DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201509008

# 一种确定性星座对地覆盖计算方法

陈晓宇1,戴光明1,2,王茂才1,2,宋志明1,2

(1.中国地质大学 计算机学院,武汉 430074; 2.智能地学信息处理湖北省重点实验室(中国地质大学),武汉 430074)

摘 要:为提高星地覆盖计算精度和效率,研究了星座对地覆盖问题.首先,分析了星座对地覆盖几何特性,着重研究了基于 Delaunay 三角网和 Voronoi 图的星座空间几何构形划分方法;其次,通过定义卫星的所属覆盖区域,将星座对地覆盖问题简化 为单星覆盖问题.并在此基础上提出了星座对任意类型地面目标覆盖能力的精确、快速计算方法;最后,比较不同覆盖目标下, 所提出的方法和经典的网格点划分方法的计算精度和计算效率.实验结果表明,所提出方法具有正确性和高效性,且该方法可 以有效应用于卫星星座优化设计和性能分析中.

关键词:卫星星座;覆盖计算;性能分析;Delaunay 三角网;Voronoi 图

中图分类号: V474 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2017)04-0055-06

# Deterministic method for coverage of constellation to ground region

CHEN Xiaoyu<sup>1</sup>, DAI Guangming<sup>1,2</sup>, WANG Maocai<sup>1,2</sup>, SONG Zhiming<sup>1,2</sup>

(1.School of Computer, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2.Hubei Key Laboratory of Intelligent Geo-Information Processing (China University of Geosciences), Wuhan 430074, China)

Abstract: To improve the coverage accuracy and efficiency of the satellite, the geometric characteristic related to satellite coverage of a ground region is analyzed, and the division method for space geometric configuration of constellation is mainly studied based on the properties of the Delaunay triangulation and the Voronoi Diagram. Subsequently, the constellation coverage problem is simplified into multiple one-satellite coverage problems by defining the coverage area of each satellite. Furthermore, an accurate and effective approach to solve the satellite constellation coverage problem for any type of coverage area is put forward. Finally, the comparison of accuracy and efficiency between the proposed approach and the classic Grid-point method is given for different target areas. The test result shows that the proposed method is valid and more efficient. The proposed method can also be used in satellite constellation optimization design and performance evaluation.

Keywords: satellite constellation; coverage calculation; performance analysis; delaunay triangulation; Voronoi diagram

随着卫星技术的发展,由多颗星组成的星座系 统在多个领域都得到了重要的应用<sup>[1-2]</sup>.不论是遥感 卫星对地成像,还是通信卫星与地面站进行数据交 换都涉及到卫星对地覆盖分析.并且大多数的星座 优化设计和分析都是基于卫星对地球表面的可视性 计算实现的<sup>[3]</sup>.

目前,卫星星座对地覆盖问题最常用的方法是 网格点法.Morrison<sup>[4]</sup>在1973年就提出将区域按照 某种规则划分为若干个网格,用卫星对网格点的覆 盖能力来表示卫星对整个网格区域的覆盖能力.文 献[5]在分析星座对地覆盖性能时,也是将目标区 域进行均匀网格划分,计算星座在任意时刻对目标 区域的覆盖情况.文献[6]通过将空间球面圆进行网

**通信作者:**戴光明,gmdai@cug.edu.cn

格划分,分析了低轨凝视传感器的空间球面覆盖性 能,文献[7]分别在近空间平台对地区域覆盖优化 设计和考虑多项卫星配置参数下通信卫星星座设计 中,将地球表面进行网格划分,分析航天器覆盖性 能.文献[8]采用网格点抽样的方法进行覆盖率计 算,并从理论上推导了网格点法划分大小和计算误 差之间的关系.但是,通过将目标区域划分为足够多 的点进行星座对地覆盖计算与覆盖性能分析,主要 缺点是计算效率低,且不能保证计算结果的可靠性.

