

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201610058

# 沥青稳定碎石应力依赖模型的柔性路面结构分析

李 鹏<sup>1,2</sup>, 陈昊雯<sup>3</sup>

(1.长安大学 公路学院,西安 710064; 2.新疆交通建设集团股份有限公司,乌鲁木齐 830001; 3.湖南大学 土木工程学院,长沙 410082)

**摘 要:** 为建立沥青稳定碎石的非线性应力依赖本构模型,并将该模型应用于路面结构力学分析,提高路面结构分析的准确性. 采用动三轴试验模拟不同应力状态,测试沥青稳定碎石的回弹模量,建立材料的非线性应力依赖本构模型;采用 Abaqus 有限元软件中的 UMAT 子程序编程并定义沥青稳定碎石的本构模型,进行基于沥青稳定碎石非线性应力依赖本构模型的路面结构数值模拟. 结果表明:沥青稳定碎石的回弹模量有着较强的应力依赖特性,在研究所涵盖的应力状态下,其模量最大值为最小值的 175%. 通过有限元路面结构分析可知,与非线性分析相比,传统的弹性分析低估了沥青稳定碎石基层底部拉应变约 10%,低估级配碎石顶部最大压应力约 5%. 沥青稳定碎石的非线性应力依赖特性显著影响路面分析结果,应在路面结构设计时考虑该特性.

**关键词:** 沥青稳定碎石;回弹模量;应力依赖特性;动态三轴试验;有限元法

**中图分类号:** U416.217      **文献标志码:** A      **文章编号:** 0367-6234(2017)09-0051-07

## Flexible pavement analysis of a stress dependent constitutive model of asphalt treated base

LI Peng<sup>1,2</sup>, CHEN Haowen<sup>3</sup>

(1. Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. Xinjiang Communications Construction Group Co., Ltd., Urumqi 830001, China; 3. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** In order to establish a nonlinear stress dependent constitutive model of asphalt treated base, incorporate it into mechanical pavement analysis and improve the accuracy of pavement structural analysis, the dynamic triaxial test was used to measure the resilient modulus of asphalt treated base in different stress state. The nonlinear stress dependent constitutive model was obtained. The finite element pavement analysis was carried out, and the material property was defined through user programed UMAT subroutine. The testing results show that, the resilient modulus of asphalt treated base has a strong stress dependent property. Within the stress state covered in the triaxial test, the maximum resilient modulus is 175% of the minimum value. From the finite element pavement analysis, compared to nonlinear analysis, the traditional linear elastic analysis underestimates the maximum tensile strain on the bottom of base about 10%, and underestimates the maximum compressive stress on the top of subbase about 5%. The pavement analysis results are significant affected by the stress dependent property and it needs to be included during pavement design process.

**Keywords:** asphalt treated base; resilient modulus; stress dependent property; dynamic triaxial test; finite element method

中国沥青路面设计采用以结构分析为基础的经验理论设计方法. 无限半空间弹性层状体系理论是沥青路面结构分析的主要理论依据. 其中,回弹模量是材料本构模型中的重要参数. 路面结构分析中,通常对同一层材料采用统一的模量值. 然而,随应力条件的改变,路面材料的回弹模量会产生变化,导致结构分析结果和道路的实际受力状态存在差别<sup>[1-2]</sup>. 确定沥青稳定碎石回弹模量的应力依赖特性,建立非线性应力依赖本构模型,并将其应用于路

面结构分析,是提高沥青路面结构分析准确性的必要基础之一.

回弹模量是一种近似的弹性模量. 路面材料在动态和静态荷载条件下的力学响应显著不同<sup>[3-4]</sup>. 道路在实际环境中受到车辆动载的重复作用,因此在室内回弹模量测试过程中,有必要采取相应的动态加载来更好的拟合实际情况. 动态三轴实验是测试道路材料在不同应力条件下回弹模量的主要实验手段. 实验时通过变换围压和竖向荷载的大小来近似模拟材料在路面结构中的受力状态.

