

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201605061

压缩感知的高分辨率天文图像去噪

张杰¹, 罗超², 史小平¹, 刘晓坤¹

(1.哈尔滨工业大学 控制与仿真中心, 哈尔滨 150080; 2.上海航天技术研究院, 上海 201109)

摘要:为提高高分辨率天文图像的重构质量,在传统压缩感知(compressed sensing, CS)迭代小波阈值算法的基础上,提出了一种基于小波维纳滤波的压缩感知去噪重构算法.该算法的设计方法为:在每次迭代过程中,使用设计的小波维纳滤波算子替代传统的小波阈值算子对获得的天文图像小波系数进行筛选,从而对小波阈值去噪方法重建图像过程中出现的伪吉布斯现象进行有效地抑制;然后使用全变差方法对去噪重建后的天文图像进行调整,以进一步提高重构图像的质量.仿真实验结果表明,与传统的迭代小波阈值算法相比,本算法可以获得较优的去噪重建性能,并且能有效地保护高分辨率天文图像的细节特征信息.此外,在压缩比较高的情况下,该算法仍然可以获得相对较高的视觉质量和峰值信噪比.

关键词: 高分辨率; 天文图像; 去噪; 压缩感知; 小波维纳滤波

中图分类号: TN911.73

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2017)04-0022-06

High resolution astronomical image denoising based on compressed sensing

ZHANG Jie¹, LUO Chao², SHI Xiaoping¹, LIU Xiaokun¹

(1.Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China;

2.Shanghai Academy of Spaceflight Technology, Shanghai 201109, China)

Abstract: To improve the quality of the reconstruction for high resolution astronomical image, a compressed sensing denoising and reconstruction algorithm, which combines wavelet with wiener filtering, is proposed based on the traditional compressed sensing (CS) iterative wavelet thresholding algorithm. The design method for this algorithm is that: a predesigned wavelet wiener filtering operator is used to replace the traditional wavelet threshold operator to select the wavelet coefficient of astronomical image in each iteration, thus the pseudo-gibbs phenomenon caused by the threshold denoising method in the reconstructed image can be suppressed effectively, and then the total variation method is used to adjust the reconstructed image for improving its quality. The experimental results show that the proposed algorithm can achieve better denoising and reconstruction performance, and can effectively protect the detailed feature information of high resolution astronomical image, compared with the traditional iterative wavelet thresholding algorithm. In addition, when the compression ratio is higher, the proposed algorithm can also help to the relatively higher visual quality and peak signal to noise ratio.

Keywords: high resolution; astronomical image; denoising; compressed sensing; wavelet wiener filtering

对天文图像进行采集和研究是深空探索的一个重要分支.从获得的天文图像中可以直接得知某一星体的地貌特征,是否存在未知生命等重要天文信息.由于采集得到的天文图像一般为高分辨率图像,这些图像的存储会给卫星或者其他探测设备自身携带的存储空间带来较大压力.更为重要的是,天文图像在采集和传输的过程中经常受到噪声信号的干扰,从接收到的天文图像中很难分辨出某些重要的特征信息,大部分接收到的图像都要经过二次处理.然而,由于高分辨率图像的数据量较大,目前存在的大部分去噪算法处理高维数据的能力有限,在图像

重构的过程中经常由于很难获得足够的原始信号信息导致重构图像的质量较差^[1-3].

为有效地解决高维信号的重构问题,国内外学者一直都在努力探索如何从高维信号中获得一种低维的信号结构,并且同时保证这种低维结构保存了重构原始信号所需要的全部数据,然后利用这种低维数据精确重构原始高维信号.即,对高维信号进行压缩,舍弃信号中非重要信息,直接使用信号中的重要信息进行信号重构.信号的稀疏表示^[3-4]是目前探索信号内部低维结构的一种比较简单的方式之一.

基于稀疏的思想,Donoho^[5]在2006年提出了著名的信号采样理论:压缩感知理论^[1-6].该理论指出:如果某一信号是稀疏的或者是可压缩的,则该信号就可以从少量的观测值中精确恢复.换言之,如果某一信号在某个正交基上是稀疏的,则可以使用一个低维测量矩阵对原始信号进行采样以获得低维数的

收稿日期: 2016-05-16

基金项目: 国家自然科学基金(61427809)

作者简介: 张杰(1986—),男,博士研究生;

史小平(1965—),男,教授,博士生导师

通信作者: 史小平, sxp@hit.edu.cn

信号观测值.最后使用重建算法从低维观测值中精确重构原始信号.

