第49卷 第10期 哈尔滨工业大学学报 Vol. 49 No. 10
2017年10月 JOURNAL OF HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY Oct. 2017

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201609002

压缩感知的天文图像去噪算法

张 杰, 朱 奕, 史小平

(哈尔滨工业大学 控制与仿真中心, 哈尔滨 150080)

摘 要: 针对压缩感知迭代收缩阈值算法在图像处理中存在收敛速度慢和去噪性能差的缺陷,提出了一种改进的高性能迭代收缩阈值天文图像去噪重建算法.首先,使用经典最速下降法中的BB线性搜索步长算子加快迭代收缩阈值算法的收敛速度;其次,为了进一步提高重构天文图像的质量,在传统VisuShrink收缩阈值的基础上,提出一种下降VisuShrink收缩阈值对图像信息进行筛选;由于阈值去噪方法在迭代重建的过程中会导致重建的图像中出现伪吉布斯效应,最后采用循环平移的方法在每次迭代过程中对获取的重建图像进行调整. 多次的试验结果表明,与传统的压缩感知迭代收缩阈值算法相比,所提出的算法不仅能够获得较优的去噪性能和较快的收敛速度,同时可以有效地保护天文图像的特征和纹理等细节信息.此外,当选取的压缩采样比较低时,本算法也可以获得相对较高的峰值信噪比和视觉质量,进一步验证了本算法在天文图像去噪中的有效性.

关键词: 收缩阈值; 天文图像; 去噪; 压缩感知; 循环平移

中图分类号: TN911.73 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2017)10-0078-05

Compressedsensing denoising algorithm for astronomical image

ZHANG Jie, ZHU Yi, SHI Xiaoping

(Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: In the deep space exploration, astronomical image acquisition, transmission and processing have always been the focus of research. To solve problems of slow convergence speed, poor denoising performance in compressed sensing iterative shrinkage-thresholding algorithm for image processing, an improved iterative shrinkage-thresholding astronomical image denoising and reconstruction algorithm with high performance is proposed. Firstly, the BB linear search stepsize of the classical steepest descent algorithm is used to accelerate the convergence speed of iterative shrinkage-thresholding algorithm; secondly, to further improve the reconstructed astronomical image quality, based on the classical VisuShrink shrinkage-threshold, a decreasing VisuShrink shrinkage-threshold is proposed to select the image information; since the pseudo-gibbs effect caused by threshold denoising method will appear in the process of image reconstruction, the cycle spinning method is finally employed to adjust the reconstructed image in each iteration. Multiple experimental results show that, compared with the traditional compressed sensing iterative shrinkage-thresholding algorithm, the algorithm proposed can not only obtain better denoising performance and faster convergence speed, but also effectively protect the astronomical image detail information, such as feature and texture. In addition, when compression sampling ratio is lower, the algorithm proposed also can obtain relatively higher peak signal to noise ratio and visual quality, proving the effectiveness of the algorithm proposed for astronomical image denoising.

Keywords: shrinkage-threshold; astronomical image; denoising; compressed sensing; cycle spinning

利用天文图像对外太空进行研究是深空探索的一个重要分支.从获得的天文图像可以直接得知某一星体上的地表结构,是否存在未知生命等重要信息.为了能够获得更多的天文信息,天文图像的采集一般都是采用高分辨率CMOS/CCD传感器,但是卫星或者其他的深空探测设备所携带的存储空间有限,存储这些高分辨率图像将会给有限的存储空间带来较大压力.为解决这一难题,天文图像在存储之前通常都要经过压缩处理.然而常用的JPEG/JPEG-2000方法[1-3]很难获得较低的图像压缩采样比.