基于室内三轴试验的结果,Seed 等发现在对数坐标内,回弹模量和围压呈线性关系,并提出了首个

收稿日期: 2016-08-05  
作者简介: 李 鹏(1981—),男,博士,讲师  
通信作者: 李 鹏, lipeng2013@chd.edu.cn

体现应力依赖性的非线性回弹模量模型<sup>[2]</sup>. 随后, Hicks 和 Monismith 将体应力(3 个主应力之和)引入到模型中,提出了著名的  $k - \theta$  模型,该模型是被使用最为广泛的非线性回弹模量模型<sup>[5]</sup>. 该模型的不足之处是,剪应力的对材料的影响未能体现<sup>[6]</sup>. 为了弥补这一不足,重复荷载( $s_d$ )被引入到模型中,重复荷载和材料中的剪应力大小直接相关,由此 Uzan 模型被提出<sup>[7]</sup>. 由于路面结构是三维结构,并且在三轴试验过程中,试件的受力状态也是三维的,因此 Witczak and Uzan 将 Uzan 模型中的重复荷载替换为八面体剪应力<sup>[8]</sup>. 为使模型能够同时使用英制单位和国际单位,大气压力被引入模型使等号两侧成为无量纲数值<sup>[8]</sup>,新的模型被称为 Universal Soil Model. 然而,当材料处于较小剪应力状态下,Universal Soil Model 会低估材料的回弹模量<sup>[9]</sup>,因此 NCHRP 1-28A 项目对该模型进行了改进,加入了  $k_6$  和  $k_7$ <sup>[10]</sup>,该模型非线性模型并且无法转化成为线性模型,公式中回归常数的计算复杂,计算结果取决于初始值、求解算法和收敛标准的选择. 实际应用中较难控制且不易推广. 当  $k_6$  设置为 0,  $k_7$  设置为 1 时,模型被简化为  $M_R = k_1 P_a \left( \frac{\theta}{P_a} \right)^{k_2} \cdot \left( \frac{\tau_{oct}}{P_a} + 1 \right)^{k_3}$ ,能够转化为线性公式,该公式被最新的美国经验力学路面设计方法(MEPDG)采用,用作粒料(如级配碎石)和土的回弹模量表达式<sup>[11]</sup>,该模型也被我国《公路路基设计规范》JTG D30 所采纳,用于表征和预估路基土的回弹模量. 应力依赖回弹模量模型能够较为精确表达材料在实际路面结构中的力学特性,研究人员也采用三轴试验对路基土回弹模量的应力依赖特性进行测试,并使用  $k - q$ <sup>[12]</sup>、Uzan<sup>[12]</sup> 和 MEPDG<sup>[13-15]</sup> 模型对试验结果进行分析、拟合,结果表明这两种模型能够较为准确的描述回弹模量的应力依赖特性. 然而,应力依赖特性无法应用于目前沥青路面结构设计所使用的无限半空间弹性层状体系理论. 虽然能够通过将单个路面结构层划分成多个结构层,并赋予相应的模量来近似实现材料模量沿竖直方向的变化,但无法实现模量沿水平方向的变化. 使用有限单元法,能够将路面结构被划分为不同微小单元,随应力状态的变化,计算并赋予单元不同的模量值<sup>[16]</sup>. 因此,使用通用有限元软件并对所建立的应力依赖回弹模量模型编程,是解决路面结构分析过程中材料非线性应力依赖特性的有效手段<sup>[17]</sup>. 科研人员已利用  $k - \theta$ <sup>[18]</sup> 和 Universal Soil Model<sup>[19-20]</sup> 作为材料研究采用动三轴试验,测试沥青稳定碎石不同应力状态的回弹模量,采用 MEPDG 模型建立材料的非线性应力依赖本构模型;采用

Abaqus 有限元软件中的 UMAT 子程序编程并定义沥青稳定碎石的本构模型,进行基于沥青稳定碎石非线性应力依赖本构模型的路面结构数值模拟.

## 1 动态三轴回弹模量测试

目前国内道路材料领域尚无动态三轴实验规范,研究主要参考美国 AASHTO-T307 规范进行回弹模量测试. 测试系统主要由力学试验机和三轴仪构成. 力学试验机采用可编程控制的电压伺服液压加载系统,能够实现 10 Hz 的动态加载和 200 Hz 的数据读取频率. 图 1 为三轴仪,实验过程中通过控制进气口的气压,控制试件的围压,从而模拟材料在路面结构中所处的应力状态. 试件两侧加装量程为  $\pm 0.5$  mm 的 LVDT 位移传感器. 试件上下各放置一片抗摩擦片,材质为特氟龙. 放置抗摩擦片的主要目的为尽量减小压头对试件施加的水平荷载. 在实验开始之前,首先对试件加载 1 000 个循环的调节荷载(conditioning load),用来移除试件和三轴仪不良接触对实验结果的影响. 实验采用 5 个围压等级:20.7、34.5、68.9、103.4 kPa 和 137.9 kPa,每个围压等价加载 3 个等级的竖向荷载,共 15 种应力状态(图 2),每种应力状态下施加 200 个加载循环,每一个加载循环由 0.1 秒的半正弦波和 0.9 秒的间歇时间构成. 测试温度为 20 °C.

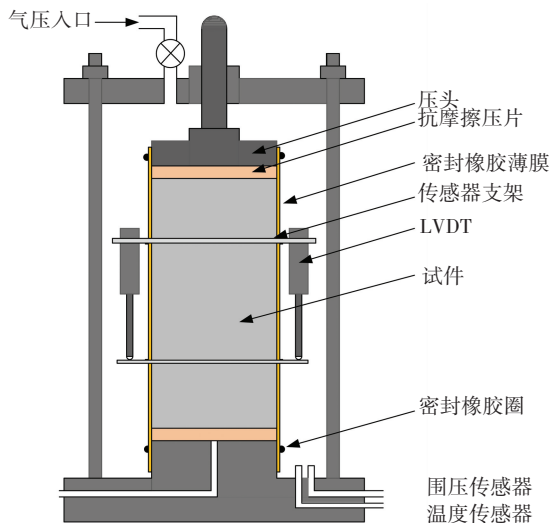


图 1 动态三轴加载装置示意图

Fig.1 Sketch of triaxial cell

实验采用直径 10 cm,高 15 cm 的圆柱形试件. 沥青稳定碎石试件采用旋转压实仪制备(15 cm 直径),使用取芯机钻取直径 10 cm 的芯样,再切去试件的顶部和底部得到最终试件. 研究采用 3 个沥青质量分数分别为 2.5%、3.5%和 4.5%.