CS 理论充分利用了信号的稀疏特性,并且在信号采样的同时就已经完成了信号的压缩过程.传统的香农采样定理要求信号的采样速率必须大于或者等于 2 倍的信号带宽,而 CS 理论使用低于 2 倍信号带宽的采样速率仍可精确重构原始信号.

CS 理论包含 3 个重要部分:稀疏基的设计,测量矩阵的选取以及重构算法的设计.本文主要关注设计高性能去噪重建算法.经过近几年的发展,学者提出了许多的 CS 去噪算法,如迭代收缩阈值类(iterative shrinkage-thresholding, IST)算法^[7-8]、匹配追踪类算法^[9]、梯度方法^[10]和 Bregman 迭代方法^[11]等.通过分析可知,大部分 CS 去噪重建算法采用阈值的方法对原始信号进行去噪处理.然而,由于经常使用的稀疏基如小波变换、轮廓波变换等缺乏平移不变性^[12-13],采用阈值去噪会导致重构的图像中出现伪吉布斯效应.因此,本文将小波维纳滤波算子替代阈值算子对图像的小波系数进行筛选,进而提出了基于小波维纳滤波算子的 CS 重建算法.使用本文算法对高分辨率天文图像进行去噪重建处理,实验结果表明,本文算法能有效地提高天文图像的重构质量,获得较高的峰值信噪比.

1 压缩感知去噪模型

经典的去噪问题可描述为

$$y = f + e.$$

式中: f 为任意 $N \times 1$ 信号; e 为加性噪声,本文考虑为零均值高斯白噪声; y 为含噪观测值.对于高维数信号, N 值越大,则观测值 y 的维数就越高,在图像重构时,从 y 中寻找有效的原始先验数据就越困难.

本文使用低维 $M \times N$ ($M \ll N$) 非自适应矩阵(CS 测量矩阵) Φ 对信号 f 进行观测,进而得到低维含噪观测值 $y: M \times 1$,可描述为

$$y = \Phi f + e. \quad (1)$$

由于 $M \ll N$,因此从 y 中重构原始信号 f 是一个病态问题.然而由压缩感知理论可知:如果信号在某个正交基 Ψ 上是稀疏的,同时测量矩阵 Φ 与正交基 Ψ 不相干,则原始信号就可以获得高概率重建^[1-4].同时,式(1)可以转化为

$$y = \Phi \Psi s + e = \Theta s + e,$$

式中 $s = \Psi^{-1}f$ 为稀疏系数. $\Theta = \Phi \Psi$ 可以作为 CS 测量矩阵直接对稀疏系数进行观测.本文将正交小波作为信号稀疏基 Ψ .

正则化方法^[14-15]经常用来求解以上病态问题,

而这类方法通常转化为满足某些稀疏限制条件的最小 l_p 范数问题进行求解,即

$$\min_f \|y - \Phi f\|_2^2 + \lambda \|\Psi^{-1}f\|_p.$$

式中: λ 为正则化参数;第 1 项为惩罚项,用来估计观测值与计算值之间的偏差;第 2 项为正则化项,它代表原始信号的先验信息; Ψ^{-1} 可以看作是正则化运算算子,根据针对不同先验信息的 Ψ^{-1} ,学者已经提出了许多的正则化方法,如全变差正则化.本文将 CS 重构问题转化为最小 l_1 范数问题来解决,可表示为

$$\min_f \|y - \Phi f\|_2^2 + \lambda \|\Psi^{-1}f\|_{l_1}.$$

2 本文重构算法

在压缩感知中,IST 算法的设计过程比较简单且易于实现,其迭代过程可描述为

$$f_{k+1} = H_w(f_k + \Phi^T(y - \Phi f_k)),$$

式中 $H_w(\cdot)$ 为阈值算子,通常考虑为硬阈值算子,可表示为

$$H_w(f_k) = \begin{cases} f_k, & |f_k| \geq T; \\ 0, & |f_k| < T. \end{cases} \quad (2)$$

式中: $T = \sigma \sqrt{2 \log(N \times N)}$ 为硬阈值; σ 为噪声标准差.对于高分辨率图像,阈值 T 的值会由于 $N \times N$ 的值较大而变的过大,在迭代重构的过程中丢失较多的图像信息.