另一方面,由于环境、拍摄条件等因素的影响,天文图像在采集和传输的过程中经常受到噪声信号的干扰,在地面接收站接收到的天文图像通常含有噪声.从接收到的图像中很难分辨出某一区域的实际地形特征.因此在接收到这些天文图像后,通常要进行去噪处理.然而目前大部分的去噪方法经常由于很难从高维数的信号观测值中获得足够有效的图像信息,导致重构信号的质量较差[4-5].为有效解决高维数信号的重建问题,学者们一直在探索如何从

收稿日期: 2016-09-01
基金项目: 国家自然科学基金(61074127)
作者简介: 张 杰(1986—),男,博士研究生;
史小平(1965—),男,教 授,博士生导师
通信作者: 史小平,sxp@hit.edu.cn

高维数信号中获得一种低维的信号结构,同时保证原始信号能从这种低维结构中获得精确重建.即,从信号中提取重要的信息同时舍弃非重要信息,直接使用这些重要信息重建高维数信号.近几年提出的信号稀疏性[5-6]可能是探索信号低维结构的一种比较简单方法.

基于信号的稀疏性,Donoho[7]提出了著名的压缩感知(compressed sensing,CS)理论.该理论一经提出,就引起了各领域的极大关注.它指出:如果信号在某一稀疏变换基上是稀疏的,则可以使用一个与该稀疏基不相关的低维测量矩阵对原信号进行观测,同时使用某一 CS 重建算法就可以从获得的少量信号观测值中精确重构原始信号.可以看出,信号在采集的同时就已经完成了压缩过程.传统的奈奎斯特/香农采样定理要求信号的采样速率必须大于或者等于两倍的信号带宽才能够精确重建原始信号,但是采样速率在低于两倍的信号带宽时,CS 方法仍可以精确重建原始信号.因此,CS 理论可以有效地解决高维数信号的重建问题,本文将其应用到高分辨率天文图像去噪中.

CS 理论主要包含 3 个部分:稀疏变换、测量矩阵和重建算法.本文主要关注于如何设计一个高性能的重建算法.经过近几年的努力,学者们提出了许多的重建算法,例如线性规划类算法[8-9]、迭代收缩阈值类(iterative shrinkage thresholding,IST)算法[10-12]、梯度下降类方法[13]和贝叶斯类方法[14]等.在这些算法当中,IST 算法设计简单且易于实现,更重要的是大部分的稀疏基都能较容易地应用到 IST 框架当中.这些优势使得 IST 算法经常受到学者们的青睐.然而该算法的收敛速度较慢,去噪性能也需要进一步提高.

为了提高梯度下降法的收敛速度,Barzilai 等[15]提出了著名的 BB 线性搜索步长,并取得较快的收敛效果.本文将其应用到 IST 算法中调节其收敛速度.在图像去噪中,通常采用阈值去噪方法对图像信息进行筛选,本文提出一种下降 VisuShrink 收缩阈值筛选天文图像信息.阈值去噪虽然设计简单且能获得较好的去噪效果,但在奇异点(如边缘或者纹理)附近会出现较大的幅值振荡,最终导致重构的图像出现伪吉布斯现象[16].循环平移方法[17-18]可有效地减小或者消除这种幅值振荡,提高重构图像质量.本文将其应用到 IST 算法中,在迭代过程中对重构的天文图像进行调整.基于上述技术,本文提出了高性能的 IST 改进算法.实验结果表明,该算法可以以较快的收敛速度重构一幅清晰的天文图像.当压缩采样比较低时,该算法也具有较好的重建性能.

1 压缩感知去噪模型

假设某一 $N\times1$ 信号 x 是 K-稀疏的[6-7],则可以用一个低维非自适应矩阵(又称为测量矩阵)$\boldsymbol{\Phi}\in\mathbf{R}^{M\times N}$($M<<N$)对原始信号 x 进行观测,进而得到低维含噪观测值 y,可表示为

$$y=\boldsymbol{\Phi}x+e. \tag{1}$$

从式(1)可以看出,由于 $M<<N$,从 y 中重构出原始信号 x 是一个病态问题.然而,CS 理论指出如果信号 x 在某个正交基 $\boldsymbol{\Psi}$ 上是稀疏的,同时测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 满足 RIP 准则,则原始信号 x 可以获得高概率重构[3-5,13,19].这里可以通过求解线性规划的最优解问题重建原始信号.此时,式(1)可以改写为

$$y=\boldsymbol{\Phi}x+e=\boldsymbol{\Phi\Psi\Psi}^{-1}x+e=\boldsymbol{\Theta}s+e, \tag{2}$$

式中 $s=\boldsymbol{\Psi}^{-1}x$ 为稀疏系数.这里 $\boldsymbol{\Theta}=\boldsymbol{\Phi\Psi}$ 可以作为 CS 测量矩阵直接对 s 进行观测.测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 要求与稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}$ 不相关,两者越不相关,需要的测量次数就越少,则可以获得更低的信号压缩采样比.