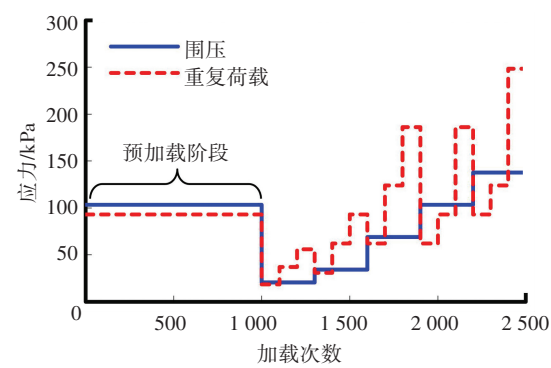


图 2 三轴实验加载序列

Fig.2 Loading sequence during triaxle test

2 沥青稳定碎石应力依赖特性

动态三轴实验结果显示:沥青稳定碎石的回弹模量显著受到应力状态的影响. 以沥青含量 3.5% 为例 (图 3), 在固定温度和荷载频率下, 对应不同的应力状态沥青稳定碎石的回弹模量最低值为 2 000 MPa; 最高值为 3 500 MPa, 约为最低值的 175%. 研究采用体应力 ( $\theta = s_1 + s_2 + s_3$ ) 和八面体剪应力 ( $\tau_{oct}$ ) 表示沥青稳定碎石在空间中的应力状态. 实验结果表明: 回弹模量随体应力的增加而增加, 随剪应力的增加而减小. 沥青混合料弹性模量的应力依赖特性由石料颗粒间的相互作用导致 (图 4). 当颗粒材料受到围压的作用, 颗粒间的接触面积增大, 从而导致接触劲度 (stiffness) 的增加, 材料内部有数以万计的接触点, 从而导致宏观上材料弹性模量的增加. 剪应力使颗粒间产生滑动或转动的趋势, 从而模量减小. 由于沥青粘结材料的加入, 粒料间的连接被加强, 应力依赖特性被减弱.

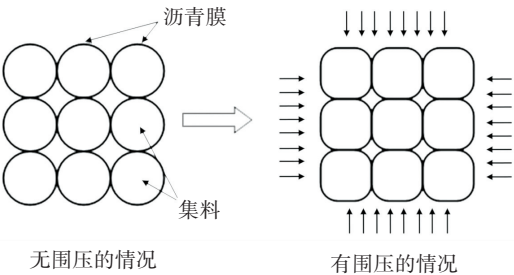


图 4 沥青稳定碎石回弹模量应力依赖特性机理

Fig.4 Mechanism of stress dependence property of asphalt treated base

表 1 沥青稳定碎石 MEPDG 回弹模量模型参数

Tab.1 Regression constants in the MEPDG resilient modulus model of asphalt treated base

| 沥青质量分数/% | $k_1$    | $k_2$   | $k_3$    | $R^2$   |
|----------|----------|---------|----------|---------|
| 2.5      | 28.414 8 | 0.192 2 | -0.137 6 | 0.989 4 |
| 3.5      | 20.786 1 | 0.347 4 | -0.248 4 | 0.994 4 |
| 4.5      | 12.921 2 | 0.179 8 | 0.140 2  | 0.989 3 |

3 有限单元法中应力依赖回弹模量建模

研究采用 Abaqus 有限元软件模拟基于沥青稳定碎石应力依赖特性的路面结构分析, 通过使用 UMAT 子程序定义沥青稳定碎石的材料特性. Abaqus 有限元软件的应力、应变数值模拟流程如图 5 所示. 该软件使用基于单元位移和应变的有限元分析方法, 应力通过应变和材料的本构方程计算得出, 应力和应变之间的关系由材料的本构模型定义. 因此, 在编写 UMAT 材料特性子程序时, 需要把材料的应力依赖特性转化为应变依赖特性.

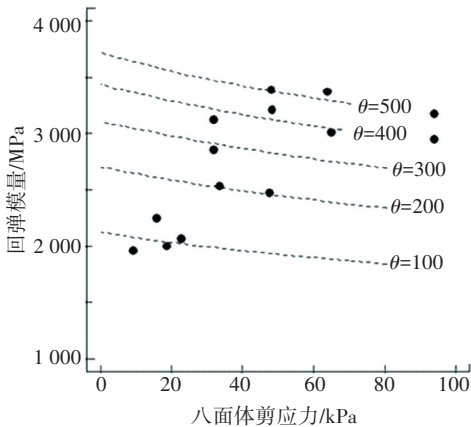


图 3 沥青稳定碎石应力依赖特性

Fig.3 Stress dependence property of asphalt treated base

研究采用 MEPDG 回弹模量模型来拟合实验结果, 构建回弹模量应力依赖模型. 不同沥青含量沥青稳定碎石回弹模量模型的回归参数见表 1. 3 种材料的模型回归相关系数均大于 98%, 表明该模型适用于构建沥青稳定碎石的回弹模量应力依赖模型.