此外,从式(2)可以看出硬阈值函数在 $\pm T$ 处存在断点,在图像重构的过程中会产生较大的震荡效应,最终导致重构的图像中出现伪吉布斯现象.为消除阈值函数的缺陷,本文将小波维纳滤波算子代替硬阈值算子对天文图像信息进行筛选.

2.1 小波维纳滤波算子

对原始图像进行随机投影得到的观测值为独立同分布的高斯信号,可以认为是在原始清晰图像中加入了高斯白噪声^[16-17].小波系数通常被认为是条件独立的高斯随机变量,而噪声信号则是统计独立的零均值高斯变量^[18].因此原始含噪图像的小波系数 a_n 可表示为

$$a_n = a_p + \zeta.$$

式中: a_p 为纯净图像的小波系数, ζ 为噪声的小波系数.由于维纳滤波器是一种最小均方误差滤波器,因此滤波器系数 c 可以表示为

$$c = \frac{\theta^2(k)}{\theta^2(k) + \hat{\sigma}_n^2},$$

式中 $\theta^2(k)$ 为小波系数方差,由于小波系数与噪声信号两者相互独立,可以采用 5×5 LAWMAP 方法^[18]进行计算,即

$$\theta^2(k) = \max \left(\frac{Q}{4\lambda} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\lambda}{Q^2} \sum_{i \in N(k)} a_n^2(i)} \right] - \hat{\sigma}_n^2, 0 \right).$$

式中: Q 为 $N(k)$ 中的系数数量; $N(k)$ 为以 $a_n(k)$ 为中心的 5×5 邻域. 参数 λ 可以采用文献[18]中的方法进行计算.

$\hat{\sigma}_n$ 为噪声小波系数的标准差, 在实际当中, 噪声是未知的, 本文采用鲁棒性中值估计方法进行估算, 可表示为

$$\hat{\sigma}_n = \frac{\text{Median}(|a_n|)}{0.6745}.$$

本文设计的小波维纳滤波算子 $H_s(\cdot)$ 为

$$H_s(a_n) = \frac{\theta^2(k)}{\theta^2(k) + \hat{\sigma}_n^2} a_n.$$

2.2 去噪算法

在图像去噪中, 全变差 (total variation, TV) 方法^[19-20]能够有效地抑制图像中的伪吉布斯现象, 提高重构图像质量. 因此, 这里将全变差方法应用到本文的去噪算法当中, 对重构的图像进行调节.

本文算法的具体步骤总结如下:

1) 初始化迭代次数 $m=1$ 和重构图像 $f_m=0$.

2) 对原始图像进行随机投影观测, 得到含噪观测值 $y = \Phi f + e$.

3) 计算小波维纳滤波算子 $H_s(\cdot)$.

4) 使用得到含噪观测值 y 迭代重建图像, 可描述为

$$f_w = f_{m-1} + \Phi^T(y - \Phi f_{m-1}).$$

5) 将得到的图像 f_w 进行小波变换, 并使用小波维纳滤波算子 $H_s(\cdot)$ 对图像的小波信息进行筛选, 可描述为

$$f_s = H_s(\Psi^T f_w).$$

6) 通过小波逆变换 $f_m = \Psi f_s$, 重建去噪后的图像.

7) 如果满足迭代停止条件 $\|f_m - f_{m-1}\| \leq \varepsilon$, 则进入步骤 8); 否则令 $m = m+1$, 重复步骤 4) ~ 6), 进入下一次迭代过程.

8) 利用式 (3) 对去噪重建的天文图像 f_m 进行 TV 调整.

$$f_m = f_m - \frac{\partial \text{TV}(f_m)}{\partial f_m} \cdot \frac{q}{m}, \quad (3)$$

其中 q 表示 TV 调整步长. 同时,

$\text{TV}(f_m) =$

$$\sum_{i,j} \sqrt{[f_m(i+1,j) - f_m(i,j)]^2 + [f_m(i,j+1) - f_m(i,j)]^2}.$$

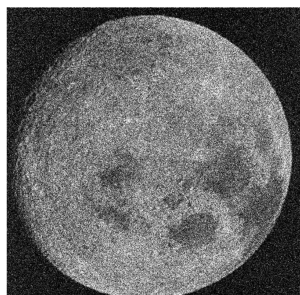
9) 输出调整后的重构图像.