文献[9]通过对星座空间几何构形进行划分, 研究了全球连续性完全覆盖下的 Rosette 星座优化 设计方法.文献[10]采用改进网格点法进行星座对 地面目标覆盖性能计算,研究了通用航空飞行器组 网星座的优化设计.文献[11]提出一种半长轴分析 方法进行全球连续性覆盖周期性轨道设计,该算法 通过绘制卫星每次经过不同纬线圈时的升交点和降 交点,然后进行统计排序,从而判断是否存在缝隙.

收稿日期:2015-09-02

基金项目:国家自然科学基金(41571403,61472375,61103144)

作者简介:陈晓宇(1990—),男,博士研究生;

戴光明(1964—),男,教授,博士生导师

这几种方法在计算效率上都有所提高,但只局限于 对全球目标的完全覆盖分析.文献[12]通过定义覆 盖状态函数和覆盖区域函数,分析了星座对区域的 完全覆盖问题和连续性覆盖问题,提出了卫星在固 定时刻对纬线的覆盖范围计算方法,消除了抽样对 覆盖结果的可信度影响,但该方法同样要基于经度 条带的划分精度.

根据卫星对地覆盖几何特性,基于球面 Delaunay 三角网络和 Voronoi 图的性质以及快速构 建方法,本文定义了卫星的所属覆盖区域,并对该区 域做了定性与定量描述,从而将多星覆盖问题转换 为单星覆盖问题,旨在提出满足覆盖约束下,星座对 任意类型地面目标区域的确定性计算方法,从而精 确、快速地计算星座对目标区域的覆盖能力.

1 星座对目标区域覆盖能力分析

#### 1.1 卫星对地覆盖几何特性

已知地球半径为 $R_{e}$ ,卫星轨道高度为h,受地面 目标最小观测仰角 $\gamma_{min}$ 的约束,卫星对地的最大覆 盖半幅宽为<sup>[13]</sup>

$$d = \cos^{-1} \left( \frac{R_e \cdot \cos(\gamma_{\min})}{R_e + h} \right) - \gamma_{\min}$$

同时,对于一个由轨道高度相同的圆轨道卫星构成的星座,已知*A*,*B*,*C*是该星座中任意 3 颗星的星下点,要保证球面 Δ*ABC*内任意一点都能被覆盖,只需要确保 Δ*ABC*内距离 3 个顶点最远的点 *P* 被覆盖.可见,将 1 个由 *N* 颗星构成的星座,在任意状态下的空间几何构形剖分成若干个相邻且互不相交的球面三角形.计算三角网中所有球面三角形内最远点 *P* 到顶点的半径 *r<sub>i</sub>*,如果满足<sup>[10]</sup>:

*d* ≥ max{*r<sub>i</sub>*},(*i* = 1,2,…,*n*). 则卫星星座在当前状态下可以实现一重全球完全覆 盖,若在整个星座重构周期内的任意时刻该条件都 成立,则表明该卫星星座能够实现一重连续性全球 完全覆盖.

1.2 星座对地覆盖分析

**定义1** 卫星的邻接结点.球面三角网剖分结果中,将包含卫星星下点的球面三角形的外接圆圆心记作该卫星的邻接结点.

**定义2** 卫星的邻接多边形.以卫星星下点为中心,依次顺序连接该点的所有邻接结点围成的多边形区域.

**定义3** 卫星所属覆盖区域.卫星的邻接多边形 区域和目标覆盖区域的相交区域.

已知卫星星座  $C = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ ,通过对某一时 刻星座在地球表面上投影点的空间几何构形进行球 面 Delaunay 三角网剖分和 Voronoi 图划分,其性质决 定了当前时刻星座中如果存在1颗卫星 S<sub>i</sub> 不能实现 对其所属覆盖区域的完全覆盖,则对于任意的 S<sub>j</sub> 都 不能对 S<sub>i</sub> 的所属覆盖区域的漏缝进行覆盖,即该状 态下,星座必然不能实现对目标区域的完全覆盖.因 此,要实现对目标区域的完全覆盖,则整个星座中所 有卫星均能实现对其所属覆盖区域的完全覆盖.