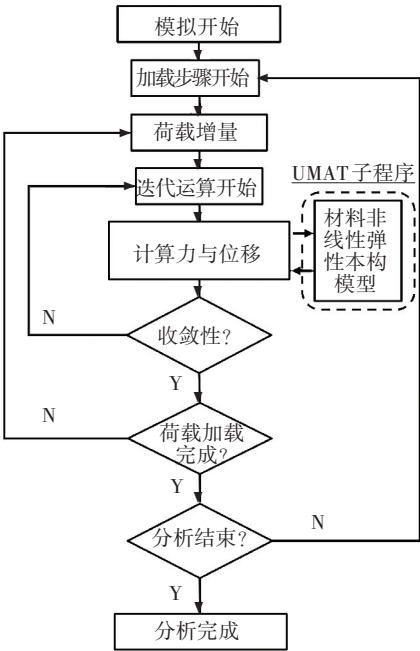


图 5 有限元模型数值模拟流程图

Fig.5 Flow diagram of UMAT subroutine

通过分析研究发现回弹模量应力依赖特性的应变表达可分为显示和隐式两类,表达类型取决于回弹模量应力依赖模型的选取,具体分析过程如下。

首先,通过胡可定理将体应力和八面体剪应力转换为应变的表达式,即

$$\theta = \frac{-MR}{(1-2\nu)}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}), \quad (1)$$

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{M_R}{3(1+\nu)} \left[ (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + \left(\frac{\varepsilon_{12}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{13}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{23}}{2}\right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (2)$$

式中:  $M_R$  为回弹模量,  $q$  为体应力,  $s_1 + s_2 + s_3$ ,  $t_{\text{oct}}$  为八面体剪切应力,  $1/3[(s_1 - s_2)^2 + (s_1 - s_3)^2 + (s_2 - s_3)^2]^{1/2}$ ,  $e_{ij}$  为应变分量,  $n$  为泊松比。之后将式(1)、(2)代入回弹模量应力依赖模型,得到应力依赖模型的应变表达式。具体表达形式取决于模型的选取。当采用 Universal Soil Model 时,可解得模型的显式应变表达为

$$M_R = Pa(k_1(A)^{k_2}(B)^{k_3})^{\frac{1}{1-k_2-k_3}}.$$

式中:  $A = \frac{-(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})}{(1-2\nu)}$ ,  $B = [(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\frac{\varepsilon_{12}}{2})^2 + (\frac{\varepsilon_{13}}{2})^2 + (\frac{\varepsilon_{23}}{2})^2]^{-1/2}/3(1+\nu)$ ,  $P_a$  为大气压,  $k_1, k_2, k_3$  为材料回归常数。

然而,当采用 MEPDG 模型时,只能得到模型的隐式应变表达,必须通过迭代法求解。迭代方式和收敛标准分别为

$$M_{R(n)} = K_1 Pa \left( \frac{A \cdot M_{R(n-1)}}{Pa} \right)^{K_2} \left( \frac{B \cdot M_{R(n-1)}}{Pa} + 1 \right)^{K_3},$$

$$|M_{R(n)} - M_{R(n-1)}| \leq D.$$

式中:  $M_{R(n)}$  为当前迭代步数下的回弹模量,  $M_{R(n-1)}$  为前一次迭代步数下的回弹模量,  $D$  为收敛标准。

此外, Abaqus 要求在 UMAT 子程序中定义雅克比矩阵  $C = \partial S / \partial E$ , 其中  $C$  为材料的雅克比矩阵,  $E$  为应变张量,  $S$  为应力张量。当模量模型为显式应变表达时,可以通过求导直接计算出雅克比矩阵,而使用隐式表达时只能通过  $C \approx \Delta S / \Delta E$  近似表达<sup>[18]</sup>。本研究采用 MEPDG 模型,因此通过  $C \approx \Delta S / \Delta E$  近似计算雅克比矩阵。有限元分析过程中,可能出现  $\Delta E$  分量为 0 的节点,从而导致奇点(singularity)出现;此时,采用该节点割线刚度矩阵中的对应相近似雅克比矩阵中的数值。需要指出:依据 Abaqus 计算手册,UMAT 子程序分别计算应力和雅克比行列式,

近似计算的雅克比行列式只会影响迭代的收敛速度,而不会影响计算精度。

#### 4 应力依赖特性的本构模型有限元验证

为了验证用户自定义 UMAT 材料模块的准确性和稳定性,研究首先通过两个简单有限元模型对子程序进行验证。第 1 个验证模型为三轴实验模拟,用来验证子程序的准确性;第 2 个验证模型为简支梁,用来验证程序的稳定性。