3 实验及分析

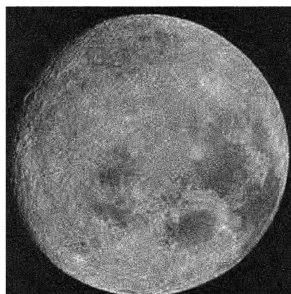
本文首先设定压缩比为 3, 高斯白噪声标准差 $\sigma_n = 10$, 并引入峰值信噪比 (PSNR) 对重构图像的质量进行评价. 由于重构一幅高分辨图像需要较长的时间, 为节省重构时间 (reconstruction time, RT), 本文从大小为 5120×3840 的高分辨率图像中取出部分 1024×1024 的图像作为实验图像. 为测试本文算法的去噪能力, 将它与迭代硬阈值算法 (IHT)、改进的正交匹配追踪算法 (IOMP)^[21] 和快速重建去噪算法^[22] 对比. 首先测试拍摄的月球图像, 图 1 显示了不同算法的重构结果.



(a) 原始图像

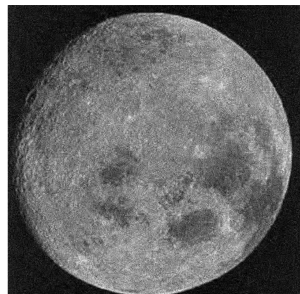


(b) 含噪图像



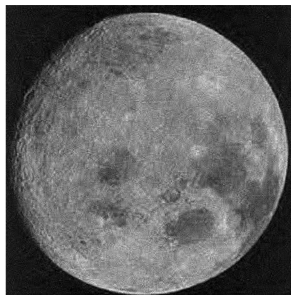
(c) IHT 算法

(PSNR=25.32 dB, RT=56.04 s)



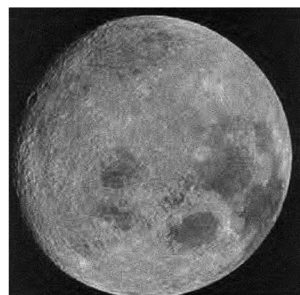
(d) IOMP 算法

(PSNR=26.82 dB, RT=70.73 s)



(e) 文献[22]

(PSNR=27.64 dB, RT=75.48 s)



(f) 本文算法

(PSNR=28.69 dB, RT=82.29 s)

图 1 不同算法的重构结果

Fig.1 The reconstructed results from different algorithms

从图 1 可以看出, 与其他 3 种算法相比, 本文算法能够恢复一幅清晰的天文图像, 同时获得的 PSNR 值较高, 但是花费的重构时间较长.

设定 $\sigma_n = 10$, 图 2 显示了不同算法随压缩比增加得到的 PSNR 和 RT 变化曲线.

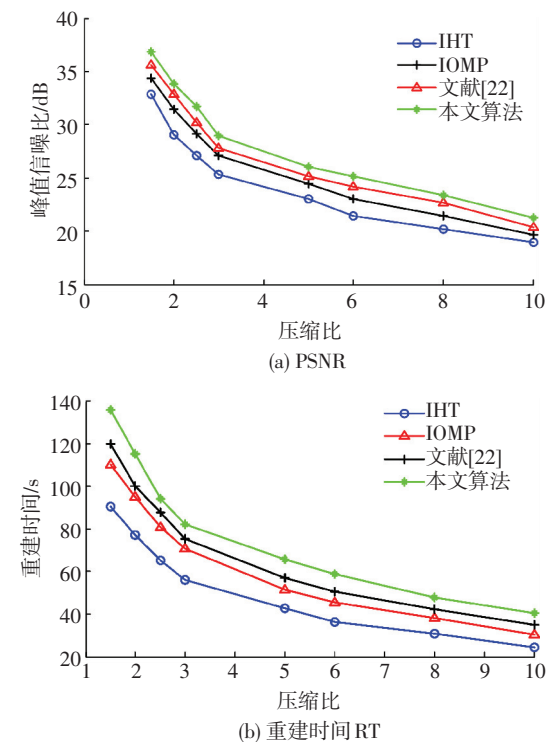


图 2 不同算法得到的曲线

Fig.2 The reconstructed curves from different algorithms

从图 2 可以看出,随着压缩比的增大,不同算法的重构性能逐渐降低.但与其他算法相比,本文算法能获得相对较高的 PSNR 值,同样也需要相对较长的重构时间.从图 2 中也可以注意到,当压缩比较高时,本文算法仍可获得相对较高的 PSNR 值.