2 卫星对其所属覆盖区域的覆盖计算

由上述分析可见,星座对地覆盖问题可以转换 为多个独立的单星对其所属覆盖区域的覆盖问题, 并且生成的卫星所属覆盖区域是球面大圆弧段和小 圆弧段围城的多边形区域,因此,卫星对其所属覆盖 区域的覆盖计算,就可以归结为卫星实际覆盖圆与 其所属覆盖区域的相交性的分析和两球面圆的相交 区域计算.

对于一个由多个球面大圆弧段和小圆弧段围成 的球面区域  $\Omega$ ,将区域的边界记为  $\partial\Omega$ ,区域的内部记 为  $\Omega$ ,区域的外部记为  $\Omega^{\dagger}$ .区域边界  $\partial\Omega$  的顶点集合 为  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,区域边界  $\partial\Omega$  上的所有弧段集合 为  $E = \{\widehat{v_1v_2}, \widehat{v_2v_3}, \dots, \widehat{v_nv_1}\}$ ,所对应的弧段的圆心和半 径集合分别为 $\{o_{12}, o_{23}, \dots, o_{n1}\}$ 和 $\{r_{12}, r_{23}, \dots, r_{n1}\}$ .将 球面上的任意一点 p 到弧段 $\widehat{v_iv_j}$ 所在球面圆的圆心  $o_{ij}$ 的球面距离记作 dis $(p, o_{ij})$ .如果  $\forall \widehat{v_iv_j}$ , dis $(p, o_{ij}) \leq r_{ij}$ 成立,则  $p \in \Omega$ ;如果  $\exists \widehat{v_iv_j}$ , dis $(p, o_{ij}) > r_{ij}$ 成立,则  $p \in \Omega^{*}$ .

## 2.1 卫星对其所属覆盖区域的覆盖能力计算

对于地球表面上的一点 p, 以 p 点为圆心,  $\alpha$  为 半径画圆, E, F 是圆上任意两点.  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  分别为点 E和点 F 相对于圆心 p 的方向角,则球面扇形 $p\widehat{EF}$ 的 有向面积为

 $S_{p\widehat{EF}} = (\theta_2 - \theta_1) \cdot R_e^2 \cdot (1 - \cos \alpha).$ 

已知球面上的两点  $O_1, O_2$ ,其球面距离为 d,以  $O_1$  点为圆心,  $\alpha$  为半径画圆,记作  $\Theta_1$ ,以  $O_2$  点为圆 心, r 为半径画圆,记作  $\Theta_2$ ,圆  $\Theta_1$  和  $\Theta_2$  相较于  $p_1$ ,  $p_2$  两点,将由点  $O_2$  和弧段 $\widehat{p_1p_2}$ 围成的区域记作 R, 区域的面积记作  $S_R$ .

如果  $d < \alpha$  且  $\alpha - d < r < \alpha + d$ , 即  $O_2$  点在圆  $\Theta_1$  内部, 如图 1 所示, 区域 R 如图 1 中阴影部分所示.则

 $S_{R} = S_{o_{1}p_{1}p_{2}} - S_{o_{1}o_{2}p_{1}} - S_{o_{1}o_{2}p_{2}}.$ 

如果  $d \ge \alpha$ ,即  $O_2$  点在圆  $\Theta_1$  外部.此时,当两圆 相交且满足 cos  $d = \cos \alpha \cdot \cos r$ ,则可得到两个球面 直角三角形  $O_1 M O_2$  和  $O_1 N O_2$ ,其中,M, N 为两圆的 交点. 当  $d-\alpha < r < a \cos(\cos \alpha)$ ,如图 2 所示,区 域 R 如图 2 中阴影部分所示,则

$$S_{R} = S_{O_{2}p_{1}p_{2}} - (S_{O_{2}p_{1}p_{2}} + S_{O_{1}p_{2}p_{1}} - S_{O_{1}p_{2}p_{1}}).$$