三轴实验模拟完全依照室内试验的实际情况建立有限元模型(图 6)。首先建立试件的三维模型(直径 10 cm, 高度 15 cm), 用户定义材料参数( $k_1$ 、 $k_2$  和  $k_3$ ) 选用沥青质量分数为 3.5% 的沥青稳定碎石的测试回归参数, 假定泊松比为 0.5。材料下部固定, 与实验过程相对应施加 15 组荷载组合。模拟过程中, 试件的回弹模量直接由 UMAT 子程序算出并输出到指定文件。

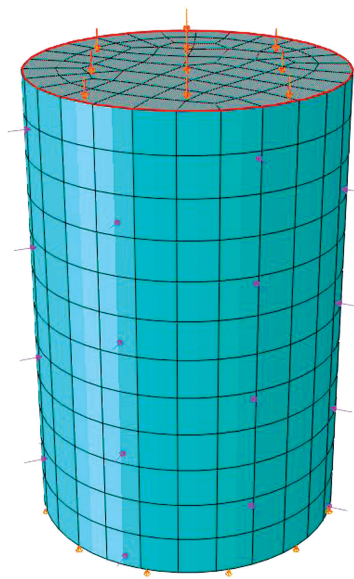


图 6 有限元试件模型

Fig.6 FEM model of simulated specimen

研究通过对比模拟计算得到的材料模量和试验测得回弹模量来验证模型的准确性。图 7 中,横坐标为实测模量  $M$ , 纵坐标为模拟模量  $S$ , 15 个数据点对应 15 组应力加载状态。数据点沿等值线两侧分布,表明模拟数据和实测数据相吻合。模拟数据和实测数据之间的差别主要由 MEPDG 回弹模量模型参数回归的误差导致。验证结果表明通过 UMAT 子程序实现的用户定义材料能够表征沥青稳定碎石回弹模量的应力依赖特性。

此外,研究通过简支梁模拟 UMAT 子程序的稳定性。MEPDG 回弹模量模型的表达形式中,体应力的数值必须为正数。然而,路面结构的沥青层底部

可能产生较大水平拉应力,导致体应力为负数(研究使用土力学系统对应力方向的定义:拉应力为负,压应力为正),从而使数值模拟出现错误或计算不收敛. 为避免这一情况,研究在 UMAT 子程序中规定了体应力的最小值,当节点的实际计算结果小于该阈值时,子程序使用该最小值为节点的体应力. 简支梁底部和沥青层底部的受力状态相近. 模拟结果显示,对于底部收拉的情况,UMAT 子程序的计算结构收敛,稳定性满足要求. 图 8 显示了简支梁中回弹模量的分布. 在支座和顶部受压区域,材料的模量值较高,底部收拉区域的模量较低.

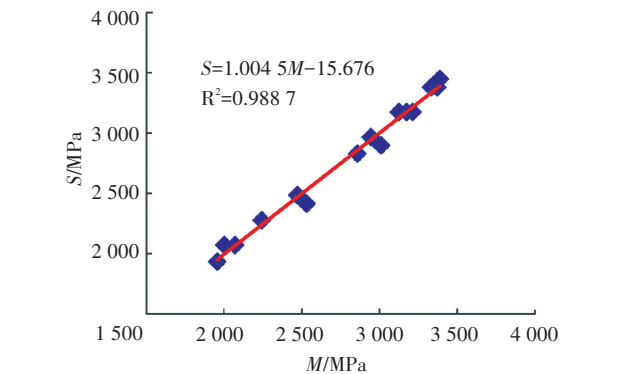


图 7 模拟回弹模量和实测回弹模量比较

Fig.7 Comparison between simulated  $M_R$  and measured  $M_R$

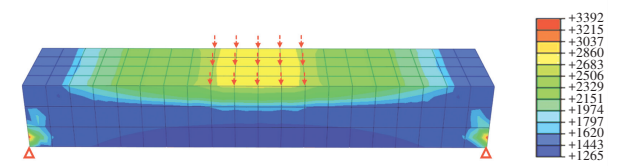


图 8 简支梁回弹模量应力分布 (MPa)

Fig.8 Distribution of  $M_R$  on the simple supported beam (MPa)

## 5 基于回弹模量应力依赖特性的路面结构分析

基于 UMAT 子程序定义的用户材料,进行基于回弹模量应力依赖特性的有限元路面结构分析,并与线弹性路面结构分析相比较. 研究选取的路面结构层的材料类型,厚度和材料特性见表 2.

| 表 2 路面结构和材料参数                                  |        |          |         |      |
|------------------------------------------------|--------|----------|---------|------|
| Tab.2 Pavement structure and material property |        |          |         |      |
| 层面                                             | 材料     | 厚度/cm    | 模量/MPa  | 泊松比  |
| 面层                                             | 沥青混凝土  | 0.05     | 3 792   | 0.30 |
| 基层                                             | 沥青稳定碎石 | 0.10     | 1 724 * | 0.35 |
| 垫层                                             | 级配碎石   | 0.61     | 241     | 0.40 |
| 路基                                             |        | $\infty$ | 69      | 0.45 |

注:基层沥青质量分数 4%时线弹性模量为 1 724 MPa.