测试 1 024×1 024 土星图像,设定压缩比为 10 和 $\sigma_n = 10$,图 3 显示了不同算法重构得到的图像.从图 3 可以看出,当压缩比较高时,本文算法仍具有相对较好的去噪重建性能.

测试更多的天文图像,表 1 显示了当 $\sigma_n = 10$ 时,不同算法随压缩比降低时得到的 PSNR.表 2 显示

了当压缩比为 3 时,不同重构算法随 σ_n 增加时重构得到的 PSNR 值.

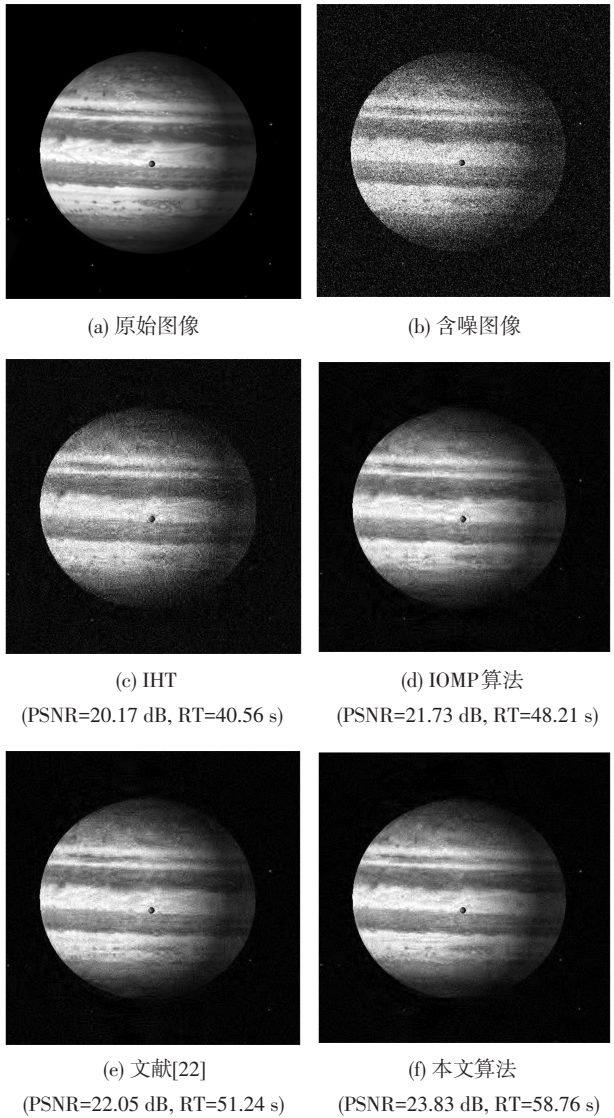


图 3 不同算法重构得到的图像

Fig.3 The images reconstructed by different algorithms

表 1 不同压缩比下得到的 PSNR

Tab.1 PSNR versus compression ratio

图像	算法	压缩比							dB
		10.0	8.0	6.0	5.0	3.0	2.5	2.0	
土星	IHT	20.17	22.28	24.31	25.08	27.24	29.66	30.89	
	IOMP	21.73	23.19	25.24	26.48	28.47	30.45	32.26	
	文献[22]	22.05	24.67	26.15	28.26	29.82	31.16	33.43	
	本文算法	23.83	25.29	27.82	30.59	31.46	34.09	35.23	
火星	IHT	20.35	22.09	23.16	24.31	26.58	29.32	31.54	
	IOMP	21.97	23.62	25.17	26.49	28.13	30.61	32.33	
	文献[22]	22.68	24.89	26.18	27.43	29.12	31.19	33.12	
	本文算法	24.02	25.94	27.21	28.56	30.16	32.51	34.97	

从表 1 也可以看出,针对不同的天文图像,本文算法仍然具有较好的去噪重建能力.从表 2 可以得知,

随着 σ_n 的增加,不同算法的去噪能力逐渐降低,但与其他算法相比,本文算法获得的 PSNR 值相对较高.

