DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201605118

轴系倾角回转误差中一次谐振的分离方法

霍 炎, 任顺清

(哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心,哈尔滨 150080)

摘 要: 为更加准确地评定轴系的倾角回转误差,首先推导了轴系倾角回转误差、平面反射镜和自准直仪的安装误差与自准直仪测量数据之间的关系,指出平面反射镜的安装误差在自准直仪的二维读数中为正交一次谐波,然后分析了一次谐振运动误差的形成机理,其在自准直仪的读数中表现为同相一次谐波.针对二维数据中的一次谐波,设计了同相和正交一次谐波的分离方法,扣除了由平面反射镜的安装误差引起的正交一次谐波误差,保留了轴系倾角回转误差中的一次谐振成分,从而改进了轴系倾角回转误差的数据处理方法.最后,通过改变平面反射镜的安装误差,并且对同一轴系的倾角回转误差进行测试,实验结果表明,从两次测试数据中所分离出来的一次谐振误差具有一致性,从而证明了该分离方法的正确性.并且在数据处理过程中只扣除了平面反射镜安装误差引起的正交一次谐波,保留了同相的一次谐振误差项.从最终实验数据可以看出改进后的倾角回转误差数据处理方法更加的合理和精确.

关键词: 回转误差;一次谐波;一次谐振;误差分离技术;方向余弦阵

中图分类号: TM132 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2017)10-0083-07

Error separation technology of the first harmonic resonance from the angular rotation errors

HUO Yan, REN Shunqing

(Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: To accurately evaluate the wobble error of the rotary axis system, the relationships among the wobble error of the rotary axis system, installation errors of the reflected mirror and of the autocollimator, and the readouts of the autocollimator are established firstly. Installation errors of the reflected mirror are referred to be the first harmonic in the quadrature phase of the autocollimator readouts, and then the formation mechanisms of the first harmonic resonance are analyzed, which is represented as the first harmonic in the same phase. A separation method to handle the first harmonics in the same phase and in the quadrature phase are designed for the first harmonics in the x-and the y-direction readouts of the autocollimator. This method eliminates the first harmonics caused by the installation errors of the reflected mirror, and retains the first harmonic resonance in the rotary error. As a result, the data processing method of the wobble error of the rotary axis system is improved. Finally, by changing the installation errors of the reflected mirror, the wobble errors of the same rotary axis system are measured two times. It is proved that this separation method is correct since the first harmonic resonance errors from the two groups of the measured data are consistent. Meanwhile, it only eliminates the first harmonic caused by the installation errors of the reflected mirror, and retains the first harmonic resonance errors in the rotary errors. The experimental results show that the method of data processing for wobble error of the rotary axis system is more reasonable and accurate.

Keywords: rotary error; first harmonic; first harmonic resonance; error separation technology; direction cosine matrix

轴系的倾角回转误差对于机床上零件的加工精度,转台上的综合指向精度等关键技术指标有着重要影响,一些精密设备比如圆度仪、超精密机床等具有极高的回转精度要求,所以研究轴系倾角回转误差的测试评定方法有着重要的意义.其中,运用数学解析法描述各个轴系的倾角回转误差,并理清这些误差在系统中的传递过程是十分有意义的工作.国内外有很多评定轴系倾角回转误差的文献,文献[1-5]对轴系倾角回转误差的形成机理进行深入的剖析,但均没有考虑轴系的一次谐振运动对轴系倾角回转误差的影响.文献[6]运用谐波分析的方法分析了轴系的倾角回转误差,并将影响回转精度的误差源归结为机械零件的制造误差,刚度不足引起的主轴轴系变形,以及零部件的装配误差,而没有对轴系的运动机理进行深入剖析.文献[7]在分析主轴误差信号的基础上,提出了有效分离安装偏心的方法,从而开发出一种测试结果与偏心无关的测试方

收稿日期: 2016-05-30
基金项目: 国家重大科学仪器设备开发专项基金(2013YQ310737)
作者简介: 霍 炎(1991—),男,硕士研究生;
任顺清(1967—),男,教授,博士生导师
通信作者: 任顺清,renshunqing@hit.edu.cn

法,但其同样没有细致分析轴系一次谐振运动.文献[8]提出一次分量中主轴一次误差运动应当分为“一次圆周误差运动”和“一次直线误差运动”两类.通过理论分析及传感器的改进,可消除一次分量而不影响测量精度.文献[9]从补偿运动机理角度分析了主轴回转误差与加工系统之间的动态相互作用.文献[10]设计和验证主轴运动误差分离技术具有亚纳米测量不确定度.文献[11]介绍了 5 自由度模型并分析了主轴轴承的加工误差,包括标准圆柱与轴的同心度误差.文献[12]介绍了在主轴回转误差测试过程中,如何消除标准圆柱的安装偏心误差.文献[13]介绍了消除实验数据中安装偏心的方法,测量系统实现了对高精度静压主轴回转误差和圆度的精确测量.文献[14]为了实现对超精密机床主轴回转误差的在线测试与评价,建立了纳米级在线测试与评价系统,并对该系统所采用的测试仪器“干扰抑制”数据处理与指标评价方法进行了研究.文献[15]说明主轴的回转误差受转速的影响,在空载高速运转状态下较明显,需根据实际零件加工精度需要,选择合适的加工速度.文献[16]以数控机床静压气体轴承的主轴系统为研究对象,设计了以静压气体轴承为主承载元件,主动磁轴承为辅助元件的主轴系统结构,利用主动磁轴承的可控性设计了回转误差的控制和补偿方法,提高了主轴的回转精度.文献[17]深入分析了测试数据中一次谐波项,得出了测试数据的一次谐波项是由两个垂直方向的相位相同一次谐波和相位正交的一次谐波叠加而成,相位正交的一次谐波为平面反射镜的安装偏差,而相同相位的一次谐波为轴系的一次谐振运动,前者在计算轴系倾角回转误差时应予以扣除,而后者为主轴运动本身所有,应当予以保留.但其没有进一步对轴系一次谐振运动进行分离处理,传统上的数据处理方法是把所有的一次谐波全部扣除掉,其实并不准确,因为它忽略了轴系一次谐振运动误差是轴系倾角回转误差的一部分.本文将以自准直仪-平面反射镜法测量轴系的倾角回转误差为例,将自准直仪的二维测量数据中的一次谐波进一步分解为轴系一次谐振运动所产生一次谐波和平面反射镜的安装误差所造成的一次谐波两个部分,并有效保留了轴系的一次谐振运动误差,从而更加准确地评估轴系的倾角回转误差.