应力依赖非线性路面结构分析中只考虑沥青稳定碎石的非线性依赖特性,其材料参数使用表 1 中对应不同沥青含量的 MEPDG 模型参数;对于线弹性路面结构分析,沥青稳定碎石的回弹模量通过 FWD 实验结果反算得到,但所测路面结构中的沥青稳定碎石只有 4%一种沥青质量分数.

路面结构应力、应变分析是力学-经验路面设计方法的基础. 分析结果中选取的力学参数需要针对路面结构破坏形式,并且常被用来评价和预测路面的使用性能. 基于国外研究已取得的成果和我国现行的路面设计规范,研究选取了面层底部拉应变、基层底部拉应变、垫层顶部竖向压应力和路基顶部竖向应力. 然而,在双圆均布轮载下,所选定的力学参数数值大小沿道路横断面方向发生变化. 通常最不利荷载位置位于轮胎中心下方至双轮中心下方之间的区域. 为确定非线性应力依赖路面结构分析中每种参数的最不利位置,数据分析过程中读取了 FEM 输出数据库中各选定参数在固定深度沿道路横断面方向不同节点的数据. 图 9 显示了各力学参数沿道路横断面方向的分布. 图中横坐标表示数据读取节点与双轮中心的水平距离,阴影区域表示在轮胎下方的区域. 面层底部压应变在轮胎下方达到最大值,且分布较均匀,因此取轮胎中心下为最不利位置. 基层底部拉应变和垫层顶部压应力在轮胎中心线下偏内侧区域达到最大值;路基顶部的竖向压力在双轮中心达到最大值.

研究比较了非线性应力依赖路面结构分析和线弹性路面结构分析结果的差异. 图 10 中,虚线表示采用 MEPDG 模型的非线性应力依赖路面结构分析结果,圆点表示采用 FWD 反算回弹模量的线弹性分析结果. 图中可以看出,由于采用了沥青稳定碎石,面层底部的拉应变数值较小,且非线性线模拟和线性模拟的结果很接近. 对于路基顶面最大压应力,线性和非线性的计算结果比较接近. 然而,与非线性分析相比,弹性分析低估了沥青稳定碎石基层底部拉应变约 10%,低估级配碎石顶部最大压应力约 5%. 沥青层底部拉应变被广泛用于预估沥青路面的疲劳寿命,根据 MEPDG 的预估模型<sup>[21]</sup>,低估 10%的层底拉应变将导致高估 40%的疲劳寿命. 需要指出的是,分析只考虑了沥青稳定碎石的分线性依赖特性. 路基土,级配碎石和沥青混凝土都具有不同程度的应力依赖特性. 若考虑所有材料的非线性应力依赖特性,这一差异将进一步扩大. 材料的非线性应力依赖特性显著影响路面分析结果,应在路面结构设计时考虑其模量的非线性应力依赖特性.