表 2 不同 σ_n 下得到的 PSNR 值

		Tab.2 PSNR versus σ_n						dB
图像	算法	σ_n						
		10	20	30	40	50	60	
月球	IHT	25.32	24.97	24.63	22.92	20.09	18.15	
	IOMP 算法	26.82	26.15	25.32	24.15	22.34	20.63	
	文献[22]	27.64	27.02	26.68	25.58	23.48	21.56	
	本文算法	28.69	28.12	27.76	26.08	24.47	22.32	
土星	IHT	27.24	26.85	24.32	23.73	21.16	19.97	
	IOMP 算法	28.47	27.67	25.05	24.34	22.92	20.83	
	文献[22]	29.82	28.59	27.13	25.68	23.57	21.18	
	本文算法	31.46	30.28	28.67	27.01	26.32	25.19	
火星	IHT	26.58	25.81	24.92	23.69	21.46	19.67	
	IOMP 算法	28.13	27.08	25.26	24.38	22.71	20.35	
	文献[22]	29.12	28.43	27.62	25.03	23.84	21.79	
	本文算法	30.16	29.48	27.28	26.36	24.39	22.54	

测试本文算法对天文图像局部特征的重构能力,从高分辨率月球图像中截取大小为 512×512 的局部特征图像作为实验图像.设定压缩比为 3 和 $\sigma_n=10$,图 4 显示了文献[22]算法和本文算法的重构结果.从重构图像可以看出,本文算法能够恢复较多的细节和纹理特征.

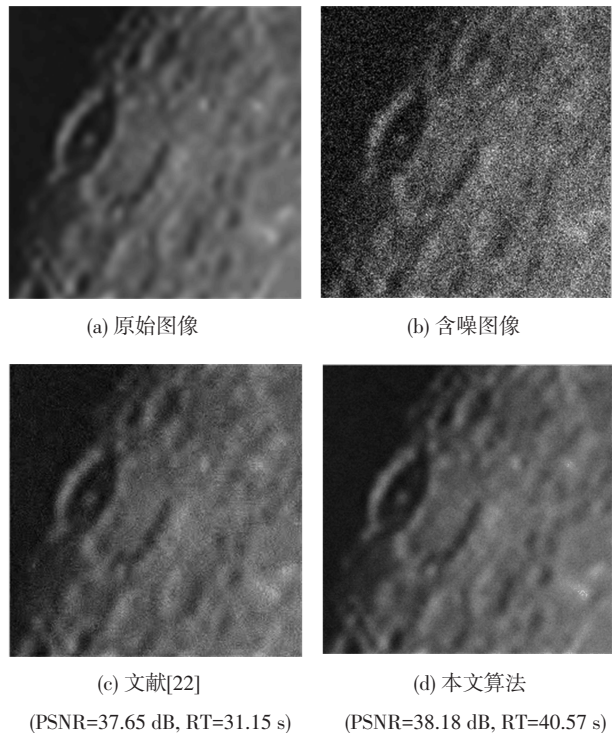


图 4 两种算法重构结果

Fig.4 The reconstructed results from two algorithms

4 结 论

1) 本文将小波维纳滤波算子替代压缩感知迭代阈值算法中的小波阈值对高分辨率天文图像进行

筛选,并使用全变差方法对获得的重构图像进行调整,进而提出了基于小波维纳滤波的迭代阈值改进算法.

2) 本文算法与 IHT、IOMP 和文献[22]算法的对比结果表明,本文算法能够获得较优的重建性能,同时可以有效地保护高分辨率天文图像的细节特征.当压缩比较高时,该算法也能获得相对较高的峰值信噪比.

3) 尽管本文算法具有较优的去噪性能,但是消耗的重构时间相对较长,因此如何降低算法的重构时间是以后研究的重点.

参考文献

[1] SHI Xiaoping, ZHANG Jie. Reconstruction and transmission of astronomical image based on compressed sensing [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016, 27(3):680-690.DOI: 10.1109/JSEE. 2016.00071.

[2] 李洋. 压缩感知在天文图像中的应用研究[D]. 南京:南京信息工程大学,2014.

LI Yang. Research of compressed sensing in astronomy images[D]. Nanjing: Nanjing University of Information Science & Technology, 2014.

[3] BENEDETTO J J. Compressed sensing and its application [M]. USA: Birkhauser, 2010: 319-418.

[4] CANDES E, ROMBERG J. Sparsity and incoherence in compressive sampling[J]. Inverse Problems, 2007, 23(3): 969-985.DOI:10. 1088/0266-5611/23/3/008.

[5] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.DOI: 10.1109/TIT. 2006.871582.