具有稀疏限制的 l_1 范数最小化方法经常用来求解 CS 问题(2),即

$$\min_x\left\{\frac{1}{2}\|y-\boldsymbol{\Phi}x\|_2^2+\lambda\|\boldsymbol{\Psi}^{-1}x\|_{l_1}\right\},$$

或者转化为对稀疏系数 s 的求解,可表示为

$$\min_s\left\{\frac{1}{2}\|y-\boldsymbol{\Theta}s\|_2^2+\lambda\|s\|_{l_1}\right\},$$

式中第 1 项代表惩罚项,用来估算计算值与观测值之间的偏差;第 2 项为正则化项,表示原始信号的先验知识.

2 高性能 IST 算法

经典的 IST 算法迭代过程可描述为

$$x_{k+1}=x_k+H_S(\mu_k\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(y-\boldsymbol{\Phi}x_k)).$$

式中:μ_k 为线性搜索步长,为了计算方便通常设定为 1,虽然简化了计算,但影响了算法的收敛速度;$H_S(\cdot)$ 表示阈值算子,通常考虑为硬阈值算子.其中

$$H_S(x)=\begin{cases}x, & |x|\geqslant T;\\ 0, & |x|<T.\end{cases}$$

式中 T 为阈值,本文考虑为 VisuShrink 阈值(通用阈值)$\sigma\sqrt{2\log(N\times N)}$,其中 σ 为噪声标准差.如果重构一幅 $N\times N$ 高维数图像,阈值 T 会随着 $N\times N$ 的增大而变得过大,在迭代过程中导致较多的细节特征信息丢失.本文提出了一种下降 VisuShrink 收缩阈值在迭代过程中对图像信息进行筛选,可表示为

$$T=(1-\frac{q}{Q})\sigma\sqrt{2\log(N\times N)}.$$

式中:q 为迭代索引;Q 为最大迭代次数.当 $q=0$ 时,

T 为通用阈值.

2.1 BB 线性搜索步长

最速下降法[20]的迭代过程可表示为

$$x_{k+1} = x_k - \mu_k f_k. \tag{3}$$

式中:$f_k=f(x_k)$为任一目标函数 Γ 在位置 x_k处的梯度向量;$\mu_k>0$ 为线性搜索步长,它要求满足以下条件:

$$\Gamma(x_k - \mu_k) = \min_{\mu} \Gamma(x_k - \mu f_k).$$

令目标函数 $\Gamma = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{\Phi}x-y\|_2^2$,可以得到以下关系式

$$f_k = \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Phi}x_k - f),$$

和经典的 SD 迭代步长算子为

$$\mu_k = \frac{\|f_k\|_2^2}{f_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}f_k}.$$

为了获得高性能的步长算子,文献[15]用前一次的迭代信息设定当前迭代所使用的步长算子,同时修改了式(3)的迭代过程,即

$$x_{k+1} = x_k - D_k f_k,$$

式中 $D_k=\mu_k\boldsymbol{I}$.其中 $\boldsymbol{I}$ 为单位向量.为了保证它具有某种拟牛顿特性,需要满足以下任一限制条件:

$$\min\|s_{k-1} - D_k f'_{k-1}\|_2,$$

$$\min\|D_k^{-1}s_{k-1} - f'_{k-1}\|_2.$$

式中:$s_{k-1}=x_k-x_{k-1}$,$f'_{k-1}=f_k-f_{k-1}$.基于上述条件,文献[15]提出了著名的 BB 步长算子,可表示为:

$$\mu_k^{\mathrm{BB1}} = \frac{s_{k-1}^{\mathrm{T}}f'_{k-1}}{\|f'_{k-1}\|_2^2},$$

$$\mu_k^{\mathrm{BB2}} = \frac{\|s_{k-1}\|_2^2}{s_{k-1}^{\mathrm{T}}f'_{k-1}}.$$

文献[20]证明了 BB 步长算子比 SD 步长算子更能有效地提升最速下降法的收敛速度.本文将 BB 步长算子应用到 IST 算法中调节其收敛速度.