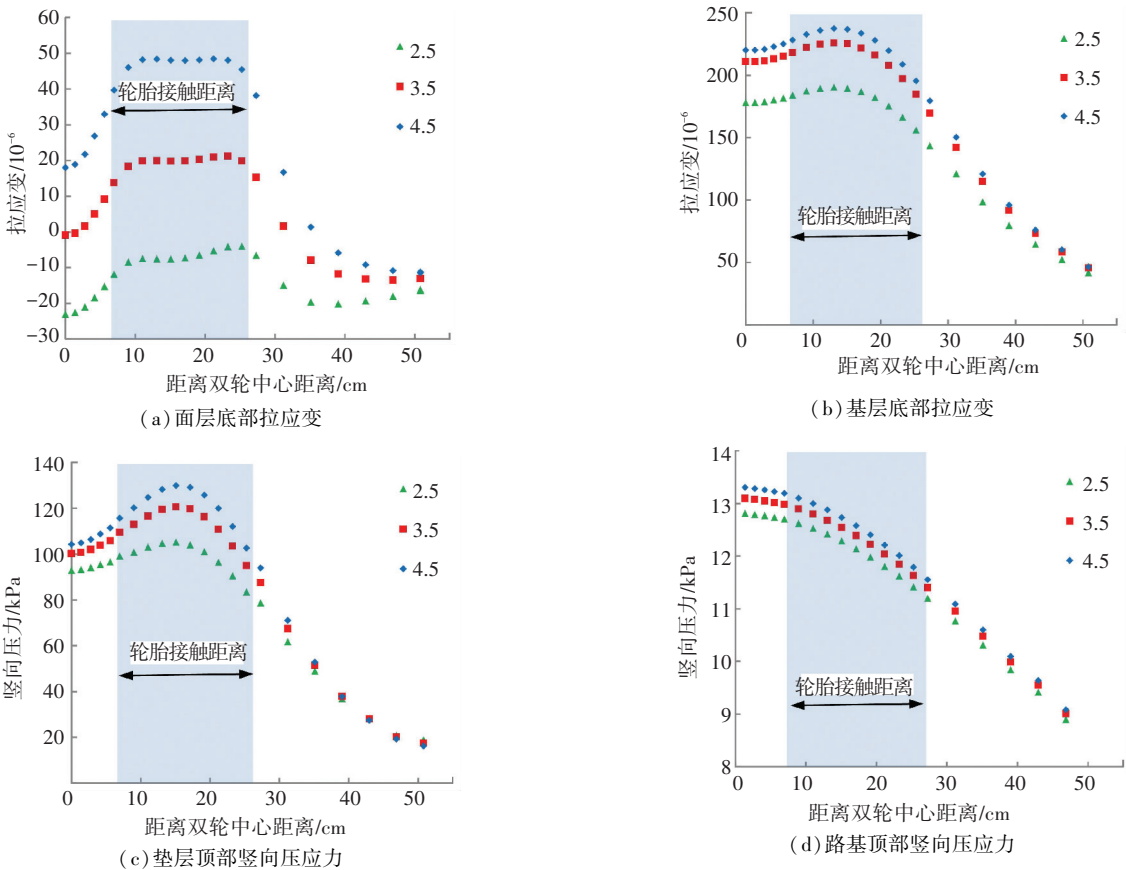


图 9 非线性应力依赖和线弹性路面结构分析比较

Fig.9 Comparison between results from nonlinear stress dependence and linear elastic pavement analysis

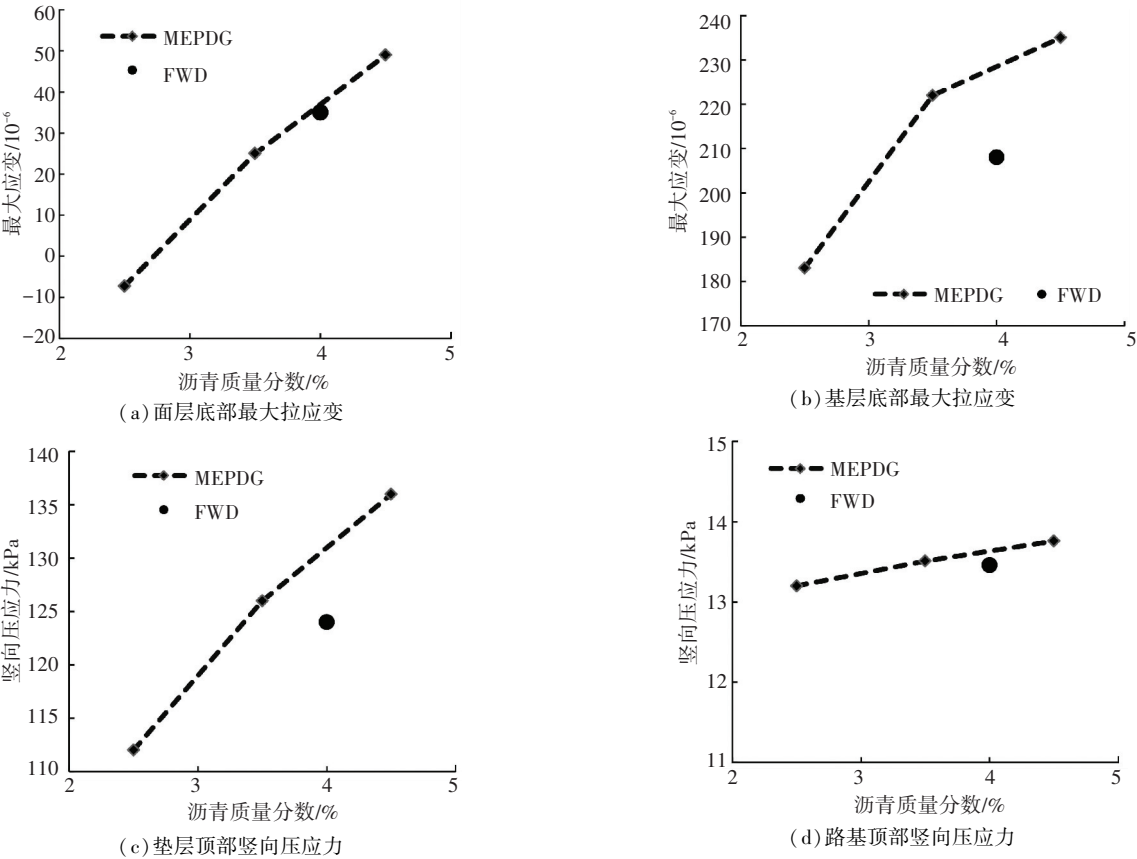


图 10 非线性应力依赖和线弹性路面结构分析比较

Fig.10 Comparison between results from nonlinear stress dependent and linear elastic pavement analysis

## 6 结 论

1)采用动三轴试验模拟不同应力状态,测试沥青稳定碎石的回弹模量,建立材料的非线性应力依赖本构模型,进一步编程并定义沥青稳定碎石的本构模型并采用 Abaqus 有限元软件进行基于沥青稳定碎石非线性应力依赖本构模型的路面结构数值模拟。

2)沥青稳定碎石的回弹模量具有较强的应力依赖特性,回弹模量随体应力的增加而增加,随剪应力的增加而减小。在研究所涵盖的应力状态下,其模量最大值为最小值的 175%。导致沥青稳定碎石模量应力依赖特性的原因是石料颗粒间的相互作用,具体作用方式见文中阐述。