1 轴系倾角回转误差的测试方法

本文首先建立了与自准直仪、轴套、主轴和平面反射镜固联的坐标系,并考虑自准直仪和平面反射镜的安装误差,回转轴系相对于轴套的倾角回转误差,将推导平面反射镜坐标系与基准坐标系之间的姿态关系,进而导出自准直仪测量读数与上述安装误差以及轴系角位置的关系.

基准坐标系 $o_0x_0y_0z_0$ 固联在自准直仪上,如图 1 所示,o_0z_0 与自准直仪的光轴一致,o_0y_0 朝上,o_0x_0 由右手定则确定.

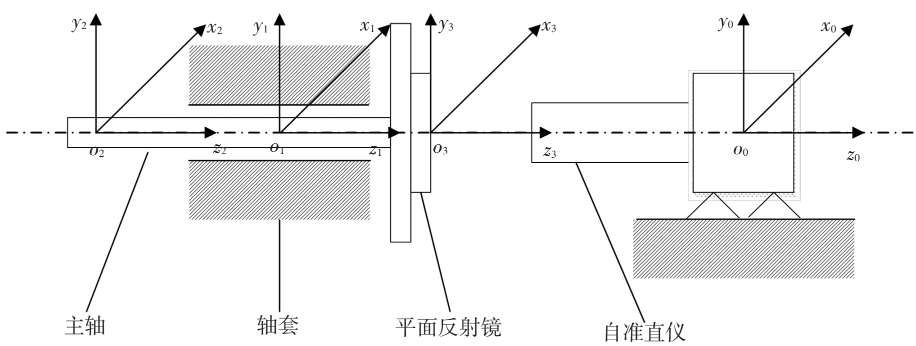

图 1 自准直仪-平面反射镜法测量轴系的倾角回转误差

Fig.1 The measurement of wobble errors of the rotary axis system by autocollimator-reflected mirror method

轴套坐标系 $o_1x_1y_1z_1$ 的 o_1z_1 轴与 o_0z_0 轴的夹角为 $\Delta\beta$,它是自准直仪的安装误差,其中 o_1z_1 是轴系的平均回转轴线,轴套坐标系可以认为是绕基准坐标系的 o_0x_0 轴旋转 $\Delta\beta_x$,再绕 o_0y_0 轴旋转 $\Delta\beta_y$ 形成.轴套坐标系相对于基准坐标系的姿态矩阵为

$$\boldsymbol{T}_1^0 = \mathrm{Rot}(x_0, \Delta\beta_x)\mathrm{Rot}(y_0, \Delta\beta_y).$$

主轴坐标系 $o_2x_2y_2z_2$ 是在轴套坐标系 $o_1x_1y_1z_1$ 的基础上绕轴 o_1x_1 旋转 $\Delta\alpha_x(\gamma)$,再绕轴 o_1y_1 旋转 $\Delta\alpha_y(\gamma)$,最后绕 z 轴旋转 γ 形成,$\Delta\alpha_x(\gamma)$、$\Delta\alpha_y(\gamma)$ 就是主轴轴系处于 γ 角位置时的二维倾角回转误差,主轴坐标系相对于轴套坐标系的姿态矩阵为

$$\boldsymbol{T}_2^1 = \mathrm{Rot}(x_1, \Delta\alpha_x(\gamma))\mathrm{Rot}(y_1, \Delta\alpha_y(\gamma))\mathrm{Rot}(z_1, \gamma).$$

平面反射镜坐标系 $o_3x_3y_3z_3$ 固联于平面反射镜上,它是考虑平面反射镜对于主轴几何轴线的二维垂直度 $\Delta\beta_{x2}$、$\Delta\beta_{y2}$形成的.平面反射镜坐标系相对于主轴坐标系的姿态矩阵为

$$\boldsymbol{T}_3^2 = \mathrm{Rot}(x_2, \Delta\beta_{x2})\mathrm{Rot}(y_2, \Delta\beta_{y2}).$$

上述 Rot( ) 函数的定义见文献[1].根据坐标系之间的姿态传递关系,平面反射镜坐标系相对于基准坐标系的姿态矩阵为

$$\boldsymbol{T}_3^0 = \boldsymbol{T}_1^0\boldsymbol{T}_2^1\boldsymbol{T}_3^2 = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}.$$

根据姿态矩阵的定义，$\boldsymbol{T}_3^0$ 中的 h_{13} 为 o_0x_0 轴与平面镜法线 o_3z_3 夹角的余弦，因为这个始终夹角接近 90 °，比如夹角为 90 °$-\Delta\theta$，则 $\cos(90°-\Delta\theta)=\sin\Delta\theta\approx\Delta\theta$，所以 h_{13} 为 o_0x_0 轴与平面反射镜法线 o_3z_3 的垂直度，也是自准直仪在 o_0x_0 方向上的读数；同理分析$\boldsymbol{T}_3^0$ 中的 h_{23}就是自准直仪在 o_0y_0 方向上的读数.如果采取等间隔 n 点采样，取 $\gamma_i=\dfrac{2\pi i}{n}$为：

$$f_x(\gamma_i)=h_{13}=\Delta\beta_{y2}\cos\gamma_i+\Delta\beta_{x2}\sin\gamma_i+\Delta\beta_y+\Delta a_y(\gamma_i), \tag{1}$$

$$f_y(\gamma_i)=h_{23}=\Delta\beta_{y2}\sin\gamma_i-\Delta\beta_{x2}\cos\gamma_i-\Delta\beta_x-\Delta\alpha_x(\gamma_i). \tag{2}$$