当 *a*cos(cos *d*/cos *α*) ≤*r*<*α*+*d*,如图 3 所示,区 域 *R* 如图 3 中阴影部分所示,则

$$\begin{split} S_{R} &= (S_{O_{2}Mp_{1}} + S_{O_{1}Mp_{1}} - S_{O_{1}Mp_{1}}) + S_{O_{2}p_{1}p_{2}} + \\ & (S_{O_{2}p_{2}N} + S_{O_{1}p_{2}N} - S_{O_{1}p_{2}N}) - (S_{O_{2}MN} + S_{O_{1}NM} - S_{O_{1}NM}). \end{split}$$



图1 球面扇形面积计算

Fig.1 Area calculation of the sector region on spherical



图 2 球面两弧度围成面积计算

Fig.2 Area calculation of the region enclosed with arcs



图 3 球面两弧度围成面积计算



### 2.2 星座对地覆盖率计算

将卫星  $S_i$  的邻接结点集合记作  $V_i = \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{im}\}$ ,在目标区域  $\Omega$ 内的卫星邻接结点集合记作  $P_i, P_i = \{v_{ij} | v_{ij} \in V_i, v_{ij} \in \Omega\}$ ,卫星的邻接多边形  $A_i$ 和目标区域边界的交点集合记作  $Q_i, Q_i = \{v | v \in \partial A_i \cap \partial \Omega\}$ .则卫星所属覆盖区域边界的顶点集合  $F_i = P_i \cup$ 

 $Q_i$ ,记作  $F_i = \{f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{in}\}$ ,  $\partial \Omega_i$  上的球面弧段集合 为  $E_i = \{\widehat{f_{i1}f_{i2}}, \widehat{f_{i2}f_{i3}}, \dots, \widehat{f_{in}f_{i1}}\}$ ,且在每条弧段中都记 录了该弧段的所在球面圆圆心、半径,以及弧段边界 点相对球面圆圆心的方向角.

以 $O_i$ 为圆心,r为半径做球面圆 $\Theta$ ,与卫星所属 覆盖区域 $\Omega_i$ 的相交区域记作 $R_i$ , $R_i$ 就是卫星 $S_i$ 的 实际覆盖区域.依次判断卫星所属覆盖区域边界 $\partial\Omega_i$ 上的球面弧段 $\widehat{f_{i1}f_{i2}}, \widehat{f_{i2}f_{i3}}, \dots, \widehat{f_{in}f_{i1}}$ 和覆盖圆 $\Theta$ 的相交 性,计算得到卫星实际覆盖区域 $R_i$ 的边界顶点集合  $T_i, T_i = \{t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{ii}\}, 以及\partial R_i$ 上的球面弧段集合  $W_i = \{\widehat{t_{i1}t_{i2}}, \widehat{t_{i2}t_{i3}}, \dots, \widehat{t_{ii}t_{i1}}\}.$ 2.2.1 覆盖目标是全球区域

将全球区域按球面 Voronoi 图剖分方法进行划 分,得到每颗卫星所属覆盖区域,如图 4 所示,此时, 卫星  $S_i$ 的所属覆盖区域  $\Omega_i$  就是其所属多边形区域  $A_i$ .图中,由顶点  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  围成的球面多边形 区域就是卫星  $S_i$ 的所属覆盖区域  $\Omega_i$ ,阴影部分是卫 星对其所属覆盖区域的实际覆盖区域.



当卫星覆盖圆半径  $r=r_1$  时,卫星实际覆盖区域 的边界顶点集合  $T_i = \Phi$ ,覆盖区域为以 O 为圆心, $r_1$ 为半径的球面圆.卫星  $O_i$  对其所属覆盖区域  $\Omega_i$  的 面积为

