity: new trends and applications[J]. Signal Processing, 2016, 120(384): 385–480. DOI: 10.1016/j.sigpro.2015.09.011.
- [2] LEE J H, HUANG C C. Adaptive cyclostationary array beamforming with robust capabilities[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(6): 2486–2503. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2015.03.029.
- [3] 杨莘元,陈四根,郝敬涛.一种稳健的自适应波束形成方法[J].哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(10): 132–135.
YANG Shenyuan, CHEN Sigen, HAO Jingtao. Robust capon beamforming in high frequency surface wave radar [J]. Journal of Harbin Institute of technology, 2005, 37(10): 132–135.
- [4] ARJUNA M, NILAN U. Directional cyclostationary feature detectors using 2-D HIR RF spiral-antenna beam digital filters[C]//2014 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Melbourne: IEEE Press, 2014: 2499–2502. DOI: 10.1109/ISCAS.2014.6865680.
- [5] AMIN M G, SUN W. A novel interference suppression scheme for global navigation satellite systems using antenna array [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2005, 23(5): 999–1012. DOI: 10.1109/JSAC.2005.845404.
- [6] NAI S E, SER W, YU Z L, et al. Iterative robust minimum variance beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1601–1611. DOI: 10.1109/tsp.2010.2096222.

(下转第 112 页)