2.2 循环平移方法

在图像去噪的过程中,当一幅图像包含有较多奇异点时,将会遇到如下问题:对于某一个奇异点具有较好去噪效果的平移量可能对另一个奇异点去噪效果较差.因此,对于包含较多纹理和边缘特征的天文图像,就很难获得针对所有奇异点都具有较好去噪效果的最佳平移量.循环平移方法可有效解决这一难题,其循环平移过程可描述为

$$\tilde{x} = \frac{1}{K_1K_2}\sum_{i,j=1}^{K_1,K_2} C_{-i,-j}(S^{-1}(\theta[S(C_{i,j}(x))])),$$

式中 K_1、K_2分别为沿行和列方向的最大平移量.在小波变换中,如果测试一幅 $N\times N$ 图像 x 且 $N=2^K$,则认为 $K_1=K_2=K$ 为最大平移量.$C_{i,j}(x)$为定义的循环平移算子,对于二维图像 $x(m,n)$,可定义为

$$C_{i,j}(x) = x[\mathrm{mod}(m+i)/N, \mathrm{mod}(n+j)/N].$$

$C_{-i,-j}(x)$为 $C_{i,j}(x)$的逆过程,可表示为

$$C_{-i,-j}(x) = [C_{i,j}(x)]^{-1}.$$

此外,$S(x)$为小波变换过程,$S^{-1}(x)$为小波逆变换.$\theta(x)$为阈值函数,本文将其考虑为硬阈值函数 $H_S(x)$,并且阈值 T 为下降 VisuShrink 收缩阈值.

2.3 本文算法

综上所述,本文算法的设计步骤概括如下:

1)初始化过程.初始化迭代索引 $q=0$,最大迭代次数 $Q=30$ 和重构图像 $x_q=0$.

2)计算下降 VisuShrink 收缩阈值和 BB 步长算子 μ_q.

3)使用下式更新估计值.

$$x_{q+1} = x_q + H_S(\mu_q \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(y - \boldsymbol{\Phi}x_q)).$$

4)对重构的图像进行循环平移,可表示为

$$\tilde{x}_{q+1} = \frac{1}{K_1K_2}\sum_{i,j=1}^{K_1,K_2} C_{-i,-j}(S^{-1}(H_S[S(C_{i,j}(x_{q+1}))])).$$

5)$x_{q+1}=\tilde{x}_{q+1}$.

6)$q=q+1$.如果 $q=Q$,输出重构图像;否则,进入步骤 2).

3 实验及分析

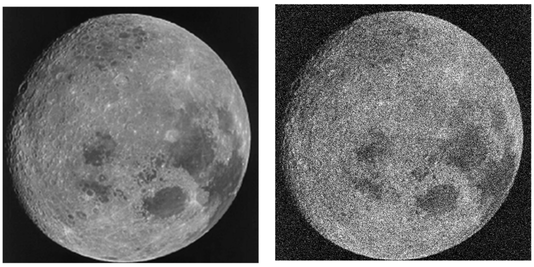
本文考虑引入的噪声信号为高斯白噪声,同时为了验证本文算法的去噪性能,将它与传统 IST 算法、基于全变差方法的 IST 算法(IST-TV)[3]以及基于循环平移方法的 IST 算法(IST-CS)对比.本文的压缩采样比定义为:观测值数量/信号长度.首先测试大小为 1 024×1 024 的月球图像,并设定压缩采样比为 0.3 和噪声标准差 $\hat{\sigma}=10$.图 1 显示了不同重构算法重构得到的结果.

从图 1 可以看出,与其他算法相比,本文算法能获得较好的视觉质量和较高的峰值信噪比(PSNR),但花费的重构时间(reconstruction time, RT)较长.同时可以看出,IST-TV、IST-CS 和本文算法都能有效地抑制伪吉布斯效应.