由式(1)、(2)可以看出主轴轴线和自准直仪的光轴的平行度 $\Delta\beta_x$、$\Delta\beta_y$ 表现为常数项，镜面与主轴轴线的垂直度 $\Delta\beta_{x2}$、$\Delta\beta_{y2}$表现为一次谐波项.如果将这 4 个参数从自准直仪的二维测量读数中分离出来并加以扣除，即可得出轴系的倾角回转误差.

从式(1)、(2)可知平面反射镜安装误差 $\Delta\beta_{x2}$、$\Delta\beta_{y2}$产生的一次谐波相位相差 90°，但由于轴系本身存在一次谐振运动，也就是 $\Delta\alpha_x(\gamma)$、$\Delta\alpha_y(\gamma)$ 中也含有一次谐波成分，将导致式(1)、(2)中 $f_x(\gamma_i)$、$f_y(\gamma_i)$一次谐波的相位差不可能是 90°，在实际的数据处理过程中是对它们进行分别处理，即将式(1)、(2)写成下式：

$$f_x(\gamma_i)=\Delta\theta_{xlc}\cos\gamma_i+\Delta\theta_{xls}\sin\gamma_i+\overline{f_x}+\Delta f_x(\gamma_i),$$

$$f_y(\gamma_i)=\Delta\theta_{ylc}\cos\gamma_i+\Delta\theta_{yls}\sin\gamma_i+\overline{f_y}+\Delta f_y(\gamma_i),$$

式中，$\Delta f_x(\gamma_i)$、$\Delta f_y(\gamma_i)$ 分别为 x、y 方向回转误差的二次及二次以上谐波.

平均值的求法：

$$\overline{f_x}=\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}f_x\left(\frac{2\pi i}{n}\right),\quad \overline{f_y}=\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}f_y\left(\frac{2\pi i}{n}\right). \tag{3}$$

一次谐波项幅值求法：

$$\Delta\theta_{xlc}=\frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1}f_x(\gamma_i)\cos\gamma_i\neq\Delta\beta_{y2},$$

$$\Delta\theta_{xls}=\frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1}f_x(\gamma_i)\sin\gamma_i\neq\Delta\beta_{x2}; \tag{4}$$

$$\Delta\theta_{yls}=\frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1}f_y(\gamma_i)\sin\gamma_i\neq\Delta\beta_{y2},$$

$$\Delta\theta_{ylc}=\frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1}f_y(\gamma_i)\cos\gamma_i\neq-\Delta\beta_{x2}. \tag{5}$$

式(4)、(5)中的系数包含了平面反射镜的安装误差和轴系的一次谐振运动误差.如果倾角回转误差 $\Delta\alpha_x(\gamma)$、$\Delta\alpha_y(\gamma)$中不含有一次谐波项，则式(4)、(5)中的不等号可改为等号.

传统的数据处理方法是扣除式(3)~(5)中有关系数的一次谐波和均值后得到倾角回转误差为：

$$\Delta f_x(\gamma_i)=f_x(\gamma_i)-\Delta\theta_{xlc}\cos\gamma_i-\Delta\theta_{xls}\sin\gamma_i-\overline{f_x}, \tag{6}$$

$$\Delta f_y(\gamma_i)=f_y(\gamma_i)-\Delta\theta_{ylc}\cos\gamma_i-\Delta\theta_{yls}\sin\gamma_i-\overline{f_y}, \tag{7}$$

则合成后的倾角回转误差为

$$\Delta f_{xy}(\gamma_i)=\sqrt{\Delta f_x^2(\gamma_i)+\Delta f_y^2(\gamma_i)}. \tag{8}$$

而式(6)、(7)相当于将轴系倾角回转误差中的一次谐波当作平面反射镜的安装误差而进行了消偏，忽略了轴系的一次谐振运动，用这种传统的数据处理方法评估轴系倾角回转误差是不准确的.

2　轴系运动误差的一次谐振运动

2.1　一次谐振运动产生的主要因素

轴系误差运动中形成一次谐振的主要原因是轴系回转时结构和元件的振动因素，例如由于回转主轴质量不均匀引起的结构强迫振动，从而在测试方向上可能存在频率与转速一致的振动分量，其运动形式是一次频率直线简谐运动，它与测量标准件安装误差所造成的一次频率的圆周运动叠加后构成总体的一次谐波，如果轴系不存在其他误差运动，则其运动轨迹为一个椭圆.

2.2　一次谐振运动的特点

如图 2 所示，轴系一次谐振运动相当于主轴以角速率 ω_0 转动的同时又在一定的小角度范围内进行摆动，设摆动角范围为 $2A$，如果摆动方向与 x 轴正向夹角为 λ，则在自准直仪两个方向的读数为：

$$x(t)=A\cos\lambda\sin(\omega_0t+\alpha),$$

$$y(t)=A\sin\lambda\sin(\omega_0t+\alpha),$$

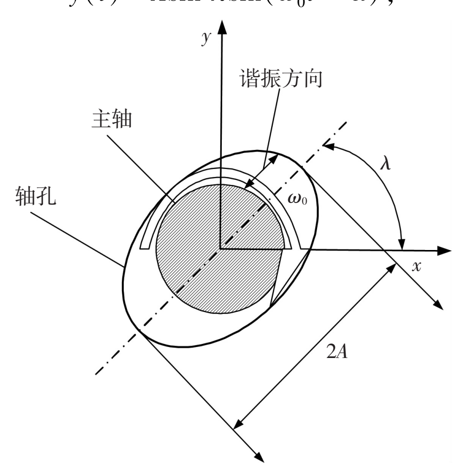

图 2　轴系的转动方向与一次谐振运动方向

Fig.2　The direction of rotation of the shaft and the direction of the first harmonic resonance of the shaft