$$S_{p_i} = 2\pi R_{a}^2 (1 - \cos r)$$

当卫星覆盖圆半径  $r=r_2$  时,卫星实际覆盖区域  $R_i$  如图 4 中阴影部分所示,显然  $T_i \neq \Phi$ ,且  $T_i = \{t_{i_1}, t_{i_2}\}$   $t_{i2}, \dots, t_{i7}$ },  $W_i = \{ \widehat{t_{i1}t_{i2}}, \widehat{t_{i2}t_{i3}}, \dots, \widehat{t_{i7}t_{i1}} \}$ .依次计算由圆 心  $O_i$ 和弧段 $\widehat{t_{ij}t_{ik}}$ 围成的区域面积  $S_{i,jk}$ ,则卫星  $S_i$  对 其所属覆盖区域  $\Omega_i$ 的面积为

$$S_{Ri} = \sum_{\widehat{t_{ij}t_{ik}} \in W_i} S_{i_{-jk}}.$$

2.2.2 覆盖目标是球面凸多边形区域

将球面凸多边形区域按球面 Voronoi 图剖分方 法进行划分,得到每颗卫星所属覆盖区域,如图 5 所 示.当卫星星下点在覆盖目标区域 Ω 内部时,卫星对 其所属覆盖区域的覆盖计算和星座对全球覆盖分析 过程一样.当卫星星下点在覆盖区域外部时,卫星 S<sub>i</sub> 的所属覆盖区域 Ω<sub>i</sub> 是由顶点 p<sub>1</sub>,p<sub>2</sub>,p<sub>3</sub>,p<sub>4</sub>,p<sub>5</sub> 围成 的球面多边形区域.



#### 图 5 球面多边形区域覆盖计算

Fig.5 Coverage calculation to spherical polygon area

当卫星覆盖圆半径  $r=r_1$ 时,卫星实际覆盖区域 的边界顶点集合  $T_i = \Phi$ ,卫星不能实现对其所属覆 盖区域的覆盖,因此卫星  $O_i$  对其所属覆盖区域  $\Omega_i$ 的面积为

$$S_{Ri} = 0.$$

如果卫星实际覆盖区域的边界顶点集合  $T_i \neq \Phi$ ,假定卫星覆盖圆半径  $r=r_2$ ,卫星实际覆盖区域  $R_i$ 如图 5中阴影部分所示,且  $T_i = \{t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{i4}\}, W_i = \{\widehat{t_{i1}t_{i2}}, \widehat{t_{i2}t_{i3}}, \dots, \widehat{t_{i4}t_{i1}}\}$ .依次计算由圆心  $O_i$ 和弧段 $\widehat{t_{ij}t_{ik}}$ 围成的有向区域面积  $S_{i,jk}$ ,若卫星星下点  $O_i$ 到弧段  $\widehat{t_{ij}t_{ik}}$ 所在球面圆圆心  $t_{i,jk}$ 的球面距离 dis $(O_i, t_{i,jk}) < r$ ,则  $S_{i,jk} > 0$ ;否则,该面积取负值,即  $S_{i,jk} < 0$ .则卫星  $S_i$  对其所属覆盖区域 $\Omega_i$ 的面积为

$$S_{Ri} = \sum_{\widehat{\iota_{ij} \ell_{ik}} \in W_i} S_{i_j jk}.$$

2.2.3 覆盖目标是球面圆区域

将以 *O* 为圆心, α 为半径的球面圆形区域按球 面 Voronoi 图剖分方法进行划分,得到每颗卫星所 属覆盖区域,如图 6 所示.当卫星星下点在覆盖目标 区域 *Ω* 内部,即 *d*≤α 时,卫星对其所属覆盖区域的 覆盖计算和星座对全球覆盖分析过程一样,与其不 同的是卫星的实际覆盖区域边界中存在小圆弧段. 当卫星星下点在覆盖区域外部,即 *d*>α.