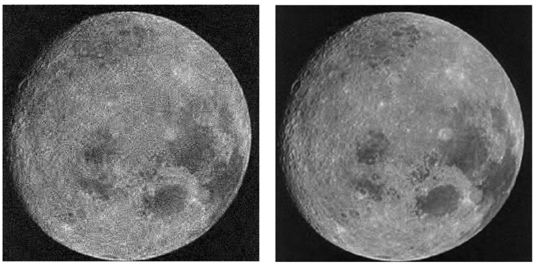
设定 $\hat{\sigma}=10$,图 2(a)、(b)分别显示了 PSNR 和 RT 随压缩采样比增长的变化曲线.可以看出,随着压缩采样比的增长,不同算法的重构能力逐渐提高.与其他算法相比,本文算法仍能获得较高的 PSNR 值,但花费的重构时间也相对较长.

设定噪声标准差和压缩采样比不变,如图 3 所示不同算法随迭代次数增长获得的 PSNR 值.可以看出,本文算法具有比其他算法更快的收敛速度.

测试另一幅天文图像(木星图像),设定压缩采样比为 0.1 和 $\hat{\sigma}=10$.图 4 显示了不同算法重构得到的结果.可以看出,当压缩采样比较低时,本文算法仍可获得相对较好的视觉质量和较高的 PSNR.



(a) 原始图像　　(b) 含噪图像

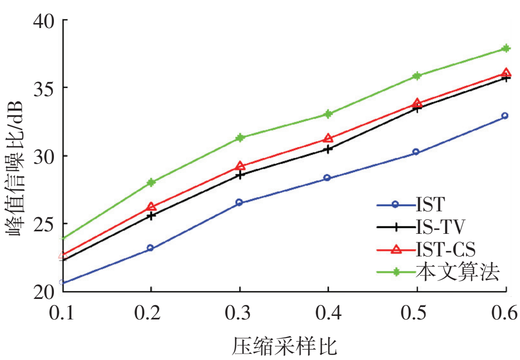


(c) IST (PSNR=26.49 dB, RT=20.71 s)　　(d) IST-TV (PSNR=28.54 dB, RT=30.26 s)

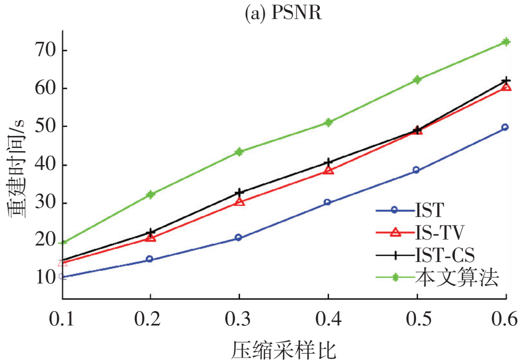
(e) IST-CS (PSNR=29.18 dB, RT=32.75 s)　　(f) 本文算法 (PSNR=31.26 dB, RT=43.29 s)

图 1　不同算法重构得到的结果

Fig.1　The reconstructed results of different algorithms



(a) PSNR



(b) 重构时间 RT

图 2　不同算法重构得到变化曲线

Fig.2　Curves of different algorithms

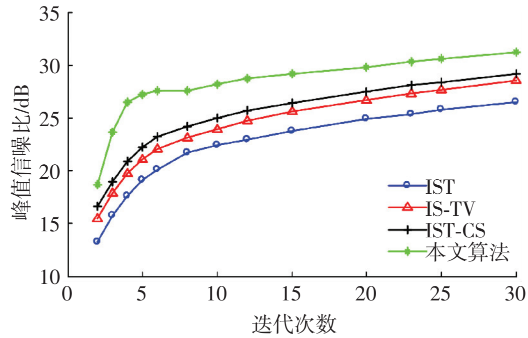
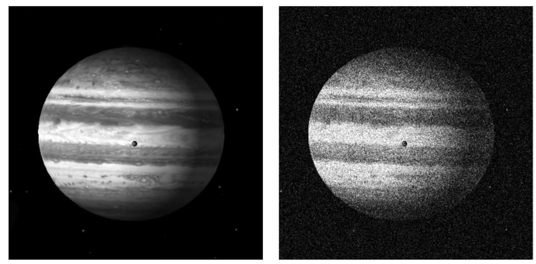
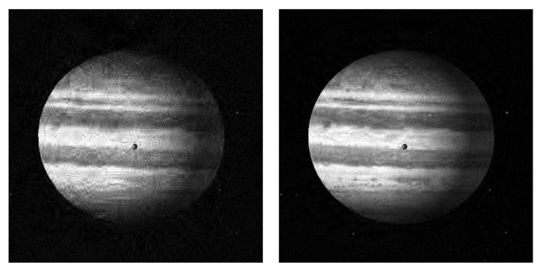