式中 $x(t)$、$y(t)$ 是完全相关且相位一致，幅值是由摆幅范围 A 和谐振方位角 λ 共同决定的.

$$y(t)=x(t)\tan\lambda. \tag{9}$$

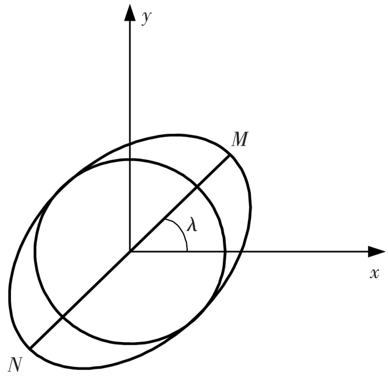

图 3 轴系一次谐振运动的分解

Fig.3 The decomposition of the first harmonic resonance motion of the shaft

2.3 一次谐振运动的分离

式(10)、(11)中一次谐波的 Lissajous 图如图 3 所示，其中线段 MN 表示轴系的一次谐振运动，圆周表示轴系上平面反射镜的安装误差.而椭圆就是上述两者的合成，其代表了自准直仪测量回转轴系的实际数据轨迹.下面内容阐述的是将自准直仪二维测量数据中的一次谐波分离成两个部分，分别为正交的和同相的一次谐波.

椭圆的参数方程为：

$$g_x(\gamma_i)=\Delta\theta_{xlc}\cos\gamma_i+\Delta\theta_{xls}\sin\gamma_i, \tag{10}$$

$$g_y(\gamma_i)=\Delta\theta_{ylc}\cos\gamma_i+\Delta\theta_{yls}\sin\gamma_i. \tag{11}$$

椭圆上的点到平均回转轴线距离的平方为：

$$s=g_x^2(\gamma)+g_y^2(\gamma),$$

$$s=\frac{1}{2}(\Delta\theta_{xlc}^2+\Delta\theta_{xls}^2+\Delta\theta_{ylc}^2+\Delta\theta_{yls}^2)+\sqrt{\frac{1}{4}(\Delta\theta_{xlc}^2+\Delta\theta_{ylc}^2-\Delta\theta_{xls}^2-\Delta\theta_{yls}^2)^2+(\Delta\theta_{xlc}\Delta\theta_{xls}+\Delta\theta_{ylc}\Delta\theta_{yls})^2}\sin(2\gamma+\beta),$$

其中 $\tan\beta$ 的表达式为

$$\tan\beta=\frac{\Delta\theta_{xlc}^2+\Delta\theta_{ylc}^2-\Delta\theta_{xls}^2-\Delta\theta_{yls}^2}{2(\Delta\theta_{xlc}\Delta\theta_{xls}+\Delta\theta_{ylc}\Delta\theta_{yls})}.$$

从图 3 可知，点 M、N 到椭圆中心的距离最大，令 $2\gamma+\beta=\dfrac{\pi}{2}$，得 $\gamma=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\beta}{2}$，此时 s 到达最大值，由式(9)知轴系一次谐振运动的方位角为

$$\lambda=\arctan\frac{g_y\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}{g_x\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)}.$$

轴系一次谐振运动的参数方程表示为：

$$l_x(\gamma_i)=(e_x\cos\gamma_i+e_y\sin\gamma_i)\cos\lambda,$$

$$l_y(\gamma_i)=(e_x\cos\gamma_i+e_y\sin\gamma_i)\sin\lambda.$$

上述阐述可知，平面反射镜的安装误差所造成的圆周运动为：

$$h_x(\gamma_i)=\Delta\theta_{xlc}\cos\gamma_i+\Delta\theta_{xls}\sin\gamma_i-(e_x\cos\gamma_i+e_y\sin\gamma_i)\cos\lambda, \tag{12}$$

$$h_y(\gamma_i)=\Delta\theta_{ylc}\cos\gamma_i+\Delta\theta_{yls}\sin\gamma_i-(e_x\cos\gamma_i+e_y\sin\gamma_i)\sin\lambda. \tag{13}$$

由于 $h_x(\gamma_i)$、$h_y(\gamma_i)$ 是相位正交的一次谐波，参照式(1)、(2)和式(12)、(13)可得：

$$\Delta\theta_{xlc}-e_x\cos\lambda=\Delta\theta_{yls}-e_y\sin\lambda=\Delta\beta_{y2}, \tag{14}$$

$$\Delta\theta_{xls}-e_y\cos\lambda=-(\Delta\theta_{ylc}-e_x\sin\lambda)=\Delta\beta_{x2}. \tag{15}$$

根据式(14)、(15)，求解关于 e_x、e_y 的方程组，可得到：

$$e_x=(\Delta\theta_{xls}+\Delta\theta_{ylc})\sin\lambda+(\Delta\theta_{xlc}-\Delta\theta_{yls})\cos\lambda,$$

$$e_y=(-\Delta\theta_{xlc}+\Delta\theta_{yls})\sin\lambda+(\Delta\theta_{xls}+\Delta\theta_{ylc})\cos\lambda,$$

至此，一次谐振的参数 e_x、e_y 以及谐振方位角 λ 均已得出.