3)通过验证实验表明,编程并定义的沥青碎石本构模型能够准确地反映材料的模量的非线性应力依赖特性。通过有限元路面结构分析可知,与非线性分析相比,弹性分析低估了沥青稳定碎石基层底部拉应变约 10%,低估级配碎石顶部最大压应力约 5%。沥青稳定碎石的非线性应力依赖特性显著影响路面分析结果,应在路面结构设计时考虑其模量的非线性应力依赖特性。

## 参考文献

- [1] SALOUR F, ERLINGSSON S. Moisture-sensitive and stress-dependent behavior of unbound pavement materials from in situ falling weight deflectometer tests [J]. Transportation Research Record; Journal of the Transportation Research Board, 2014, 2335: 121-129.
- [2] LOIZOS A, PAPAVALIOU V, PLATI C. Investigating in situ stress-dependent behavior of foamed asphalt-treated pavement materials [J]. Road Materials and Pavement Design, 2012, 13(4): 678-690.
- [3] SEED H B, MCNEILL R L. Soil deformation under repeated stress applications [M]. PA: ASTM, 1958, 32: 177-197.
- [4] SEED H B, MITRY F G, MONISMITH C L, et al. Factors influencing the resilient deformation of untreated aggregate base in two layer pavements subjected to repeated loading [J]. Highway Research Record, 1967, 190: 19-57.
- [5] HICKS R G, MONISMITH C L. Factors influencing the resilient response of granular materials [J]. Highway Research Board, 1971, 345, 15-31.
- [6] MAY R W, WITCZAK M W. Effective granular modulus to model pavement responses [J]. Journal of the Transportation Research Board, 1981, 810: 1-9.
- [7] UZAN J. Characterization of granular material [J]. Journal of the Transportation Research Board, 1985, 1022: 52-28.
- [8] WITCZAK M W, UZAN J. Granular material characterization the

universal airport pavement design system [R]. College Park, MD: University of Maryland, 1988.

- [9] YAU A, VON QUINTUS H. Study of LTPP laboratory resilient modulus test data and response characteristics [R]. McLean, VA: Federal Highway Administration, 2002.
- [10] NCHRP. Laboratory determination of resilient modulus for flexible pavement design [R]. Washington DC: Transportation Research Board, 2004.
- [11] ARA, Inc. Guide for mechanistic-empirical design of new and rehabilitated pavement structures [R]. Washington DC: Transportation Research Board, 2004.
- [12] 袁峻, 黄晓明. 级配碎石回弹变形特性 [J]. 长安大学学报 (自然科学版), 2007(6): 33-37.  
YUAN Jun, HUANG Xiaoming. Resilient deformation behavior of unbound stone aggregates [J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition) 2007(6): 33-37.
- [13] 凌建明, 苏华才, 谢华昌, 等. 路基土动态回弹模量的试验研究 [J]. 地下空间与工程学报, 2010(5): 41-47.  
LING Jianmin, SU Huacai, XIE Huachang, et al. Laboratory research on dynamic resilient modulus of subgrade soil [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010(5): 41-47.
- [14] LI P, ZHAO S, LIU J. Characterizing stress-strain relationships of asphalt treated base [DB/OL]. ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, 2016, 28(8). [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT1943-5533.0001549](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)MT1943-5533.0001549).
- [15] MAZARI M, NAVARRO E, ABDALLAH I, et al. Comparison of numerical and experimental responses of pavement systems using various resilient modulus models [J]. Soils and Foundations, 2014, 54(1): 36-44. DOI: 10.1016/j.sandf.2013.12.004.
- [16] REDDY J N. An introduction to the finite element method [M]. 3rd ed. New York: McGraw Hill, 2006: 13-25.
- [17] GUPTA A, KUMAR P, RASTOGI R. Critical pavement response analysis of low-volume pavements considering nonlinear behavior of materials [J]. Transportation Research Record; Journal of the Transportation Research Board, 2015, 2474: 3-11. DOI: <http://dx.doi.org/10.3141/2474-01>.
- [18] TACIROGLU E. Constitutive modeling of the resilient response of granular solids [D]. Urbana, IL: University of Illinois at Urbana-Champaign, 1998.
- [19] SEONG-WA P, LYTTON R L. Effect of stress-dependent modulus and poisson's ratio on structural responses in thin asphalt pavements [J]. Journal of Transportation Engineering, 2004, 130(3), 387-394. DOI: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-947X\(2004\)130:3\(387\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(2004)130:3(387)).
- [20] KIM M, TUTUMLUER E, KWON J. Nonlinear pavement foundation modeling for three-dimensional finite-element analysis of flexible pavements [J]. International Journal of Geomechanics, 2009, 9(5), 195-208. DOI: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)1532-3641\(2009\)9:5\(195\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2009)9:5(195)).
- [21] ARA, Inc. Guide for mechanistic-empirical design of new and rehabilitated pavement structure [R]. Transportation Research Board, Washington DC: [s. n.], 2004.

(编辑 魏希柱)