[6] ELDARY C, KUTYNIOK G. Compressed sensing: theory and applications[M]. New York: Cambridge University Press, 2012: 1-515.

[7] BLUMENSATH T, DAVIES M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 27(3): 265 – 274. DOI: 10. 1016/j.acha. 2009. 04.002.

[8] BECK A, TEOULLE J A. Fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. SIAM Journal of Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183–202.DOI: 10.1137/080716542.

[9] JOEL A T, ANNA C G. Signal recovery from random measurement via orthogonalmatching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655 – 4666. DOI: 10.1109/ TIT.2007.909108.

[10] 王振国. 基于极大似然原理的天文图像盲恢复与重建[D]. 郑州:解放军信息工程大学, 2006.

WANG Zhenguo. Astronomical images blind restoration and reconstruction base on the maximum likelihood[D]. Zheng zhou: The PLA Information Engineering University, 2006.

[11] YIN W, OSHER S.Bregman iterative algorithms for l_1 minimization with applications to compressed sensing [J]. SIAM Journal of Imaging Sciences, 2008, 1 (1): 143 – 168. DOI: 10. 1137/ 070703983.

[12] 王蓓,张根耀,李智,等. 基于新阈值函数的小波阈值去噪算法 [J].计算机应用, 2014, 34(5): 1499 – 1502. DOI:10. 11772/ j.issn.1001–9081.2004.05.1499.

WANG Pei, ZHANG Genyao, LI Zhi, et al. Wavelet threshold denoising algorithm based on new threshold function[J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(5): 1499 – 1502. DOI: 10. 11772/j.issn.1001–9081.2004.05. 1499.

[13] BINH N T, ASHISH K. Multilevel threshold based on imagedenoising in curvelet domain [J]. Journal of Computer Science, 2010, 25(3): 632 – 640. DOI: 10. 1007/s11390 – 010–9352–y.

[14] TIKHONOV A N, GONCHARSK A, STEPANOV V V. Numerical methods for the solution of ill-posed problems[M]. USA: Springer, 2013:32–76.

[15] CANDES E, TAO T. Decoding by linear programming[J]. IEEE transactions on Information Theory, 2005, 51(12): 4203 – 4215. DOI: 10.1109/TIT.2005.858979.

[16] CANDES E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489 – 500. DOI: 10. 1109/ TIT. 2005. 862083.

[17] 李林,孔令富,练秋生.基于轮廓波维纳滤波的图像压缩传感重构[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(10): 2052 – 2055. DOI: 10. 3321/j.issn:0254–3087.2009.10.008.

LI Lin, KONG Lingfu, LIAN Qiusheng. Image compressed sensing reconstruction based on contourlet wiener filtering [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(10): 2052–2055. DOI: 10.3321/j.issn:0254–3087.2009.10. 008.

[18] MIHCAK K, KOZINTSEV I. Low-complexity imagedenoising based on statistical modeling of wavelet coefficients [J]. IEEE Signal Processing Letter, 1996, 6(12): 300 – 303. DOI: 10.1109/97. 803428.

[19] RUDIN L, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physical D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1/2/3/4): 259–268. DOI: 10. 1016/ 0167–2789(92) 90242–F.

[20] MA J W, DIMET F L. Deblurring from highly incomplete measurements for remote sensing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(3): 792 – 802. DOI: 10.1109/TGRS.2008.2004709.

[21] 邹建成,樊立.一种基于压缩感知的图像去噪方法[J]. 北方工业大学学报, 2012, 24(1): 1 – 7. DOI: 10.3969/ j.issn. 1001– 5477.2012.01.001.

ZHOU Jiancheng, FAN Li. A method of image denoising based on compressive sensing [J]. Journal of North China University of Technology, 2012, 24(1): 1–7. DOI: 10. 3969/ j.issn.1001–5477. 2012.01.001.

[22] 王小刚,田小平,吴成茂. 基于压缩感知的图像快速重构去噪算法[J]. 西安邮电学院学报, 2012, 17(4): 12–20. DOI: 10.3969/ j.issn.1007–3264.2012.04.004.

WANG Xiaogang, TIAN Xiaoping, WU Chengmao. Fast reconstruction denoising algorithm of gray image based on compressive sensing [J]. Journal of Xi’ an Institute of Posts and Techcommunications, 2012, 17(4): 12 – 20. DOI: 10.3969/ j.issn. 1007–3264.2012.04.004.

(编辑 张 红)