3 改进的倾角回转误差模型及其数据处理

由式(14)、(15)以及式(1)、(2)可得：

$$\Delta\beta_{y2}=(1-\cos^2\lambda)\Delta\theta_{xlc}+\Delta\theta_{yls}\cos^2\lambda-(\Delta\theta_{ylc}+\Delta\theta_{xls})\sin\lambda\cos\lambda,$$

$$\Delta\beta_{x2}=(1-\cos^2\lambda)\Delta\theta_{xls}-\Delta\theta_{ylc}\cos^2\lambda-(-\Delta\theta_{xlc}+\Delta\theta_{yls})\sin\lambda\cos\lambda,$$

扣除平面反射镜的安装误差 $\Delta\beta_{x2}$、$\Delta\beta_{y2}$ 与自准直仪的对准误差 $\overline{f_x}$、$\overline{f_y}$ 后可得：

$$\varepsilon_x(\gamma_i)=f_x(\gamma_i)-\overline{f_x}-\Delta\beta_{y2}\cos\gamma_i-\Delta\beta_{x2}\sin\gamma_i, \tag{16}$$

$$\varepsilon_y(\gamma_i)=f_y(\gamma_i)-\overline{f_y}-\Delta\beta_{y2}\sin\gamma_i+\Delta\beta_{x2}\cos\gamma_i. \tag{17}$$

由式(16)、(17)可知，改进后的倾角回转误差的数据处理算法只扣除了 $\Delta\beta_{x2}$、$\Delta\beta_{y2}$ 安装误差产生的一次谐波，保留了轴系固有的一次谐振运动误差，这种评估方法更为客观、合理和精确.

则合成后的倾角回转误差为

$$\varepsilon_{xy}(\gamma_i)=\sqrt{\varepsilon_x^2(\gamma_i)+\varepsilon_y^2(\gamma_i)}, \tag{18}$$

取 $\varepsilon_{xy}(\gamma_i)$ 的最大值作为轴系的倾角回转误差.

4 改进后的回转误差模型的误差分析数据

通过对比同一回转轴系在不同安装误差下所计算出的倾角回转误差数据验证该方法的正确性，见表 1.

从表 1 中可以看到，采用改进后的数据处理算法即式(18)得到实验 1 中轴系的倾角回转误差为

±1.06 ″,其一次谐振运动的摆幅为-0.64 ″~+0.64 ″,实验 2 中轴系倾角回转误差为± 0.91 ″,其一次谐振运动的摆幅为-0.60 ″~+0.60 ″,两次实验的一次谐振运动的摆幅基本一致;而按照传统的数据处理算法即式(8)得到实验 1 的倾角回转误差为±0.67 ″,实验 2 的倾角回转误差为±0.58 ″,所以按照传统的数据处理方法,得到的倾角回转误差偏小,因为它把轴系本身的一次谐振运动误差扣除掉了.从图 4 也可以看出两次实验一次谐振运动的方位角基本相同,其中实验 1 的一次谐振直线斜率为 1.36,而实验 2的一次谐振直线斜率为 1.42,以上这些都足以说明两次实验中轴系的一次谐振运动有着很高的重复度.从图 4~7 中也可以看出轴系的倾角回转误差和一次谐振运动的重复度很高,两次实验测试的轴系倾角回转误差仅差 0.15 ″,从而验证了本文所给出算法的正确性,同时也说明了对于回转精度高的轴系,其一次谐振运动是不能被忽略的,从表 1 数据可以看出实验 1 中一次谐振运动所占整体轴系倾角回转误差为 60.4%,而实验 2 中一次谐振运动所占整体轴系倾角回转误差为 65.9%,此轴系的一次谐振运动误差占倾角回转误差比例较大,其在工艺上仍有改进的空间.

表 1　不同平面反射镜安装误差下的倾角回转误差数据

Tab.1　The wobble data under different installation errors of the reflected mirror　　arcsec(″)