图6 球面圆区域覆盖计算

Fig.6 Coverage calculation to spherical circle area

当卫星覆盖圆半径  $r \leq d - \alpha$  时,卫星实际覆盖区 域的边界顶点集合  $T_i = \Phi$ ,卫星  $O_i$  对其所属覆盖区 域  $\Omega_i$  的面积为

 $S_{Ri} = 0.$ 

当卫星覆盖圆半径  $d-\alpha < r < d+\alpha$  时,计算得到卫 星实际覆盖区域边界顶点和弧段集合分别为: $T_i =$ 

 $\{t_{i_1}, t_{i_2}, \dots, t_{i_k}\}, W_i = \{\widehat{t_{i_1}t_{i_2}}, \widehat{t_{i_2}t_{i_3}}, \dots, \widehat{t_{i_k}t_{i_l}}\}.$ 卫星覆盖 圆半径  $r = a\cos(\cos d/\cos \alpha)$ 时,两球面圆相交于 M, N 两点,如果  $r \leq a\cos(\cos a/\cos \alpha)$ ,则卫星对其所 属覆盖区域的覆盖计算和覆盖能力计算分析过程一 样,如果  $r > a\cos(\cos d/\cos \alpha)$ ,则将 M, N 两点加入 集合  $T_i$ ,得到新的覆盖区域顶点集合:  $T_i = \{M, t_{i_1}, t_{i_1}t_{i_2}, \widehat{t_{i_2}t_{i_3}}, \dots, \widehat{t_{i_k}N}, \widehat{NM}\}$ . 圆心  $O_i$ 和弧段 $\widehat{t_{i_1}t_{i_k}}$ 围成的有向区域面 积 $S_{i,k}$ ,若卫星星下点 $O_i$ 到弧段 $t_{i,k}$ ,所在球面圆圆心  $t_{i,k}$ 的球面距离 dis( $O_i, t_{i,k}$ ) < r,则  $S_{i,k}$  > 0;否则,该面 积取负值,即 $S_{i,k}$ <0.卫星 $S_i$ 对其所属覆盖区域 $\Omega_i$ 的 面积为

$$S_{Ri} = \sum_{\widehat{i_{ij}t_{ik}} \in W_i} S_{i_jk}.$$

2.2.4 覆盖目标是纬度带区间

纬度带区间为[l,u].当下纬度线 l≥0 时,星座 对纬度带区域的覆盖计算可以分解为对以(0,π)为 圆心, $\pi/2-l$ 为半径的圆的覆盖面积  $S_l$ ,和以(0, $\pi$ ) 为圆心, $\pi/2-u$ 为半径的圆的覆盖面积 $S_u$ ,星座对 纬度带区域的覆盖面积 S=S<sub>1</sub>-S<sub>1</sub>.

当下纬度线 u≤0 时,星座对纬度带区域的覆盖 计算可以分解为对以(0,π)为圆心,π/2-l为半径 的圆的覆盖面积  $S_i$ ,和以 $(0,\pi)$ 为圆心, $\pi/2-u$ 为半 径的圆的覆盖面积S<sub>u</sub>,星座对纬度带区域的覆盖面 积  $S=S_{u}-S_{l}$ .

当 l<0,且 u>0 时,星座对纬度带区域的覆盖计 算可以分解为对全球的覆盖面积 S<sub>4</sub> 和以(0,π)为 圆心, $\pi/2-l$ 为半径的圆的覆盖面积  $S_l$ 和以(0, $\pi$ ) 为圆心, $\pi/2-u$ 为半径的圆的覆盖面积 $S_u$ ,星座对 纬度带区域的覆盖面积 $S=S_A-S_I-S_u$ .

实例分析 3

2 0 0 0

4 000

t/s (a) 网格精度为5.0°

0.93 0.94 0.93 盖率/% 0.92 星座对目标覆盖率/% 座对目标覆盖率/% 0.92 0.92 0.91 0.91 0.90 0.90 星座对目标覆 0.90 0.88 0.89 0.89 0.86 0.88 0.88 0.84 0.87 0.87 mШ 0.86 L 0.86 0.82 0 6 000 2 0 0 0 4 000 2.000 $4\,000$ 2,000 4 000 6 000 6 0 0 0 t/st/st/s (a) 网格精度为5.0° (b) 网格精度为1.0° (c) 网格精度为0.1° 不同网格划分精度下覆盖率计算结果对比 图 7 Comparison of coverage calculation results in different partition precisions 0.04 0.03 盖率偏差/10-4 盖率偏差/10-夏盖率偏差 0.0 0.0 -0.01-0.02<sup>L</sup><sub>0</sub>  $2_{\tilde{0}}$ 