图 3　不同迭代次数下获得的 PSNR

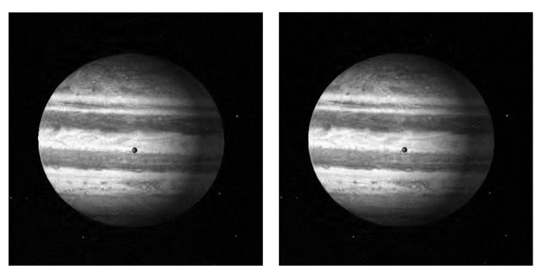
Fig.3　PSNR versus iterative number



(a) 原始图像　　(b) 含噪图像



(c) IST (PSNR=20.19 dB, RT=11.67 s)　　(d) IST-TV (PSNR=22.85 dB, RT=15.16 s)



(e) IST-CS (PSNR=23.64 dB, RT=15.85 s)　　(f) 本文算法 (PSNR=24.91 dB, RT=19.95 s)

图 4　不同算法获得的重构结果

Fig.4　The reconstructed results from different algorithms

测试更多的天文图像,表 1 显示了当 $\hat{\sigma}=10$,不同算法随压缩采样比变化时获得的 PSNR 值;表 2 显示了当压缩采样比为 0.3 时,不同算法随 $\hat{\sigma}$ 的增加获得的 PSNR 值.从表 1、2 可以看出,针对不同的天文图像,本文算法仍具有较好的重建性能.

测试本文算法对天文图像特征的重构能力,从原始月球图像中选取大小为 512×512 的局部特征图像作为实验图像.设定压缩采样比为 0.3 和 $\hat{\sigma}=10$,图 5 显示了不同算法重构得到的结果.可以看出,与IST-CS 算法相比,本文算法能恢复较多的细节特征.

表 1 压缩采样比变化时获得的 PSNR

Tab.1 PSNR versus compression sampling ratio dB

图像	算法	压缩采样比					
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
木星	IST	20.19	23.67	25.83	27.94	30.15	32.68
	IST-TV	22.85	24.83	27.71	30.27	32.49	34.75
	IST-CS	23.64	25.19	28.34	30.96	33.17	35.87
	本文算法	24.91	27.29	30.18	32.62	34.98	37.46
土星	IST	21.42	23.19	26.13	27.89	29.82	32.08
	IST-TV	22.94	24.19	27.26	29.66	31.52	33.94
	IST-CS	23.43	26.64	28.28	30.17	32.94	35.15
	本文算法	24.74	27.88	30.42	32.73	35.19	38.07
火星	IST	20.96	23.15	26.33	28.23	30.62	31.79
	IST-TV	23.04	25.51	27.36	29.42	31.53	34.01
	IST-CS	23.98	26.17	29.39	31.44	33.46	35.83
	本文算法	25.19	27.58	30.17	33.49	35.72	37.67