序号	实验 1								实验 2							
i	$f_{x1}(\gamma_i)$	$f_{y1}(\gamma_i)$	$\varepsilon_{x1}(\gamma_i)$	$\varepsilon_{y1}(\gamma_i)$	$\varepsilon_{xy1}(\gamma_i)$	$l_{x1}(\gamma_i)$	$l_{y1}(\gamma_i)$	$l_{xy1}(\gamma_i)$	$f_{x2}(\gamma_i)$	$f_{y2}(\gamma_i)$	$\varepsilon_{x2}(\gamma_i)$	$\varepsilon_{y2}(\gamma_i)$	$\varepsilon_{xy2}(\gamma_i)$	$l_{x2}(\gamma_i)$	$l_{y2}(\gamma_i)$	$l_{xy2}(\gamma_i)$
0	2.98	0.73	−0.40	−0.09	0.41	0.08	0.11	0.13	0.43	1.97	−0.39	−0.05	0.39	0.06	0.09	0.11
1	3.68	1.50	0.04	−0.20	0.20	0.17	0.23	0.29	0.87	2.11	−0.02	−0.13	0.13	0.15	0.21	0.25
2	4.11	2.43	0.44	−0.18	0.48	0.25	0.35	0.43	1.21	2.34	0.31	−0.12	0.33	0.22	0.31	0.39
3	4.22	3.44	0.77	−0.07	0.77	0.32	0.43	0.54	1.47	2.62	0.62	−0.07	0.62	0.28	0.40	0.49
4	3.99	4.54	0.97	0.23	1.00	0.36	0.49	0.61	1.52	3.06	0.77	0.17	0.79	0.32	0.46	0.56
5	3.28	5.48	0.89	0.50	1.02	0.38	0.51	0.64	1.39	3.43	0.80	0.37	0.88	0.34	0.49	0.60
6	2.37	6.20	0.76	0.74	**1.06**	0.37	0.50	0.63	1.06	3.78	0.66	0.60	0.89	0.34	0.48	0.59
7	1.15	6.62	0.41	0.90	0.99	0.34	0.46	0.57	0.66	4.03	0.48	0.78	**0.91**	0.31	0.44	0.54
8	−0.01	6.65	0.17	0.90	0.92	0.28	0.38	0.47	0.16	4.02	0.21	0.76	0.79	0.26	0.37	0.46
9	−1.23	6.31	−0.16	0.77	0.79	0.21	0.28	0.35	−0.33	3.93	−0.06	0.72	0.72	0.20	0.28	0.34
10	−2.36	5.53	−0.48	0.43	0.64	0.12	0.16	0.20	−0.78	3.59	−0.31	0.48	0.57	0.12	0.17	0.20
11	−3.11	4.47	−0.57	−0.01	0.57	0.02	0.03	0.03	−1.10	3.11	−0.46	0.16	0.48	−0.03	0.04	0.05
12	−3.50	3.33	−0.47	−0.37	0.60	−0.08	−0.11	0.13	−1.20	2.58	−0.43	−0.18	0.47	−0.06	−0.09	0.11
13	−3.58	2.11	−0.29	−0.71	0.77	−0.17	−0.23	0.29	−1.13	1.99	−0.29	−0.55	0.63	−0.15	−0.21	0.25
14	−3.38	1.03	−0.06	−0.87	0.88	−0.25	−0.35	0.43	−0.98	1.55	−0.13	−0.76	0.77	−0.22	−0.31	0.39
15	−2.99	0.21	0.11	−0.80	0.81	−0.32	−0.43	0.54	−0.78	1.31	0.02	−0.78	0.78	−0.28	−0.40	0.49
16	−2.50	−0.48	0.17	−0.69	0.71	−0.36	−0.49	0.61	−0.68	1.16	0.01	−0.73	0.73	−0.32	−0.46	0.56
17	−1.96	−0.97	0.08	−0.51	0.52	−0.38	−0.51	0.64	−0.47	1.15	0.07	−0.57	0.57	−0.34	−0.49	0.60
18	−1.20	−1.22	0.06	−0.28	0.29	−0.37	−0.50	0.63	−0.31	1.16	0.03	−0.43	0.44	−0.34	−0.48	0.59
19	−0.52	−1.29	−0.13	−0.09	0.16	−0.34	−0.46	0.57	−0.21	1.35	0.08	−0.18	0.19	−0.31	−0.44	0.54
20	0.06	−1.16	−0.47	0.07	0.48	−0.28	−0.38	0.47	−0.14	1.52	−0.24	0.01	0.24	−0.26	−0.37	0.46
21	0.88	−0.92	−0.54	0.10	0.55	−0.21	−0.28	0.35	−0.13	1.70	−0.46	0.14	0.48	−0.20	−0.28	0.34
22	1.54	−0.43	−0.69	0.16	0.71	−0.12	−0.16	0.20	−0.02	1.87	−0.55	0.20	0.59	−0.12	−0.17	0.20
23	2.28	0.11	−0.61	0.07	0.62	−0.02	−0.03	0.03	0.15	2.00	−0.55	0.18	0.58	−0.03	−0.04	0.05

注:$f_{x1}(\gamma_i)$为实验 1 自准直仪 x 方向读数;$f_{y1}(\gamma_i)$为实验 1 自准直仪 y 方向读数;$\varepsilon_{x1}(\gamma_i)$为实验 1 轴系 x 方向的倾角回转误差;$\varepsilon_{y1}(\gamma_i)$为实验 1 轴系 y 方向的倾角回转误差;$\varepsilon_{xy1}(\gamma_i)$为实验 1 轴系合成后的倾角回转误差;$l_{x1}(\gamma_i)$为实验 1 轴系 x 方向的一次谐振运动;$l_{y1}(\gamma_i)$为实验 1 轴系 y 方向的一次谐振运动;$l_{xy1}(\gamma_i)$为轴系合成后的一次谐振运动.同样的方式可以表示实验 2 的自准直仪测量读数和倾角回转误差.

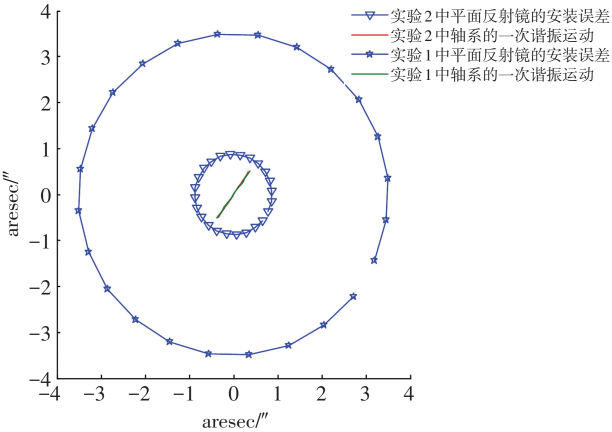

图 4　实验 1 和实验 2 中平面镜安装偏差和一次谐振运动的 Lissajous 图

Fig.4　The Lissajous figures of the installation error of the reflected mirror and the first harmonic resonance motion in Experiment 1 and Experiment 2

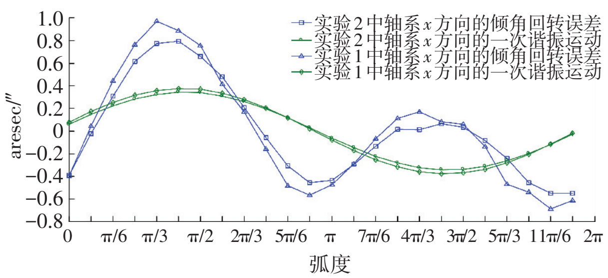

图 5　实验 1 和实验 2 中轴系 x 方向倾角回转误差和一次谐振运动的对比曲线

Fig.5　The contrast curves of the angular rotation errors of x-direction and the first harmonic resonance motion in Experiment 1 and Experiment 2