以参数为(T/P/F)=(36/4/1)的 Walker 星座

为例,卫星轨道高度为H=1300 km.定义覆盖目标1 为球面多边形区域,球面多边形的顶点集合为(63°,  $54^{\circ}$ ,  $(73^{\circ}, 3^{\circ})$ ,  $(126^{\circ}, 3^{\circ})$ ,  $(156^{\circ}, 44^{\circ})$ ,  $(120^{\circ}, 3^{\circ})$ ,  $(120^{\circ}, 3^{\circ$ 68°).覆盖目标 2 为球面圆区域,球面圆中心为(θ, φ)=(63°,54°),半径为α=20°.卫星对目标最小观 测仰角约束为 $\gamma_{min}$ =10°,分别计算在一个卫星轨道 周期内,该星座对该球面多边形区域和球面圆形区 域的覆盖能力.

#### 3.1 星座对地覆盖率计算

首先,对星座的空间几何构形进行球面 Delaunay 三角网剖分,并在此基础上,计算卫星的所 属覆盖区域.以覆盖目标是球面圆区域为例.

图 7 所示是网格划分精度分别为 5.0°.1.0°. 0.1°时,整个仿真周期内星座对目标区域的覆盖率 计算结果与本文所提方法计算结果的对比.图中, 黑色实线为采用本文提出的球面几何剖分法计算 得到的星座对目标区域的覆盖率,红色实线为采 用网格点划分法计算得到的星座对目标区域的覆 盖室.

比较图 7 中两种方法的计算结果,并计算对应 的覆盖率偏差,结果如图8所示.

分别对比图 8 的计算结果,可见网格划分精度 越小,网格点法计算结果越精确,且和本文所提出方 法的计算结果偏差也越小,反映了本文所提出方法 的正确性.

2 0 0 0

4 0 0 0

t/s

(c) 网格精度为0.1°

6 0 0 0



t/s



Fig.8 Deviation of coverage calculation results in different partition precisions

当网格点划分精度为 1.0°时,每个网格将代表 地球表面上面积为(π・R<sub>e</sub>/180)<sup>2</sup>km<sup>2</sup> 的区域.将目 标区域按照网格点划分进行星座对地覆盖率计算, 分析进行一次星地覆盖计算的计算时长随目标区域 面积和划分精度的关系.当网格划分精度为 0.1°,覆 盖目标是全球区域时,进行一次覆盖计算的时间约 为 88.3 s;而采用本文提出的星座空间几何构形剖 分的方法进行一次星地覆盖计算只需要约 21 ms, 并且目标区域的形状和大小对计算时长均没有影 响,反映了本文所提出方法在时间复杂度上的高 效性.

#### 3.2 结果分析

通过对上述实验的对比分析,计算结果验证了 本文基于星座空间构形几何剖分进行星座对地覆盖 计算方法的正确性和高效性.尤其当目标区域较大 且对星座覆盖精度要求较高时,传统的基于网格点 划分的方法往往是不可行的.并且在仿真周期内,当 星座中存在两颗星在某一时刻相撞时,通过本文的 星座空间构形几何剖分法可以检测出来,且不影响 剖分方法和计算结果.

## 4 结 论

1)采用经典的网格点或者条带划分法进行覆 盖率计算,得到的星座对地覆盖率精度是基于网格 点或者条带的划分精度的;而网格点或条带划分的 越细,对应的计算时间复杂度会很高.对比之下,本 文提出的基于星座空间构形几何剖分进行星座对地 覆盖计算是一种确定性方法,计算结果是精确值,更 加可靠,且计算效率有显著提高.