表 2 $\hat{\sigma}$ 值变化时获得的 PSNR

Tab.2 PSNR versus $\hat{\sigma}$ dB

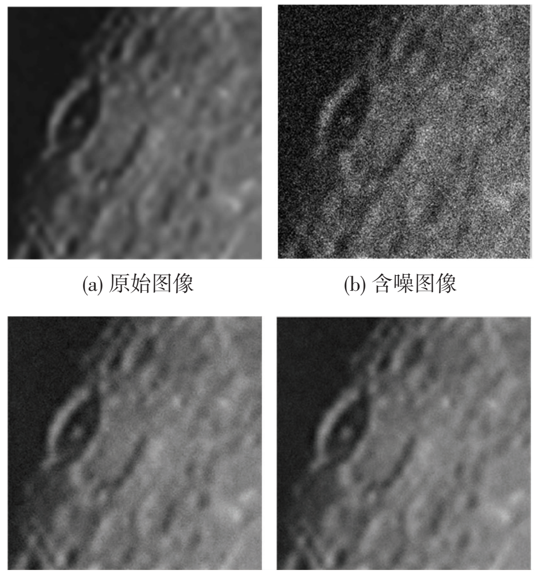
图像	算法	$\hat{\sigma}$					
		10	15	20	25	30	40
月球	IST	26.49	25.86	24.93	22.75	20.61	17.45
	IST-TV	28.54	27.84	26.16	24.62	21.77	19.06
	IST-CS	29.18	29.64	28.11	26.35	23.29	20.17
	本文算法	31.26	30.66	29.13	27.69	24.63	22.46
木星	IST	25.83	25.16	24.12	21.94	19.58	16.97
	IST-TV	27.71	26.95	25.42	24.02	21.86	19.33
	IST-CS	28.34	27.74	26.51	24.92	22.41	21.06
	本文算法	30.18	29.79	28.46	26.18	23.76	22.19
土星	IST	26.13	25.52	24.19	22.34	20.46	17.53
	IST-TV	27.26	26.41	24.72	23.19	21.58	19.67
	IST-CS	28.28	27.49	25.36	24.03	22.19	20.46
	本文算法	30.42	29.78	27.99	26.36	24.72	21.83
火星	IST	26.33	25.46	23.63	21.79	19.63	17.52
	IST-TV	27.36	26.74	25.06	23.49	20.59	18.86
	IST-CS	29.39	28.18	27.46	25.62	22.85	19.47
	本文算法	30.17	29.65	28.42	26.84	24.19	21.73

4 结 论

1)本文将压缩感知理论应用到天文图像去噪,并在迭代收缩阈值算法的基础上,提出了一种高性能改进算法.该算法首先使用 BB 步长算子调节收敛速度;其次使用提出的下降 VisuShrink 阈值对重构图像进行筛选;最后对重建图像进行循环平移以消除伪吉布斯效应.

2)本文算法与 IST、IST-TV 和 IST-CS 算法的对比分析结果表明,本文算法可以以较快的收敛速度重构一幅清晰的天文图像,并且能有效地保护天文图像的细节特征.在压缩采样比较低时,本文算法也可获得较优的重构效果.

3)虽然本文算法的收敛速度和去噪重建性能得到很大的提高,但是花费的重建时间较长,因此如何提高本文算法的重建速度是以后改进的方向.



(a) 原始图像 (b) 含噪图像

(c) IST-CS (d) 本文算法

(PSNR=34.58 dB, RT=12.67 s) (PSNR=36.04 dB, RT=18.72 s)

图 5 两种算法重构结果对比

Fig. 5 Comparison of the reconstructed result between two algorithms

参考文献

[1] SKODRAS A, CHRISTOPOLOS C, EBRAHIMI T. The JPEG 2000 still image compression standard [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2001, 18(5): 36-58.DOI: 10. 1109/79.952804.

[2] WALLANCEG K. The JPEG still picture compression standard[J]. IEEE Transactions on Consumer, 2002, 38(1): 18-34. DOI: 10. 1109/30.125072.

[3] SHI Xiaoping, ZHANG Jie. Reconstruction and transmission of astronomical image based on compressed sensing [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016, 27(3):680-690.DOI: 10.1109/JSEE.2016.00071.

[4] ELDARY C, KUTYNIOK G. Compressed sensing: theory and applications[M]. New York: Cambridge University Press, 2012:1-515.

[5] BENEDETTO J J. Compressed sensing and its applications [M]. USA: Birkhauser, 2013:97-143.

[6] CANDES E, ROMBERG J. Sparsity and incoherence in compressive sampling[J]. Inverse Problems, 2007, 23(3): 969-985.DOI:10. 1088/0266-5611/23/3/008.

[7] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.DOI: 10.1109/TIT. 2006.871582.

(下转第 89 页)