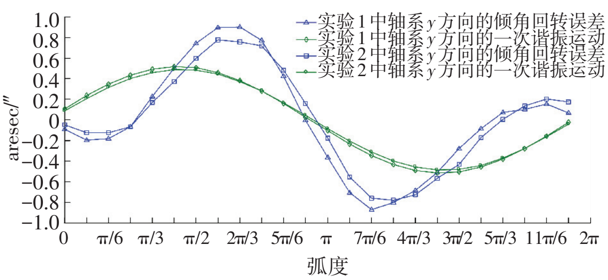

图 6　实验 1 和实验 2 中轴系 y 方向倾角回转误差和一次谐振运动的对比曲线

Fig.6　The contrast curves of the angular rotation errors of y-direction and the first harmonic resonance in Experiment 1 and Experiment 2

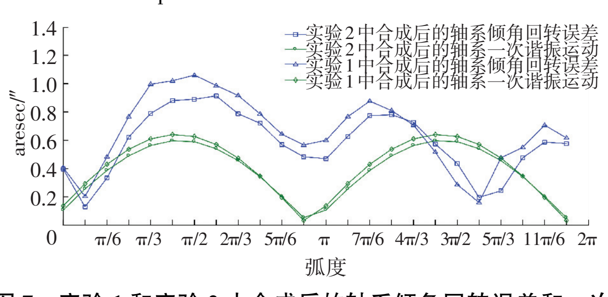

图 7　实验 1 和实验 2 中合成后的轴系倾角回转误差和一次谐振运动的对比曲线

Fig.7　The contrast curves of the angular rotation errors of synthesis and the first harmonic resonance motion in Experiment 1 and Experiment 2

5　结　论

1)将自准直仪测试数据中的一次谐波分解为同相和正交的一次谐波两部分,并在数据处理过程中扣除了安装误差引起的正交一次谐波,保留了同相的一次谐振项,使轴系倾角回转误差的数据处理方法更加合理和精确.

2)通过改变平面反射镜的安装误差,对同一轴系的倾角回转误差进行两次对比测试,从两组实验数据中分离出的轴系一次谐振运动具有一致性,从而验证了本文所给出算法的正确性.本文的方法同样适用于径向回转误差中一次谐振的分离与测试.

参考文献

[1] 任顺清, 王俊柱. 用水平仪测试倾角回转误差的数据处理[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 38(6):837-839.
REN Shunqing, WANG Junzhu. Data processing method of calculating wobble error with level instrument[J]. Journal of Harbin Institute of Technology,2006, 38(6):837-839.

[2] 谭文锋, 胡春生, 王省书,等. 基于电子水平仪的转轴倾角回转误差测量方法[J]. 光学与光电技术, 2014, 12(3): 39-43.
TAN Wenfeng, HU Chunsheng, WANG Xingshu,et al. Wobble error measuring methods of rotary shaft based on electronic gradienter[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2014, 12(3):39-43.

[3] 任顺清, 房振勇, 吴广玉,等. 竖直轴系倾角回转误差的两种测试方法的比较[J]. 中国惯性技术学报, 2000, 8(3):74-78. DOI:10.13695 /j.cnki.12-1222 /o3.2000.03.017.
REN Shunqing, FANG Zhenyong, WU Guangyu, et al. The contrast of two methods of mea-suring wobble error in perpendicular axis system[J].Journal of Chinese Inertial Technology,2000, 8(3):74-78. DOI:10.13695 /j.cnki.12-1222 /o3.2000.03.017.

[4] 罗海燕, 翟超, 金熠. 回转误差测量新方法的研究[C].厦门:全国测控计量仪器仪表学术年会. 2007.
LUO Haiyan, ZHAI Chao, JIN Yi. Study on a new method for spindle radial error measurement [C]. Xiamen: 2007 National Conference on Measurement and Control, Measurement and Instrumentation, 2007.

[5] 熊万里, 侯志泉, 吕浪. 液体静压主轴回转误差的形成机理研究[J]. 机械工程学报, 2014, 50(7):112-119. DOI:10.3901/JME. 2014.07.112
XIONG Wanli, HOU Zhiquan, LÜ Lang. Study on the mechanism of hydrostatic spindle rotational error motion[J].Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(7):112-119. DOI:10.3901/JME.2014.07. 112.

[6] 苏燕芹, 张景旭, 陈宝刚,等.谐波分析方法在提高精密转台回转精度中的应用[J]. 红外与激光工程, 2014,43(1):274-278. DOI:10.3969/j.issn.1007-2276.2014.01.048.
SU Yanqin, ZHANG Jingxu, CHEN Baogang, et al. Harmonic analysis application in accuracy improvement of precise turntable[J]. Infrared and Laser Engineering, 2014(1):274-278.DOI:10.3969/ j.issn.1007-2276.2014.01.048.

[7] 芮晓健, 颜景平. 主轴回转精度测试中的误差分离技术[J]. 南京理工大学学报, 1988(3): 78-84. DOI: 10. 14177 /j.cnki. 32-1397n. 1988. 03. 012.
RUI Xiaojian, YAN Jingping. The error separation technique in the

measurement of spindle rotation precision[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 1988(3):78-84. DOI: 10. 14177 /j.cnki. 32-1397n. 1988. 03. 012.

[8] 江志伟. 机床主轴回转精度测试中的一次分量及其处理[J]. 机床, 1985(1):38-40.

JIANG Zhiwei. Treatment of first component in the test of spindle rotating accuracy[J]. Machine Tool, 1985(1):38-40.

[9] 杜正春, 杨建国, 姚振强,等. 主轴回转误差补偿机理和动力学模型研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(3):48-52.

DU Zhengchun, YANG Jianguo, YAO Zhenqiang, et al. Research on mechanism and dynamic model of spindle rotation induced error compensation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(3):48-52.