2)基于 Delaunay 三角网和 Voronoi 图特性,对 任意时刻卫星星座在地球表面投影点的集合进行划 分,且通过定义每颗卫星所属覆盖区域,将星座覆盖 问题简化为单星覆盖问题,可以精确快速计算星座 中卫星对目标区域的覆盖能力的时变特性,以及在 实现对目标区域的覆盖过程中每颗星的重要性,并 且该方法适用于对任意类型的地面目标区域覆盖 计算.

## 参考文献

- [1] SANDAU R, BRIEß K, D'ERRICO M. Small satellites for global coverage: potential and limits[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2010, 65(6): 492-504. DOI:10.1016/j.isprsjprs.2010.09.003.
- [2] ARGOUN M B. Recent design and utilization trends of small satellites in developing countries [J]. Acta Astronautica, 2012, 71:

119-128. DOI: 10.1016/j.actaastro.2011.07.024.

- ULYBYSHEV Y. Satellite constellation design for complex coverage
   J. Journal of Spacecraft and Rockets, 2008, 45(4): 843-849.
   DOI:10.2514/1.35369.
- [4] MORRISON J J. A system of sixteen synchronous satellites for worldwise navigation and surveillance [M]. Fort Belvoir, VA: Defense Technical Information Center, 1973.
- [5] JIANG Yong, YANG Sen, ZHANG Gengxin, et al. Coverage performances analysis on Combined-GEO-IGSO satellite constellation
   [J]. Journal of Electronics (China), 2011, 28(2): 228-234. DOI: 10.1007/s11767-011-0581-1.
- [6] 邓勇,王春明,张中兆. 红外低轨星座凝视传感器的空间覆盖性能分析[J]. 宇航学报, 2011, 32(1): 123-128.DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2011.01.019.
  DENG Yong, WANG Chunming, ZHANG Zhongzhao. Analysis on coverage performance of staring sensors infrared LEO constellation [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(1): 123-128.DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2011.01.019.
- [7] MORTARI D, DE SANCTIS M, LUCENTE M. Design of flower constellations for telecommunication services [J]. Proceedings of the IEEE, 2011, 99(11): 2008-2019. DOI: 10.1109/JPROC.2011. 2158766.
- [8] 秦睿杰,戴光明,王茂才,等. 一种计算星座区域覆盖率的高效 抽样网格点法[J]. 计算机应用研究, 2015, 32(4): 1065-1068. DOI: 10.3969/j.issn.1001-3695.2015.04.025.
  QIN Ruijie, DAI Guangming, WANG Maocai, et al. Efficient sampling grid-point approach for calculating regional coverage of satellite constellation [J]. Application Research of Computers, 2015, 32(4): 1065-1068. DOI: 10.3969/j.issn.1001-3695.2015.04. 025.
- [9] BALLARD A H. Rosette constellations of earth satellites [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1980, 16 (5): 656-673. DOI: 10.1109/TAES.1980.308932.
- [10] 王绍凯,崔红正,韩潮. 超地平覆盖飞行器组网星座优化设计
  [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(7): 109-114.
  WANG Shaokai, CUI Hongzheng, HAN Chao. Constellation optimization design for hyper-horizon coverage vehicles [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013, 45(7): 109-114.
- [11] XU Ming, HUANG Li. An analytic algorithm for global coverage of the revisiting orbit and its application to the CFOSAT satellite [J]. Astrophysics and Space Science, 2014, 352(2): 497-502. DOI: 10.1007/s10509-014-1939-2.
- [12]宋志明,戴光明,王茂才,等. 卫星星座对地面目标的连续性覆 盖分析[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2014, 42(8): 33-37.DOI: 10.13245/j.hust.140807.
  SONG Zhiming, DAI Guangming, WANG Maocai, et al. Continuous coverage analysis of satellite constellation to ground target[J].
  Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition), 2014, 42(8): 33-37.DOI: 10.13245/j.hust. 140807.
- [13] ULYBYSHEV Y. Geometric analysis of low-earth-orbit satellite communication systems: covering functions [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2000, 37(3): 385–391. DOI: 10.2514/2.3572.

(编辑 张 红)