[10] CAPPA S, REYNAERTS D, AL-BENDER F. A sub-nanometre spindle error motion separation technique[J]. Precision Engineering, 2014,38(3):458-471. DOI: 10.1016/j.precision eng.2013.12.011.

[11] ZHU Jibin, ZHANG Jinhua, GUO Junkang. Research of the influence of geometrical factors on rotary accuracy of high-precision spindle[C]//Proceedings of the IEEE International Symposium on Assembly and Manufacturing. Xi'an, China: IEEE, 2013: 264-269.

[12] JIN Lan, YAN Zhaoyang, XIE Liming, et al. An experimental investigation of spindle rotary error on high-speed machining center [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 70(1/2/3/4): 327-334. DOI: 10. 1007/s00170-013-5270-9.

[13] MA Ping, ZHAO Chunming, LU Xinhui, et al. Rotation error measurement technology and experimentation research of high-precision hydrostatic spindle[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Teconology, 2014, 73(9/10/11/12): 1313-1320. DOI:10.1007/s00170-014-5905-5.

[14] 孙郅佶, 安晨辉, 杨旭,等. 超精密机床主轴回转误差在线测试与评价技术[J]. 制造技术与机床, 2015(9):118-123. DOI: 10. 3969/j.issn.1005-2402.2015.09.034.

SUN Zhiji, AN Chenhui, YANG Xu, et al. On-line measurement and evaluation of spindle error motion in ultra precision machine tool [J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2015(9): 118-123. DOI: 10.3969/j.issn.1005-2402.2015.09.034.

[15] 朱永生, 岳鹏飞, 闫柯,等. 精密主轴动态回转误差的实验研究[J]. 机床与液压, 2015, 43(7):18-21. DOI: 10.3969/j. issn. 1001-3881.2015.07.005.

ZHU Yongsheng, YUE Pengfei, YAN Ke, et al. Experimental study on the dynamic error motion of the precise spindle system[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2015, 43(7):18-21. DOI: 10.3969/j.issn. 1001-3881.2015.07.005.

[16] 李树森, 任毅, 陈素平,等. 静压气体轴承主轴系统回转误差的控制与补偿[J]. 润滑与密封, 2016,41(2):23-25 DOI: 10. 3969/j.issn.0254-0150.2016.02.005.

LI Shusen, REN Yi, CHEN Suping, et al.Control and compensation of rotary error by aerostatic bearing spindle system[J]. Lubrication Engineering, 2016, 41(2): 23-25 DOI: 10. 3969/j. issn. 0254-0150.2016.02.005.

[17] 颜景平. 主轴回转误差测量及其消偏问题[J].南京工学院学报, 1984(2):1-8.

YAN Jingping. Discussions on measurement of spindle error motion [J]. Journal of Nanjing Institute of Technology, 1984(2):1-8.

(编辑 张 红)

(上接第 82 页)

[8] CANDES E J, TAO T. Decoding by linear programming[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 51(12): 4203-4215. DOI:10.1109/TIT.2005.858979.

[9] FIGUEIREDOM A T, NOWAK R D, WRIGHT S J. Gradient Projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007,1(4):586-597.DOI:10. 1109/JSTSP.2007.910281.

[10] BLUMENSATH T, DAVIES M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 27(3):265-274. DOI:10.1016/j. acha.2009.04.002.

[11] CAI Jianfeng, OSHER S, SHEN Zuowei. Linearized bregman iterations for compressed sensing[J]. Mathematics of Computation, 2009, 78(267): 1515-1536. DOI:10.1090/S0025-5718-08-02189-3.

[12] DAUBECHIES I, DEFRISE M, MOL C D. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparisity constraint[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2004, 57(11):1413-1457.DOI:10.1002/ cpa.20042.

[13] GARG R, KHANDEKAR R. Gradient descent with sparsification: an iterative algorithm for sparse recovery with restricted isometry property [C]//Proceedings of the 26th Annual International Conference on Machine Learning. New York, NY: ACM, 2009: 337-344. DOI:10.1145/1553374.1553417.

[14] JI Shihao, XUE Ya, CARIN L. Bayesian compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(6): 2346-2356. DOI: 10.1109/TSP.2007.914345.

[15] BARZILAI J, BORWEIN J M. Two point step size gradient methods [J]. IMA Journal of Numerical Analysis, 1988, 8(1):141-148. DOI: 10.1093/imanum/8.1.141.

[16] 王蓓,张根耀,李智,等. 基于新阈值函数的小波阈值去噪算法[J].计算机应用,2014, 34(5): 1499-1502. DOI:10. 11772/j.issn.1001-9081.2004.05.1499.

WANG Pei, ZHANG Genyao, LI Zhi, et al. Wavelet threshold denoising algorithm based on new threshold function[J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(5): 1499-1502. DOI: 10. 11772/j.issn.1001-9081.2004.05.1499.

[17] BINHN T, KHARE A. Multilevel threshold based image denoising in curvelet domain [J]. Journal of Computer Science, 2010, 25(3): 632-640. DOI:10.1007/s11390- 010-9352-y.

[18] 郭海涛,赵红叶,徐雷,等. 基于循环平移和 DTCWT 的声呐图像滤波方法[J]. 仪器仪表学报,2015,36(6): 1351-1356.DOI: 10.3969/j.issn.0254-3087.2015.06.020.

GUO Haitao, ZHAO Hongye, XU Lei, et al. Sonar image filtering method based on cycle shift and DTCWT[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015,36(6): 1351-1356.DOI: 10.3969/j.issn.0254-3087.2015.06.020.

[19] CANDES E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509. DOI: 10.1109/ TIT.2005.862083.

[20] YUAN Yaxiang. A new stepsize for the steepest descent method[J]. Journal of Computational Mathematics, 2006, 24(2):149-156. DOI: 10.1063/1.4882499.

(编辑 张 红)